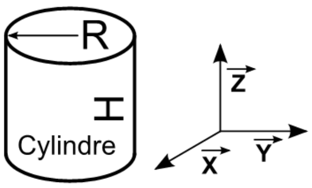
TD – Vérin hydraulique rotatif

POINT METHODE :

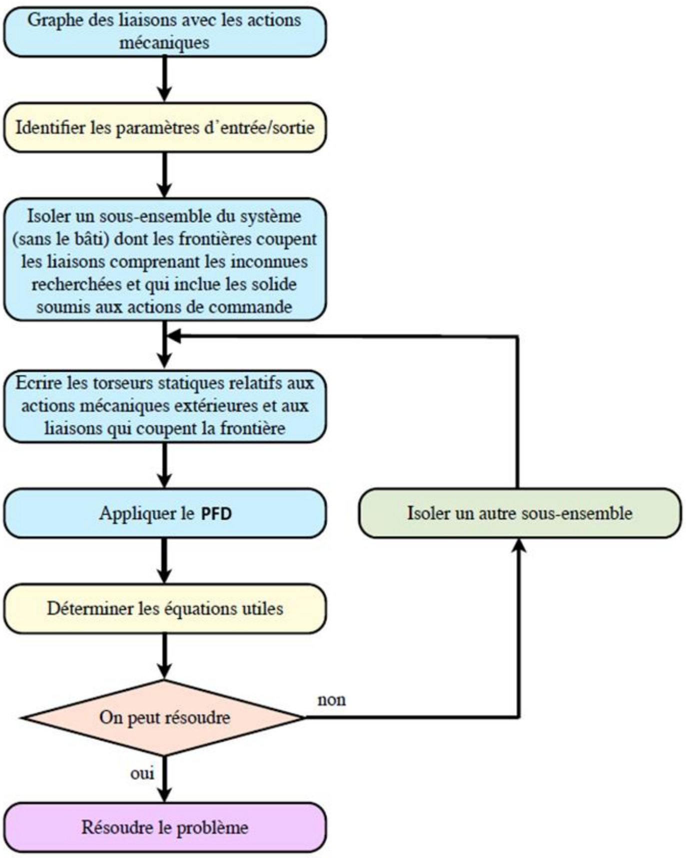
- Forme des matrices d'inertie (**Q1**) :



Un axe de Révolution $(Q, \vec{z})$ *:*

A = B et D=0 et E=0 et F=0 et A+B=2A $\rightarrow \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{Qz}$

- Stratégie de résolution d'un problème de dynamique (**Q2**) :



- Résolution d'un problème de dynamique (**Q2/Q6/Q10**) :
  - **PFD :**
    - **TRD :**

$$\overrightarrow{R(\overline{\Sigma} \rightarrow \Sigma)} = M_{\Sigma}\, \overrightarrow{\Gamma(G \in \Sigma/R_g)}$$

    - **TMD :**

$$\overrightarrow{M_A(\overline{\Sigma} \rightarrow \Sigma)} = \overrightarrow{\delta(A, \Sigma/R_g)}$$

- **Théorème de l'Energie Cinétique (TEC) :**

$$\frac{d}{dt}E_c(S/R_g) = P(Ext \rightarrow S/R_g) + P_{int}$$

- **Energie Cinétique :**

$$Ec(S/Rg) = \frac{1}{2}\, m \left[\overrightarrow{V(G \in S/Rg)}\right]^2 + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{\Omega_{S/R_g}}.\,[I_G(S)]\overrightarrow{\Omega_{S/R_g}}$$

Ou

$$Ec(S/Rg) = \frac{1}{2}\{C(S/R_g)\}_Q \otimes \{V(S/R_g)\}_Q$$

- **Puissance extérieure :**

$$P(Ext \rightarrow S/R_g) = \{\tau(Ext \rightarrow S)\}_A \otimes \{V(S/Rg)\}_A$$

ELEMENTS DE CORRECTION :

Q1 :

$$[I_{G_{pa}}(pignon\ arbré)]_{R_0} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{G_{pa},R_0}$$

$$[I_{G_{pc}}(piston\ crémaillère)]_{R_0} = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix}_{G_{pc},R_0}$$

Q2 :

PFD :

$\{1+2\} \rightarrow TMD\ en\ A\ ou\ O\ suivant\ \vec{z}$

On obtient une relation entre P et C_r et les efforts dans la pivot (supprimés en O) et dans les 2 linéaires annulaires.

$\{2\} \rightarrow TRD\ suivant\ \vec{x}\ et\ suivant\ \vec{y}$

On obtient une relation entre les efforts dans les 2 linéaires annulaires et aussi avec P.

TEC :

$\{1+2\} \rightarrow TEC$

On obtient une relation entre P et C_r et les efforts des liaisons entre 2 et 0.

Q3 :

$$\{C_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -C_1.\dot{\theta}.\vec{z} \end{Bmatrix}_{G_1}$$

$$\{C_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} m_2.\dot{X}.\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_2}$$

Q4 :

$E_{c_{1+2}} = \frac{1}{2}.\left(\frac{C_1}{R^2} + m_2\right).\dot{X}^2$ d'où $M_{eq} = \frac{C_1}{R^2} + m_2$ A.N. $M_{eq} = 85\ kg$

Q5 :

$E_{c_{1+2}} = \frac{1}{2}.(C_1 + m_2.R^2).\dot{\theta}^2$ d'où $J_{eq} = C_1 + m_2.R^2$ A.N. $J_{eq} = 0{,}07\ kg.m^2$

Q6 :

$$\frac{dEc_{\{1+2\}}}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}.M_{eq}.\dot{X}^2\right)}{dt} = M_{eq}.\dot{X}.\ddot{X}$$

$$P_{ext} = \{\tau_{pression\to 2}\}\otimes\{v_{2/0}\} + \{\tau_{C_r\to 1}\}\otimes\{v_{1/0}\} = P.S.\dot{X} - C_r.\dot{\theta}$$

$$P_{int} = 0\ (Liaisons\ parfaites)$$

$$M_{eq}.\dot{X}.\ddot{X} = P.S.\dot{X} - C_r.\dot{\theta}$$

$$M_{eq}.\ddot{X} = P.S - \frac{C_r}{R}$$

<u>Ici $C_r = 0$</u>

$\ddot{X}_{max} = \frac{P_{max}.S}{M_{eq}} = \frac{P_{max}.S}{\frac{C_1}{R^2}+m_2}$ $A.N.$ $\ddot{X}_{max} = 1{,}9\ m/s^2$ > 1,5 m/s² → CdCF ~~OK~~

$$\Delta Ec = Ec(t_f) - Ec(0) = \frac{1}{2}.M_{eq}.\dot{X}_{max}^2 - 0 = \int_0^{t_f} P_{ext} = \int_0^{t_f} P_{max}.S.\dot{X} = P_{max}.S.X_{course}$$

$\dot{X}_{max} = \sqrt{\frac{2.P_{max}.S.X_{course}}{M_{eq}}} = \sqrt{\frac{2.P_{max}.S.X_{course}}{\frac{C_1}{R^2}+m_2}}$ $A.N.$ $\dot{X}_{max} = 2{,}21\ m/s$ > 1 m/s → CdCF ~~OK~~

On utilise un coussinet amortisseur pour palier à cette importante accélération et vitesse.

Q7 :

On a obtenu précédemment $M_{eq}.\ddot{X} = P.S - \frac{C_r}{R}$

Donc $C_{r_{ser}} = M_{eq}.\ddot{X}_{max}.R + P_{ser}.S.R = P_{ser}.S.R$ $A.N.$ $C_{r_{ser}} = 66\ N.m$

Q8 :

$\ddot{X}_{max} = \left[\frac{-C_{r_{ser}}}{R} + P_{inter}.S\right].\frac{1}{M_{eq}}$ $A.N.$ $\ddot{X}_{max} = 4{,}98\ m/s^2$ > 1,5 m/s² → CdCF ~~OK~~

L'accélération est encore plus importante lorsque l'on applique un couple récepteur sur note vérin.

Q9 :

Les sorties A-1 et A-2 communiquent, ainsi, si la forte pression circule dans C-1, elle circule également dans A-2 et donc dans A-1, aidant le mouvement du piston-crémaillère du bas.

Idem pour B-1 et B-2.

Q10 :

$$\{1+2+2'\} \to TEC$$

$C_1.\dot{\theta}.\ddot{\theta} + 2.m_2.\dot{X}.\ddot{X} = 2.P.S.\dot{X} - C_r.\dot{\theta}$ donc $\left(\frac{C_1}{R} + 2.m_2\right).\dot{X} = 2.P.S - \frac{C_r}{R}$