Dynamique du point

1. Etude cinématique

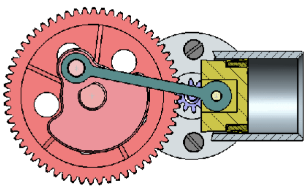
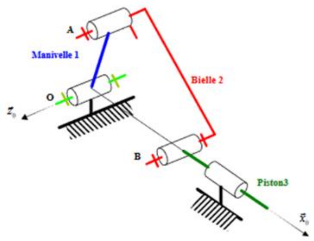
1.1. Objectif

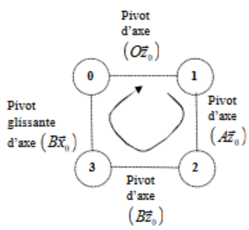
- Déterminer les torseurs cinématiques des liaisons. En général, on connaît tout en fonction d'un paramètre d'où le terme de loi E/S.
- Déterminer des trajectoires et/ou des positions.

1.2. Méthodes

- Fermetures cinématiques : autant que de chaînes fermées indépendantes.
- Fermetures géométriques : peuvent se révéler plus simples à réaliser que les fermetures cinématiques ou s'avérer nécessaires lorsque le modèle fait apparaître deux angles.

<u>Exemple :</u> Système piston/bielle/manivelle



2. Etude Statique (Dynamique ou Energétique)

2.1. Objectif

- Déterminer les torseurs d'inter-efforts dans les liaisons : on détermine tout en fonction de charges extérieures (charges appliquées sur la sortie par exemple). Cette détermination ne sera totale qu'à condition que le modèle soit isostatique (càd, s'il y a le même nombre d'inconnues que d'équations).

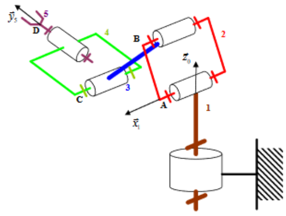
- Déterminer les relations entre accélérations, efforts extérieurs au système et données inertielles et massiques (équations de mouvement). Cette relation existe même si le modèle est hyperstatique (càd, s'il y a plus d'inconnues que d'équations), à partir du moment où l'on a une loi E/S.

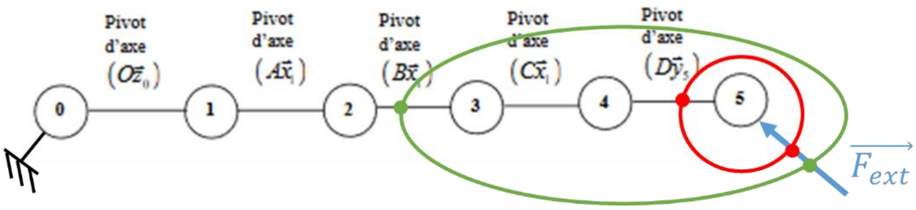
2.2. Méthodes

- Construire le graphe des liaisons et y ajouter les efforts extérieurs.
- Déterminer les torseurs (statiques et/ou cinématique) des liaisons.
- Isolements : autant que de solides (bâti excepté) et application du Principe fondamental de la Dynamique (ou Statique). On cherche à effectuer un isolement reliant les données d'entrées (ce que l'on nous donne) à ce que l'on cherche à déterminer.
- Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (**BAME**) appliqué à l'isolement choisi.
- Successions d'équilibres en exploitant le minimum d'équations scalaires.
- Application du PFD (ou PFS) ou du théorème de l'énergie.

Remarques :

- Dans une chaîne ouverte, il est toujours possible de résoudre : elle est isostatique. Il suffit d'isoler successivement le n^{ème} solide, le (n-1ème +n^{ème}), le (n-2ème + n-1ème +n^{ème}) et ainsi de suite. On dispose chaque fois d'autant d'équations indépendantes que d'inconnues de liaison. Une des équations donne l'équation du mouvement (celle associée à la mobilité de la liaison considérée).





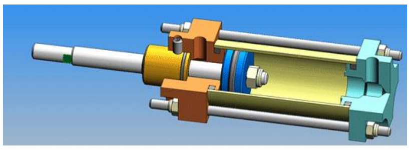
Isolement **rouge** : Détermination des efforts dans la liaison pivot d'axe (D,$\overrightarrow{y_5}$).

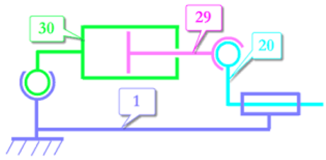
Isolement **vert** : Détermination des efforts dans la liaison pivot d'axe (B,$\overrightarrow{x_1}$).

- Que la chaîne soit ouverte ou fermée, si on ne demande que l'équation du mouvement il faut s'arranger pour ne pas faire apparaître les torseurs de liaisons. Cela impose les équations à exploiter pour aller vite : celles où il y a un « 0 » dans le torseur d'inter-effort, et en quel point se placer dans le cas d'une équation de moment (on suit les mouvements …)

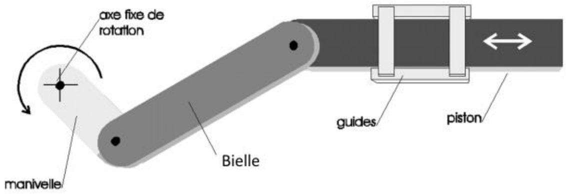
- En présence de vérins, il faut regarder si l'ensemble {corps + tige + fluide} est un **ensemble soumis à deux forces.** Si c'est le cas, on a rapidement de précieuses indications sur le support de l'action du vérin et donc une action qui n'a qu'une composante (et même quand ce n'est pas le cas, on a en général des renseignements sur les **directions d'effort**). Il en va de même pour les pièces de transmission d'effort de type bielles ou biellettes.

<u>Vérin :</u>





<u>Bielle :</u>



3. Principe fondamental de la dynamique du point

3.1. Cadre d'étude

Pour appliquer le **Principe Fondamental de la Dynamique**, l'objet de notre cours, nous posons les hypothèses suivantes :

- L'espace est supposé homogène, isotrope et euclidien.
- Le temps est supposé continu, uniforme et monotone.
- La masse est une caractéristique de la matière, elle est positive et invariante.

3.2. Référentiel galiléen

On définit le référentiel galiléen comme **le référentiel dans lequel le PFD est vérifié** avec une bonne précision.

<u>Concrètement, c'est un référentiel comportant :</u>

- Un espace géométrique euclidien à trois dimensions dont la norme est appelée longueur.
- Un espace temporel affine à une dimension et à une échelle appelé temps, indépendant de l'espace géométrique.

Pour la plupart de nos applications, un référentiel lié à la terre constitue une très bonne approximation d'un repère galiléen.

<u>Autres référentiels galiléens :</u>

- Référentiel de Copernic (centre du soleil, axes dirigés vers des étoiles fixes).
- Référentiel terrestre (centre de la terre, axes dirigés vers des étoiles fixes).

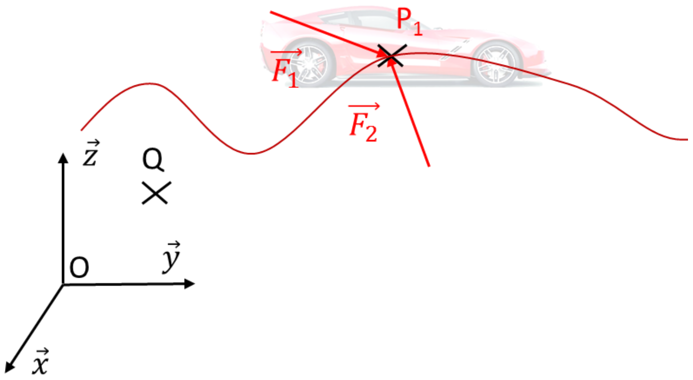
3.3. Principe fondamental de la dynamique pour une masse ponctuelle P_1

Théorème de la résultante dynamique (issu de la 2ème loi de Newton) :

$$\vec{F}(\overline{P_1} \to P_1) = m_1.\overrightarrow{\Gamma(P_1/R_g)}$$

Théorème du moment dynamique au point Q :

$$\overrightarrow{M_t}(Q,\overline{P_1} \to P_1) = \overrightarrow{QP_1} \wedge m_1.\overrightarrow{\Gamma(P_1/R_g)}$$



3.4. Généralisation à l'isolement d'un système ∑ de n particules P_i

Théorème de la résultante dynamique :

$$\vec{F}(\bar{\Sigma} \to \Sigma) = \sum_i m_i.\overrightarrow{\Gamma(P_i/R_g)}$$

Théorème du moment dynamique au point Q :

$$\overrightarrow{M_t}(Q,\bar{\Sigma} \to \Sigma) = \sum_i \overrightarrow{QP_i} \wedge m_i.\overrightarrow{\Gamma(P_i/R_g)}$$