

# Equilibrage

## 1 Problème général

L'équilibrage des arbres tournant vise à éliminer, à la source, les vibrations et les sollicitations cycliques associées à une mauvaise répartition des masses autour de l'axe de rotation.

Les sollicitations périodiques même si elles restent en deçà des limites de résistance des matériaux peuvent provoquer la rupture d'une pièce (arbre, pallier de guidage ...) après un certain nombre de cycles : on parle alors du phénomène de fatigue.



A- Equilibreuse garage (roue de véhicule). B - Equilibreuse spéciale (Turbine Pelton) – zone entourée : palier instrumenté.  
C - Equilibreuse universelle (vis de forage) – zones entourées : paliers instrumentés.

### 1.1 Définition de l'équilibrage

#### 1.1.1 Équilibrage statique :

En l'absence d'actionneur, le solide abandonné au repos dans une position quelconque reste dans cette position :

⇒ **Le solide reste en équilibre quelle que soit sa position angulaire.**

#### 1.1.2 Équilibrage dynamique :

En régime permanent (vitesse de rotation constante), les actions de liaison associées au guidage en rotation du solide sont indépendantes du temps :

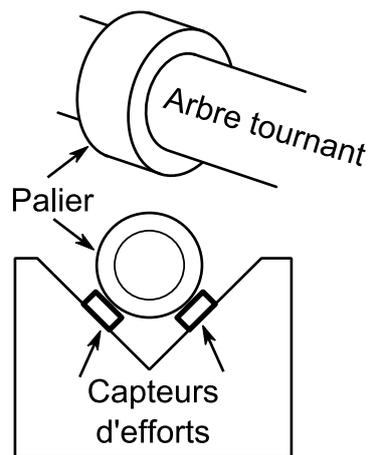
⇒ **Les composantes du torseur de liaison sont indépendantes de la position angulaire du solide.**

Remarque : On se place en régime permanent pour faciliter les calculs, mais les conditions obtenues en régime transitoire sont identiques.

## 1.2 Principe de la mesure sur une équilibreuse

Une des méthodes les plus simples consiste à monter l'arbre à équilibrer sur deux paliers courts qui le guident en rotation sans frottement (roulements par exemple).

Ces roulements reposent sur le bâti par l'intermédiaire de deux capteurs d'efforts montés à 90°, on peut modéliser le contact palier/capteur par une ponctuelle. Le guidage de l'arbre est donc assuré par deux liaisons (linéaires annulaires) constituées de deux ponctuelles, chaque ponctuelle mesurant son effort normal. Au besoin, on réalise un blocage axial, transformant ainsi une des linéaires annulaires en rotule.



L'équilibrage se fait en considérant deux solides : un bâti « fixe » et un arbre tournant.

Remarque : Il est exclu dans le cas d'une chaîne de solides assurant plusieurs rotations successives de réaliser un équilibrage du dernier solide de la chaîne par rapport au premier.

Il existe d'autres méthodes exploitant des mesures réalisées par accéléromètres (vibrations). Ces appareils peuvent être portatif et permettre une mesure sur site.



En équilibrant, on vérifie l'écart entre l'axe d'inertie et l'axe de rotation. Puis si nécessaire la répartition des masses autour du mobile en rotation est modifiée par un équilibrage, de telle sorte que les forces engendrées par le balourd et les vibrations restent dans des limites autorisées

### 1.3 Modélisation du problème – Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton

**L'objectif de cette partie est d'étudier dynamiquement l'équilibrage de la turbine.**



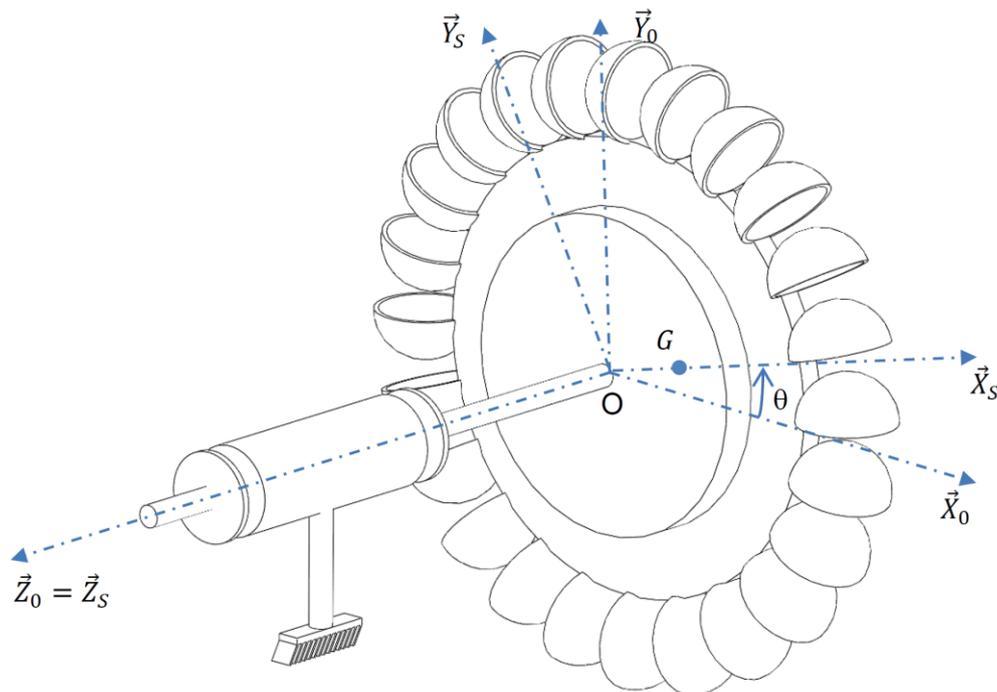
Il est nécessaire d'équilibrer statiquement puis dynamiquement la roue Pelton ainsi que son arbre. Cette étape est indispensable afin d'éviter toute vibration au cours du fonctionnement.

Les vibrations ont deux conséquences néfastes : elles entraînent des nuisances sonores et participent à l'usure prématurée des roulements.

La technologie d'équilibrage s'approche de celle utilisée pour équilibrer les roues de voiture mais au lieu de rajouter des masselottes (petites masses), on enlève de la matière par usinage.

#### Conditions d'équilibrage de la turbine

On assimile la turbine et son arbre à un solide (S) de masse  $m$  en rotation autour d'un axe fixe, à vitesse de rotation constante, le centre d'inertie  $G$  du solide ne se trouvant pas sur cet axe.



Schématisme de la turbine et du guidage en rotation

**Notations :**

$R_0(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$  : repère galiléen lié au bâti.  $R_S(O, \vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)$  : repère lié au solide (S).

$$(\vec{X}_0, \vec{X}_S) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_S) = \theta$$

Le centre d'inertie de (S) est situé au point G tel que  $\vec{OG} = a \cdot \vec{X}_S$

La matrice d'inertie du solide (S) au point O dans le repère  $R_S$  est  $[I_O(S)] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(\vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)}$

Le torseur des actions mécaniques du bâti exercé sur (S) par l'intermédiaire de la liaison pivot est :

$$\{\tau(\text{Bâti} \rightarrow S)\} = \begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{pmatrix}_{O, (\vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)}$$

On regroupe le reste des actions mécaniques extérieures exercées sur S, supposées connues, sous la forme :

$$\{\tau(\bar{S} \rightarrow S)\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -Mg & 0 \\ 0 & C_m \end{pmatrix}_{G, (\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)}$$

**Déterminer l'accélération du point G appartenant à S par rapport à  $R_0$  :  $\overline{\Gamma(G \in S/R_0)}$ .**

**Déterminer le moment dynamique du point O appartenant à S par rapport à  $R_0$  :  $\overline{\delta(O \in S/R_0)}$ .**

**Déterminer  $\{\tau(\text{Bâti} \rightarrow S)\} = \begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{pmatrix}_{O, (\vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)}$**

La turbine est équilibrée si les composantes de  $\{\tau(\text{Bâti} \rightarrow S)\}$  sont indépendantes des effets dynamiques.

**En déduire les conditions d'équilibrage, propres à la répartition des masses de la turbine, nécessaires à l'équilibrage.**

*Équilibrer la turbine consiste, par enlèvement de matière (soit une masselotte de masse négative), à réaliser les conditions précédentes.*

## Equilibrage avec une masselotte

On retranche une masse ponctuelle ( $S_1$ ) au solide ( $S$ ). On obtient ainsi un nouveau système ( $S'$ ) = ( $S$ ) U ( $S_1$ ).

Soit  $G'$  le centre d'inertie de ( $S'$ ) et  $D'$  et  $E'$  ses produits d'inertie. La masse de ( $S_1$ ) est  $m_1$ , les coordonnées de ( $S_1$ ) sont  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  dans  $R_S$ .

**Montrer que l'équilibrage à une masselotte n'est possible que si  $D = 0$ .**

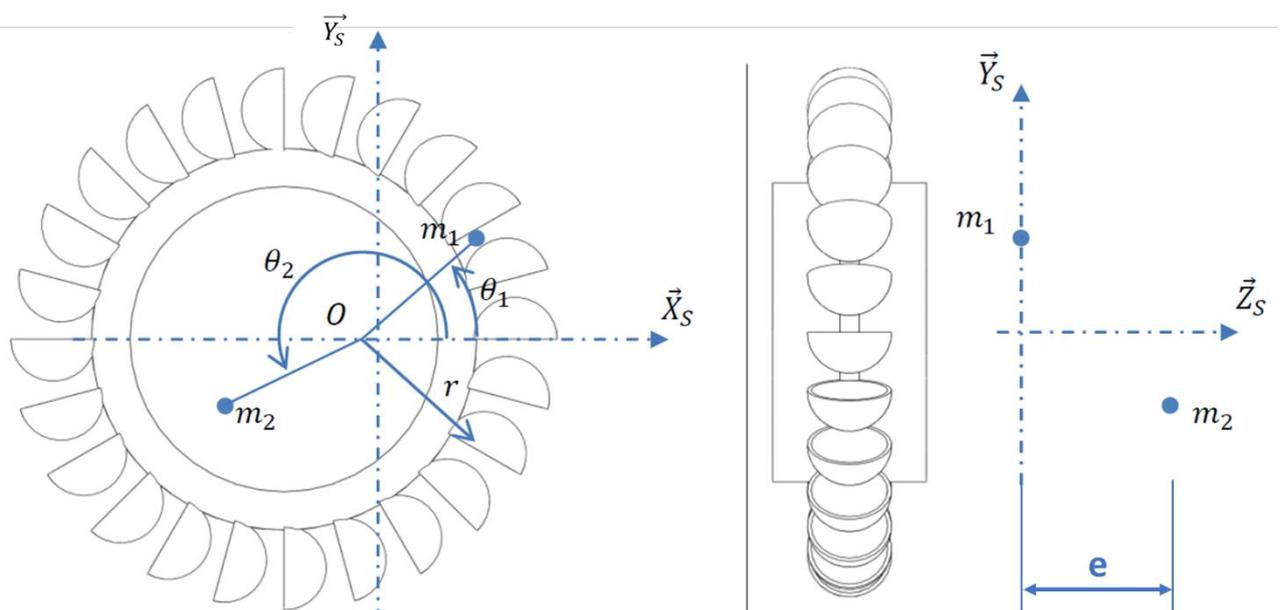
*Cette solution n'étant pas satisfaisante, on se propose d'utiliser deux masselottes.*

## Equilibrage avec deux masselottes

On retranche deux masses ponctuelles ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) au solide ( $S$ ). On obtient ainsi un nouveau système ( $S'$ ) = ( $S$ ) U ( $S_1$ ) U ( $S_2$ ).

Soit  $G'$  le centre d'inertie de ( $S'$ ) et  $D'$  et  $E'$  ses produits d'inertie. Les masses de ( $S_1$ ) et ( $S_2$ ) sont  $m_1$  et  $m_2$ , les coordonnées de ( $S_1$ ) sont  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  et celles de ( $S_2$ ) sont  $M_2(x_2, y_2, z_2)$  dans  $R_S$ .

Les deux usinages (masselottes négatives) sont nécessairement situés à des emplacements spécifiques sur la turbine, ce qui signifie que les paramètres  $r_1, r_2, z_1, z_2$  sont imposés tels que :  $r_1 = r_2 = r$  et  $z_2 = e$  et  $z_1 = 0$ .



Paramétrage du positionnement des masselottes

**Déterminer  $m_1, m_2, \theta_1$  et  $\theta_2$  pour que l'ensemble {turbine + masselottes} soit équilibré dynamiquement.**

## 1.4 Équilibrage par ajout ou enlèvement de matière

*Masselottes d'équilibrage de roue**Roue équilibrée par masselotte ajoutée**Embiellage de cyclomoteur.*

Deux trous obturés par des bouchons en plastiques (masse volumique moins importante que l'acier) « compensent » la masse de l'axe de la tête de bielle.



*Encoches usinées permettant de réaliser l'équilibrage statique et dynamique du rotor*