TD – Système bielle/manivelle – Simulateur de moto – Fourche de moto

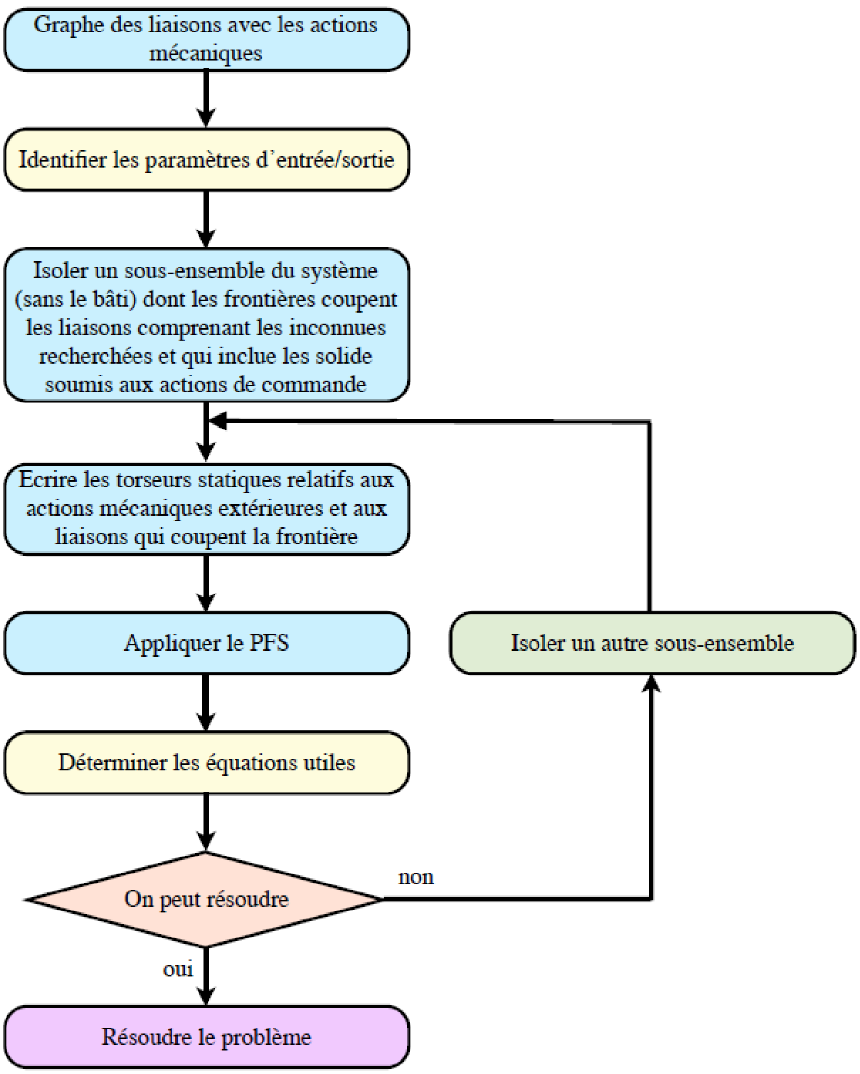
POINT METHODE :

- Formule pour le calcul de l'hyperstatisme (**EX1-Q1/EX2-Q2/EX3-Q4/Q8**) :

Approche cinématique : $\boldsymbol{h = m - I_c + E_c}$

Approche statique : $\boldsymbol{h = m - E_s + I_s}$

- Stratégie de résolution d'un problème de statique (**EX3-Q5**) :



- Formule de changement de point (Formule de Varignon / « *BABAR* ») (**EX3-Q2**) :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{M}_{B,\mathbf{0}\to\mathbf{1}}} = \overrightarrow{\boldsymbol{M}_{A,\mathbf{0}\to\mathbf{1}}} + \overrightarrow{\boldsymbol{BA}} \wedge \overrightarrow{\mathbf{R}_{\mathbf{0}\to\mathbf{1}}}$$

- Liaisons équivalentes par la méthode statique (**EX3-Q3**) :

$$\{\mathcal{T}_{2\to1}\}_{\mathrm{M}} = \sum_{\mathrm{i}=1}^{\mathrm{n}} \{\mathcal{T}_{2\to1}{}^{\mathrm{i}}\}_{M} = \{\mathcal{T}_{2\to1}{}^{1}\}_{\mathrm{M}} + \{\mathcal{T}_{2\to1}{}^{2}\}_{\mathrm{M}} + \cdots + \{\mathcal{T}_{2\to1}{}^{\mathrm{n}}\}_{M}$$

- Liaisons équivalentes par la méthode statique (**EX3-Q7**) :

$\left\{\boldsymbol{V}_{L_{eq}}\right\}_{M} = \left\{\boldsymbol{V}_{L_i}\right\}_{M} \forall \boldsymbol{i}$ Ou encore : $\left\{\boldsymbol{V}_{L_{eq}}\right\}_{M} = \left\{\boldsymbol{V}_{L_1}\right\}_{M} = \left\{\boldsymbol{V}_{L_2}\right\}_{M} = \left\{\boldsymbol{V}_{L_3}\right\}_{M} = \cdots = \left\{\boldsymbol{V}_{L_n}\right\}_{M}$

- Composition des mouvements (Torseurs) (**EX3-Q9**) :

$$\left\{\boldsymbol{V}_{2/0}\right\} = \left\{\boldsymbol{V}_{2/1}\right\} + \left\{\boldsymbol{V}_{1/0}\right\}$$

- Formule de changement de point (Formule de Varignon / « *BABAR* ») (**EX3-Q9**) :

$$\overrightarrow{\boldsymbol{V}_{B\in1/0}} = \overrightarrow{\boldsymbol{V}_{A\in1/0}} + \overrightarrow{\boldsymbol{BA}} \wedge \overrightarrow{\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{0}\to\mathbf{1}}}$$

ELEMENTS DE CORRECTION :

EXERCICE 1 :

Q1 :

Système 1 : $h = m - I_c + 6.\gamma = (1+0) - 5 + 6.1 = 2$

Système 2 : $h = m - I_c + 6.\gamma = (1+1) - 7 + 6.1 = 1$

Système 3 : $h = m - I_c + 6.\gamma = (1+2) - 9 + 6.1 = 0$

EXERCICE 2 :

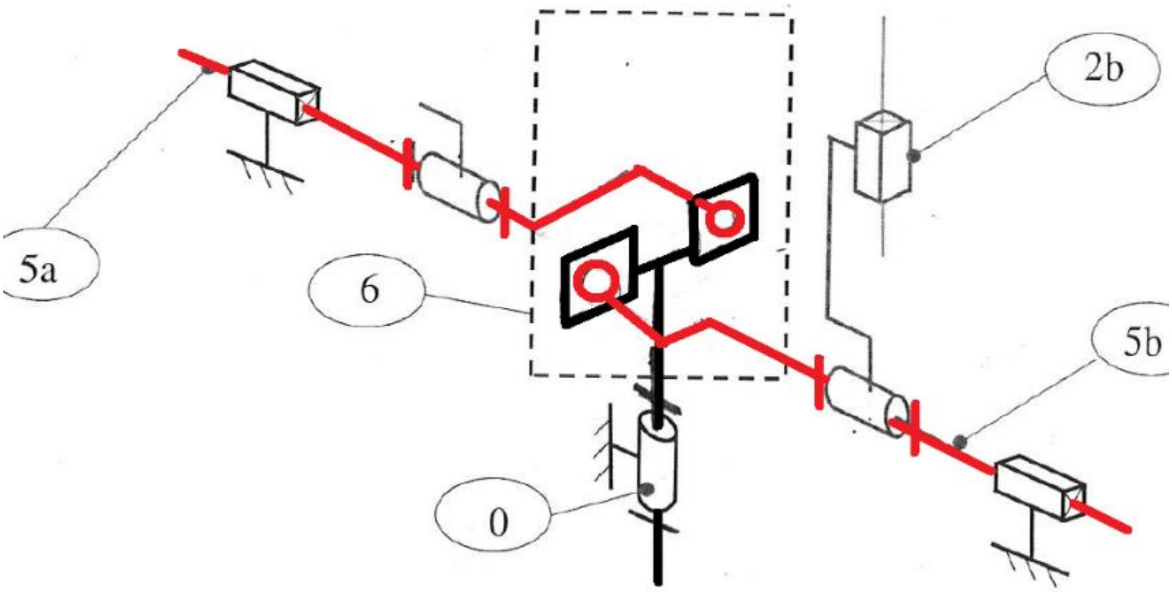
Q1 :

Mouvement	axe	verin $(2_a 3_a)$	verin $(2_b 3_b)$	chariot mobile
Lacet	1	X	X	-
Tangage	3	-	-	X
Roulis	2	-	+	X

Q2 :

$$h = m + E_c - I_c = (3+0) + 6*(13 - 10 + 1) - (5*1 + 3*3 + 1*3 + 4*2) = 2$$

Q3 :



EXERCICE 3 :

Q1 :

Les deux liaisons sont en parallèles.

Q2 :

La liaison équivalente est une liaison glissière de direction $\vec{x}$.

Q3 :

Les deux liaisons à étudier sont :

$$\{T(0 \to 1-A)\} = {}_A\begin{Bmatrix} y_A.\vec{y} + z_A.\vec{z} \\ M_A.\vec{y} + N_A.\vec{z} \end{Bmatrix} \text{ et } \{T(0 \to 1-B)\} = {}_B\begin{Bmatrix} y_B.\vec{y} + z_B.\vec{z} \\ M_B.\vec{y} + N_B.\vec{z} \end{Bmatrix} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & -a.Z_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Les liaisons sont en parallèle, $\{T(0 \to 1-éq)\}$ est tel que qu'on somme les torseurs statiques :

$$\{T(0 \to 1-éq)\} = \{T(0 \to 1-A)\} + \{T(0 \to 1-B)\}$$

On obtient : $\begin{cases} X_{éq} = 0 \\ Y_{éq} = Y_A + Y_B \\ Z_{éq} = Z_A + Z_B \\ L_{éq} = -a.Z_B \\ M_{éq} = M_A + M_B \\ N_{éq} = N_A + N_B \end{cases}$, on a donc $\{T(0 \to 1-éq)\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & L_{éq} \\ Y_{éq} & M_{éq} \\ Z_{éq} & N_{éq} \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ preuve que la liaison équivalente est bien une glissière de direction $\vec{x}$.

Q4 :

$h = m - E_S + I_S = m - 6(N_S - 1) + I_S = 1 - 6 * 1 + 8 = 3$

Le système est hyperstatique de degré 3.

Q5 :

Il faut maintenant faire intervenir le torseur d'éventuelles actions mécaniques extérieures exercées sur la pièce 1.

L'application du PFS à l'isolement de la pièce 1 conduit au système d'équations :

$$\{T(0 \to 1-A)\} + \{T(0 \to 1-B)\} + \{\mathrm{T}(\text{ext} \to 1)\} = \{0\}$$

Après écriture des équations, puis mise sous forme matricielle, on obtient :

$$\begin{array}{cc} & \text{Is=8} \\ \text{Es=6} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array} \cdot \begin{bmatrix} Y_A \\ Z_A \\ M_A \\ N_A \\ Y_B \\ Z_B \\ M_B \\ N_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_R - X_M \\ -Y_{ext} \\ -Z_{ext} \\ -L_{ext} \\ -M_{ext} \\ -N_{ext} \end{bmatrix}$$

$r_s = 5$ (car 5 couleurs ≠ dans la matrice)

donc $h = I_s - r_s = 8 - 5 = 3$ (équations inutiles) et $m = E_s - r_s = 6 - 5 = 1$

Q6 :

Les 3 inconnues hyperstatiques sont (Y_A ou Y_B), (M_A ou M_B) et (N_A ou N_B).

Q7 :

Les deux liaisons à étudier sont :

$$\{V_{1/0\text{-A}}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_A & V_A \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} \quad \text{et} \quad \{V_{1/0\text{-B}}\} = {}_B\begin{Bmatrix} \omega_B & V_B \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_B & V_B \\ 0 & 0 \\ 0 & a\,\omega_B \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

Les liaisons sont en parallèle, $\{V_{1/0\text{-éq}}\}$ est tel que $\{V_{1/0\text{-éq}}\}$ = $\{V_{1/0\text{-A}}\}$ = $\{V_{1/0\text{-B}}\}$

On obtient $\begin{cases} \Omega_{x-éq} = \omega_A = \omega_B \\ \Omega_{y-éq} = 0 = 0 \\ \Omega_{Z-éq} = 0 = 0 \\ V_{x-éq} = V_A = V_B \\ V_{y-éq} = 0 = 0 \\ V_{Z-éq} = 0 = a.\omega_B \end{cases}$ soit $\{V_{1/0\text{-éq}}\} = {}_A\begin{Bmatrix} 0 & V_{x-éq} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$ preuve que la liaison équivalente est bien une glissière de direction $\vec{x}$.

Q8 :

$h = m - I_c + E_c = 1 - 4 + 6\nu = 1 - 4 + 6 * 1 = 3$

Q9 :

Effectuons la fermeture cinématique torsorielle : $\{V_{1/0\text{-A}}\}$ - $\{V_{1/0\text{-B}}\}$ = $\{0\}$

Après écriture des équations, puis mise sous forme matricielle, on obtient :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \omega_A \\ \omega_B \\ V_A \\ V_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$I_c = 4$ (colonnes), $E_c = 6$ (lignes),
$r_c = 3$ (car 3 lignes à zéro plus les autres sont indépendantes)
donc $h = E_c - r_c = 6 - 3 = 3$ et $m = I_c - r_c = 4 - 3 = 1$

Q10 :