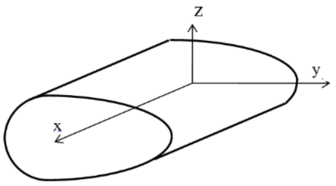
TD – Moteur radial Calzoni

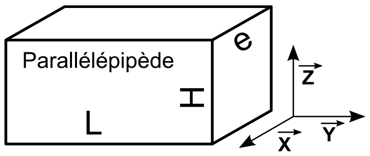
POINT METHODE :

- Forme des matrices d'inertie (**Q3**) :



Un Plan de symétrie $(Q,\vec{x},\vec{y})$:

D=0 et E=0 $\rightarrow \begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{Qxyz}$



Deux Plans de symétrie $(Q,\vec{x},\vec{y})$ et $(Q,\vec{x},\vec{z})$:

D=0 et E=0 et F=0 $\rightarrow \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{Qxyz}$

- Composition des torseurs cinétiques (**Q4/Q5/Q6**) :

$$\{C_{2/0}\} = \{C_{2/0}\} + \{C_{1/0}\} \text{ \underline{au même point}}$$

- Calcul du torseur cinétique (**Q4/Q5/Q6**) :

$$\{C_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} m_2.\overrightarrow{V(G_2 \in S/R_g)} \\ \overrightarrow{\sigma(B,S/R_g)} \end{Bmatrix}_B$$

  - Formule générale :

$$\overrightarrow{\sigma(B,S/R_g)} = M_S\overrightarrow{BG} \wedge \overrightarrow{V(B \in S/R_g)} + [I_B(S)](\overrightarrow{\Omega_{S/R_g}})$$

  - Formule de changement de point (Varigon / « BABAR ») :

$$\overrightarrow{\sigma(B,S/R_g)} = \overrightarrow{\sigma(A,S/R_g)} + \overrightarrow{BA} \wedge M_S\overrightarrow{V(G \in S/R_g)}$$

  - Formule de changement de point (générale) :

$$\overrightarrow{\sigma(B,S/R_g)} = M_S\overrightarrow{QG} \wedge \overrightarrow{V(Q \in S/R_g)} + [I_Q(S)](\overrightarrow{\Omega_{S/R_g}}) + \overrightarrow{BQ} \wedge M_S\overrightarrow{V(G \in S/R_g)}$$

- Déplacement de la matrice d'inertie (Théorème de Hyugens) :

$$[I_B(S)] = [I_G(S)] + m\begin{bmatrix} b^2+c^2 & -ab & -ac \\ -ab & a^2+c^2 & -bc \\ -ac & -bc & a^2+b^2 \end{bmatrix} \text{ Avec } \overrightarrow{BG} = a\,\vec{x} + b\,\vec{y} + c\,\vec{z}$$

- Calcul du torseur dynamique (**Q7/Q8/Q9**) :

$$\{D_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} m_2.\overrightarrow{\Gamma(G_2 \in S/R_g)} \\ \overrightarrow{\delta(B,S/R_g)} \end{Bmatrix}_B$$

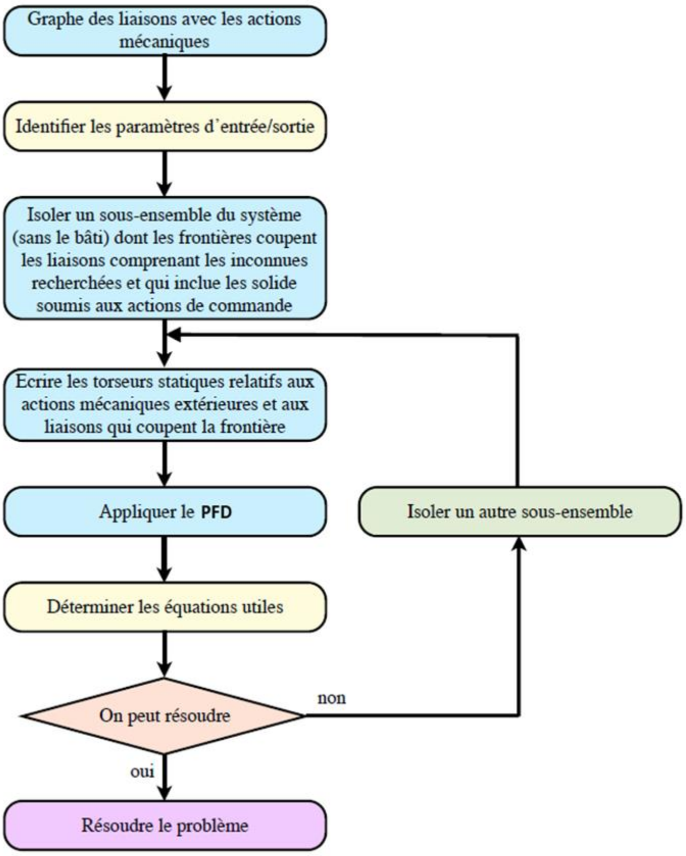
  - <u>Formule générale :</u>

$$\overrightarrow{\delta(B,S/R_g)} = \frac{d\,\overrightarrow{\sigma(B,S/R_g)}}{dt} + M_S\,\overrightarrow{V(B/R_g)} \wedge \overrightarrow{V(G \in S/R_g)}$$

  - <u>Formule de changement de point (Varigon / « BABAR ») :</u>

$$\overrightarrow{\delta(B,S/R_g)} = \overrightarrow{\delta(A,S/R_g)} + \overrightarrow{BA} \wedge M_S\overrightarrow{\Gamma(G \in S/R_g)}$$

- Stratégie de résolution d'un problème de dynamique (**Q10**) :

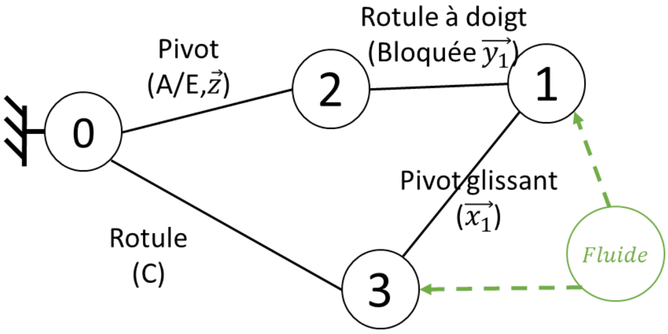


ELEMENTS DE CORRECTION :

Q1 :

Fermeture géométrique : $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OC}$ puis projection sur $\vec{X}\ et\ \vec{Y}$. On fait ensuite disparaître les cos et sin ($\cos^2 + \sin^2 = 1$) pour obtenir $X(t)^2$ en fonction de H et e. puis on passe à la racine pour obtenir le résultat.

Q2 :



Q3 :

$$[I_{G_1}(S_1)] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \end{bmatrix}_{G_1,R_1}$$

$$[I_{G_2}(S_2)] = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & -E_2 \\ 0 & B_2 & 0 \\ -E_2 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{G_2,R_2}$$

$$[I_{G_3}(S_3)] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{bmatrix}_{G_3,R_3}$$

Q4 :

$$\overrightarrow{V(G \in 2/0)} = \lambda.\dot{\theta}.\overrightarrow{y_2}$$

$$\overrightarrow{\sigma(O \in 2/0)} = m_2.\overrightarrow{OG_2} \wedge \overrightarrow{V(O \in 2/0)} + [I_O(S_2)]_{R_2}.\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$$

Avec $[I_O(S_2)]_{R_2} = [I_{G_2}(S_2)]_{R_2} + m_2.\begin{bmatrix} a^2 & 0 & -a\lambda \\ 0 & a^2+\lambda^2 & 0 \\ -a\lambda & 0 & \lambda^2 \end{bmatrix}_{G_2,R_2}$

$$[I_O(S_2)]_{R_2} = \begin{bmatrix} A_2 + m_2.a^2 & 0 & -E_2 - m_2.a\lambda \\ 0 & B_2 + m_2.(a^2+\lambda^2) & 0 \\ -E_2 - m_2.a\lambda & 0 & C_2 + m_2.\lambda^2 \end{bmatrix}_{O,R_2}$$

$$\{C_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} m_2.\lambda.\dot{\theta}.\overrightarrow{y_2} \\ -(E_2 + a.\lambda.m_2).\dot{\theta}.\overrightarrow{x_2} + (C_2 + \lambda^2.m_2).\dot{\theta}.\vec{z} \end{Bmatrix}_O$$

Q5 :

$$\{C_{3/0}\} = \begin{Bmatrix} -m_3.\dot{\alpha}.h.\overrightarrow{y_1} \\ (B_3 + m_3.\lambda^2).\dot{\alpha}.\overrightarrow{z_1} \end{Bmatrix}_C$$

Q6 :

$$\{C_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} -m_1.\dot{X}.\overrightarrow{x_1} + m_1.\dot{\alpha}.(d-X).\overrightarrow{y_1} \\ (B_1 + m_1.(d-X)^2).\dot{\alpha}.\overrightarrow{z_1} \end{Bmatrix}_C$$

Q7 :

$$\overrightarrow{\delta(O \in 2/0)} = \left.\frac{d\,\overrightarrow{\sigma(O\in 2/0)}}{dt}\right|_{R_0} + m_2.\overrightarrow{V(O \in 2/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_2 \in 2/0)}$$

$$\{D_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} m_2.\lambda.\ddot{\theta}.\overrightarrow{y_2} - m_2.\lambda.\dot{\theta}^2.\overrightarrow{x_2} \\ -(E_2 + a.\lambda.m_2).\ddot{\theta}.\overrightarrow{x_2} - (E_2 + a.\lambda.m_2).\dot{\theta}^2.\overrightarrow{y_2} + (C_2 + \lambda^2.m_2).\ddot{\theta}.\vec{z} \end{Bmatrix}_O$$

Q8 :

$$\{D_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} [-m_1.\ddot{X} - m_1.\dot{\alpha}^2.(d-X)]\overrightarrow{x_1} + [-2.m_1.\dot{\alpha}.\dot{X} + m_1.\ddot{\alpha}.(d-X)]\overrightarrow{y_1} \\ [(B_1 + m_1.(d-X)^2).\ddot{\alpha} + \dot{X}.\dot{\alpha}.m_1.(X-d)]\overrightarrow{z_1} \end{Bmatrix}_C$$

Q9 :

$\{D_{1+3/0}\} = \{D_{1/0}\} + \{D_{3/0}\}$ *AU MEME POINT* !!!

$$\{D_{1+3/0}\} = \begin{Bmatrix} [m_3.h.\dot{\alpha}^2 - m_1.\ddot{X} - m_1.\dot{\alpha}^2.(d-X)]\overrightarrow{x_1} + [-m_3.h.\ddot{\alpha} - m_1.\ddot{\alpha}.(d-X) - 2.m_1.\dot{\alpha}.\dot{X}]\overrightarrow{y_1} \\ [(B_3 + m_3.h^2).\ddot{\alpha} + (B_1 + m_1.(d-X)^2).\ddot{\alpha} + \dot{X}.\dot{\alpha}.m_1.(X-d)]\overrightarrow{z_1} \end{Bmatrix}_C$$

Q10 :

1) On isole {1+3+Fluide} :
   - ➔ BAME : $\{\tau_{2\to 1}\}$; $\{\tau_{0\to 3}\}$
   - ➔ 6 équations pour 7 inconnues
   - ➔ On obtient des informations sur l'orientation des résultantes (portées par $\overrightarrow{x_1}$ et une composante selon $\vec{z}$)

2) On isole {1} :

- BAME : $\{\tau_{2\to1}\}$; $\{\tau_{3\to1}\}$; $\{\tau_{FLuide\to1}\}$
- 6 équations pour 7 inconnues
- 4 inconnues partiellement déterminées avant

3) On isole {2} :
   - BAME : $\{\tau_{1\to2}\}$; $\{\tau_{0\to2}\}$; $\{\tau_{Réceptueur\to2}\}$
   - 6 équations pour 9 inconnues
   - 4 inconnues partiellement déterminées avant

A priori, les deux premiers isolements se feront en C ou B (B est le plus simple car on connaît directement le torseur 2/1 au bon point).

Le dernier isolement se fait en O pour faire apparaître le couple sans faire intervenir $\mathcal{L}_{pivot_{(0/2)}}$.