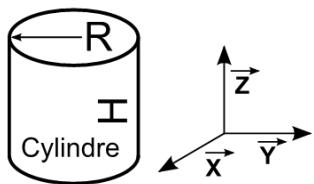


## TD – Vérin hydraulique rotatif

### POINT METHODE :

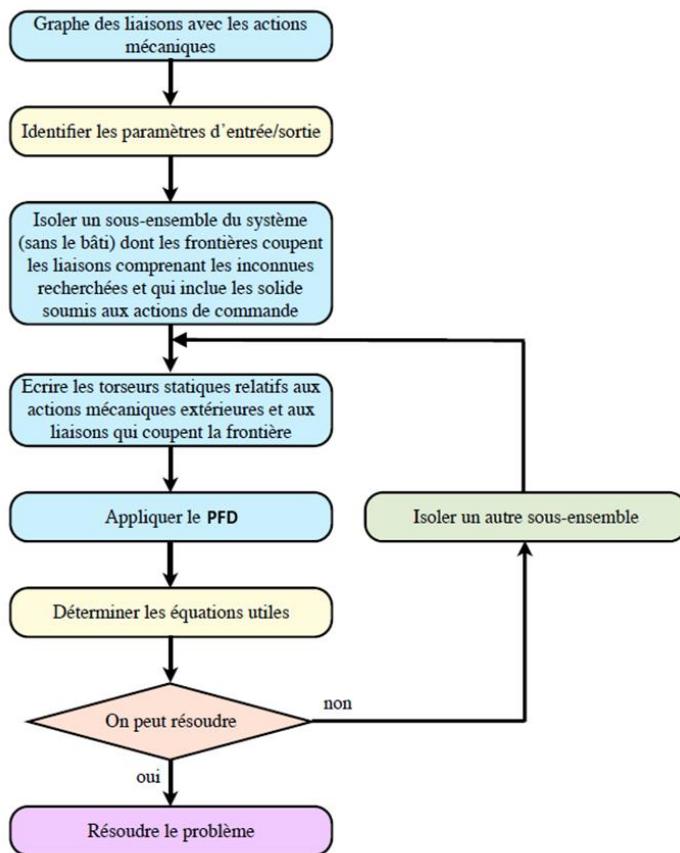
- Forme des matrices d'inertie (**Q1**) :



*Un axe de Révolution ( $Q, \vec{z}$ ) :*

$$A = B \text{ et } D=0 \text{ et } E=0 \text{ et } F=0 \text{ et } A+B=2A \rightarrow \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{Qz}$$

- Stratégie de résolution d'un problème de dynamique (**Q2**) :



- Résolution d'un problème de dynamique (**Q2/Q6/Q10**) :

- **PFD :**

- **TRD :**

$$\overrightarrow{R(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma)} = M_{\Sigma} \overrightarrow{\Gamma(G \in \Sigma / R_g)}$$

- **TMD :**

$$\overrightarrow{M_A(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma)} = \overrightarrow{\delta(A, \Sigma / R_g)}$$

- Théorème de l'Energie Cinétique (TEC) :

$$\frac{d}{dt} E_c(S/R_g) = P(Ext \rightarrow S/R_g) + P_{int}$$

- Energie Cinétique :

$$Ec(S/R_g) = \frac{1}{2} m \left[ \overrightarrow{V(G \in S/R_g)} \right]^2 + \frac{1}{2} \overrightarrow{\Omega_{S/R_g}} \cdot [I_G(S)] \overrightarrow{\Omega_{S/R_g}}$$

Ou

$$Ec(S/R_g) = \frac{1}{2} \{C(S/R_g)\}_Q \otimes \{V(S/R_g)\}_Q$$

- Puissance extérieure :

$$P(Ext \rightarrow S/R_g) = \{\tau(Ext \rightarrow S)\}_A \otimes \{V(S/R_g)\}_A$$

ELEMENTS DE CORRECTION :Q1 :

$$[I_{G_{pa}}(\text{pignon arbré})]_{R_0} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{G_{pa}, R_0}$$

$$[I_{G_{pc}}(\text{piston crémaillère})]_{R_0} = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & B_2 \end{bmatrix}_{G_{pc}, R_0}$$

Q2 :PFD :

$\{1 + 2\} \rightarrow TMD \text{ en } A \text{ ou } O \text{ suivant } \vec{z}$

On obtient une relation entre  $P$  et  $C_r$  et les efforts dans la pivot (supprimés en O) et dans les 2 linéaires annulaires.

$\{2\} \rightarrow TRD \text{ suivant } \vec{x} \text{ et suivant } \vec{y}$

On obtient une relation entre les efforts dans les 2 linéaires annulaires et aussi avec  $P$ .

TEC :

$\{1 + 2\} \rightarrow TEC$

On obtient une relation entre  $P$  et  $C_r$  et les efforts des liaisons entre 2 et 0.

Q3 :

$$\{C_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_{G_1}$$

$$\{C_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m_2 \cdot \dot{X} \cdot \vec{x} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_2}$$

Q4 :

$$E_{c_{1+2}} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{C_1}{R^2} + m_2 \right) \cdot \dot{X}^2 \text{ d'où } M_{eq} = \frac{C_1}{R^2} + m_2 \text{ A.N. } M_{eq} = 85 \text{ kg}$$

Q5 :

$$E_{c_{1+2}} = \frac{1}{2} \cdot (C_1 + m_2 \cdot R^2) \cdot \dot{\theta}^2 \text{ d'où } J_{eq} = C_1 + m_2 \cdot R^2 \text{ A.N. } J_{eq} = 0,07 \text{ kg.m}^2$$

**Q6 :**

$$\frac{dEc_{\{1+2\}}}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2}M_{eq}\dot{X}^2\right)}{dt} = M_{eq}\cdot\dot{X}\cdot\ddot{X}$$

$$P_{ext} = \{\tau_{pression \rightarrow 2}\} \otimes \{v_{2/0}\} + \{\tau_{C_r \rightarrow 1}\} \otimes \{v_{1/0}\} = P.S.\dot{X} - C_r.\dot{\theta}$$

$P_{int} = 0$  (Liaisons parfaites)

$$M_{eq}\cdot\dot{X}\cdot\ddot{X} = P.S.\dot{X} - C_r.\dot{\theta}$$

$$M_{eq}\cdot\ddot{X} = P.S - \frac{C_r}{R}$$

Ici  $C_r = 0$

$$\ddot{X}_{max} = \frac{P_{max}\cdot S}{M_{eq}} = \frac{P_{max}\cdot S}{\frac{C_1}{R^2} + m_2} \quad A.N. \quad \ddot{X}_{max} = 1,9 \text{ m/s}^2 > 1,5 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{CdCF OK}$$

$$\Delta Ec = Ec(t_f) - Ec(0) = \frac{1}{2} \cdot M_{eq} \cdot \dot{X}_{max}^2 - 0 = \int_0^{t_f} P_{ext} = \int_0^{t_f} P_{max} \cdot S \cdot \dot{X} = P_{max} \cdot S \cdot X_{course}$$

$$\dot{X}_{max} = \sqrt{\frac{2 \cdot P_{max} \cdot S \cdot X_{course}}{M_{eq}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot P_{max} \cdot S \cdot X_{course}}{\frac{C_1}{R^2} + m_2}} \quad A.N. \quad \dot{X}_{max} = 2,21 \text{ m/s} > 1 \text{ m/s} \rightarrow \text{CdCF OK}$$

On utilise un coussinet amortisseur pour palier à cette importante accélération et vitesse.

**Q7 :**

$$\text{On a obtenu précédemment } M_{eq}\cdot\ddot{X} = P.S - \frac{C_r}{R}$$

$$\text{Donc } C_{r_{ser}} = M_{eq}\cdot\dot{X}_{max}\cdot R + P_{ser}\cdot S \cdot R = P_{ser}\cdot S \cdot R \quad A.N. \quad C_{r_{ser}} = 66 \text{ N.m}$$

**Q8 :**

$$\ddot{X}_{max} = \left[ \frac{-C_{r_{ser}}}{R} + P_{inter}\cdot S \right] \cdot \frac{1}{M_{eq}} \quad A.N. \quad \ddot{X}_{max} = 4,98 \text{ m/s}^2 > 1,5 \text{ m/s}^2 \rightarrow \text{CdCF OK}$$

L'accélération est encore plus importante lorsque l'on applique un couple récepteur sur note vérin.

**Q9 :**

Les sorties A-1 et A-2 communiquent, ainsi, si la forte pression circule dans C-1, elle circule également dans A-2 et donc dans A-1, aidant le mouvement du piston-crémaillère du bas.

Idem pour B-1 et B-2.

**Q10 :**

$$\{1 + 2 + 2'\} \rightarrow TEC$$

$$C_1 \cdot \dot{\theta} \cdot \ddot{\theta} + 2 \cdot m_2 \cdot \dot{X} \cdot \ddot{X} = 2 \cdot P.S.\dot{X} - C_r.\dot{\theta} \quad \text{donc} \quad \left( \frac{C_1}{R} + 2 \cdot m_2 \right) \cdot \dot{X} = 2 \cdot P.S - \frac{C_r}{R}$$