

Travaux Pratiques – DYNAMIQUE DU SOLIDE

Cordeuse de raquette



Objectifs du TP

L'objectif de ce TP est d'élaborer et de valider un modèle comportemental de la chaîne fonctionnelle de mise en tension de la corde.

1 – Mise en situation et description

L'asservissement en tension des brins de cordage réalisé par cette machine présente des performances conformes aux exigences du cahier des charges grâce à l'implantation d'un correcteur complexe de type "prédictif".

La détermination des paramètres de réglage d'un correcteur prédictif ne peut être engagée qu'après :

- Une modélisation des comportements dynamiques des composants matériels de l'asservissement, et des perturbations que cet asservissement est amené à subir.
- Une définition de l'ensemble des relations de causalité à considérer.
- Une validation du modèle comportemental global qui en résulte, représenté pour ce qui nous concerne sous la forme d'un schéma-bloc.

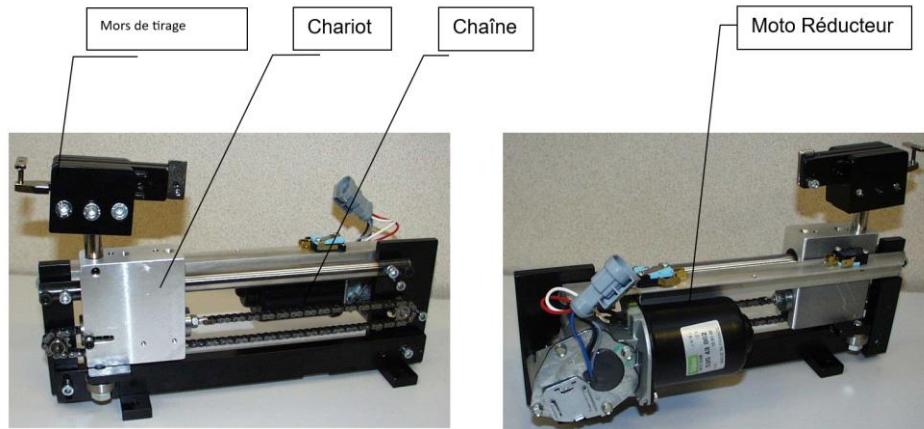
Le travail à réaliser concerne la modélisation des comportements dynamiques de la plupart des composants de cette chaîne fonctionnelle, l'élaboration d'un schéma-bloc minimal simulable numériquement et l'identification de grandeurs mécaniques caractéristiques inconnues.

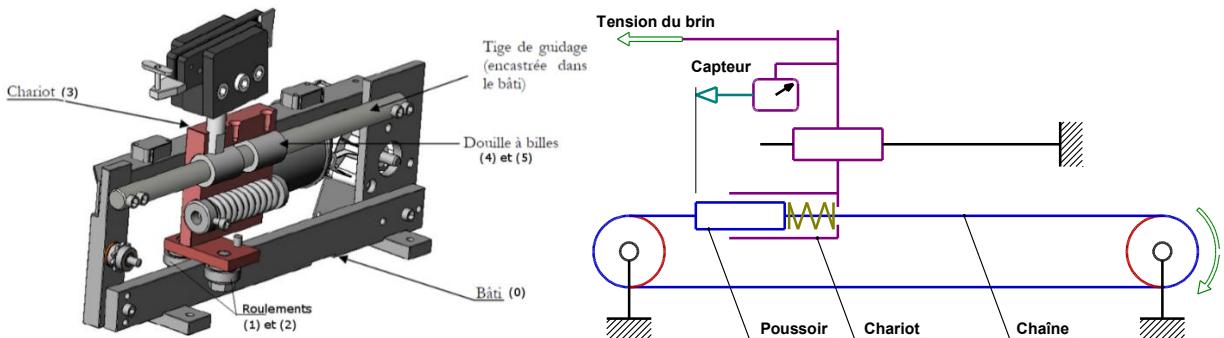
2 – Analyse de la structure et mesure

La structure de la machine est expliquée dans le **DOSSIER RESSOURCES**.

La partie opérative du dispositif de mise sous tension est principalement constituée du chariot lié au mors de tirage et guidé en translation par rapport au carter de la machine, d'un moto-réducteur standard (actionneur d'essuie-glace) et d'une transmission par chaîne.

La partie opérative du dispositif de mise sous tension est principalement constituée du chariot lié au mors de tirage et guidé en translation par rapport au carter de la machine, d'un moto-réducteur standard (actionneur d'essuie-glace) et d'une transmission par chaîne.





Expliquer le principe de la mesure de la tension du brin de corde



Réaliser une acquisition à vide (c'est-à-dire sans corde) et afficher sur la même courbe la vitesse de déplacement du mors de chariot et la vitesse en sortie du réducteur, en fonction du temps.



En déduire le rayon de la poulie motrice. Vérifier la valeur avec celle fournie dans le **DOSSIER TECHNIQUE**. Quantifier et expliquer les écarts éventuels entre la valeur du constructeur et celle déterminée expérimentalement.

Remarque: Il est également possible de tracer la vitesse de déplacement du mors de chariot en fonction de la vitesse en sortie du réducteur

Le dispositif de transmission de puissance à la chaîne peut présenter un caractère d'irréversibilité du fait de l'utilisation d'un système "roue – vis sans fin".



Mettre en place un protocole simple et le réaliser pour montrer le caractère réversible ou irréversible de cette transmission.

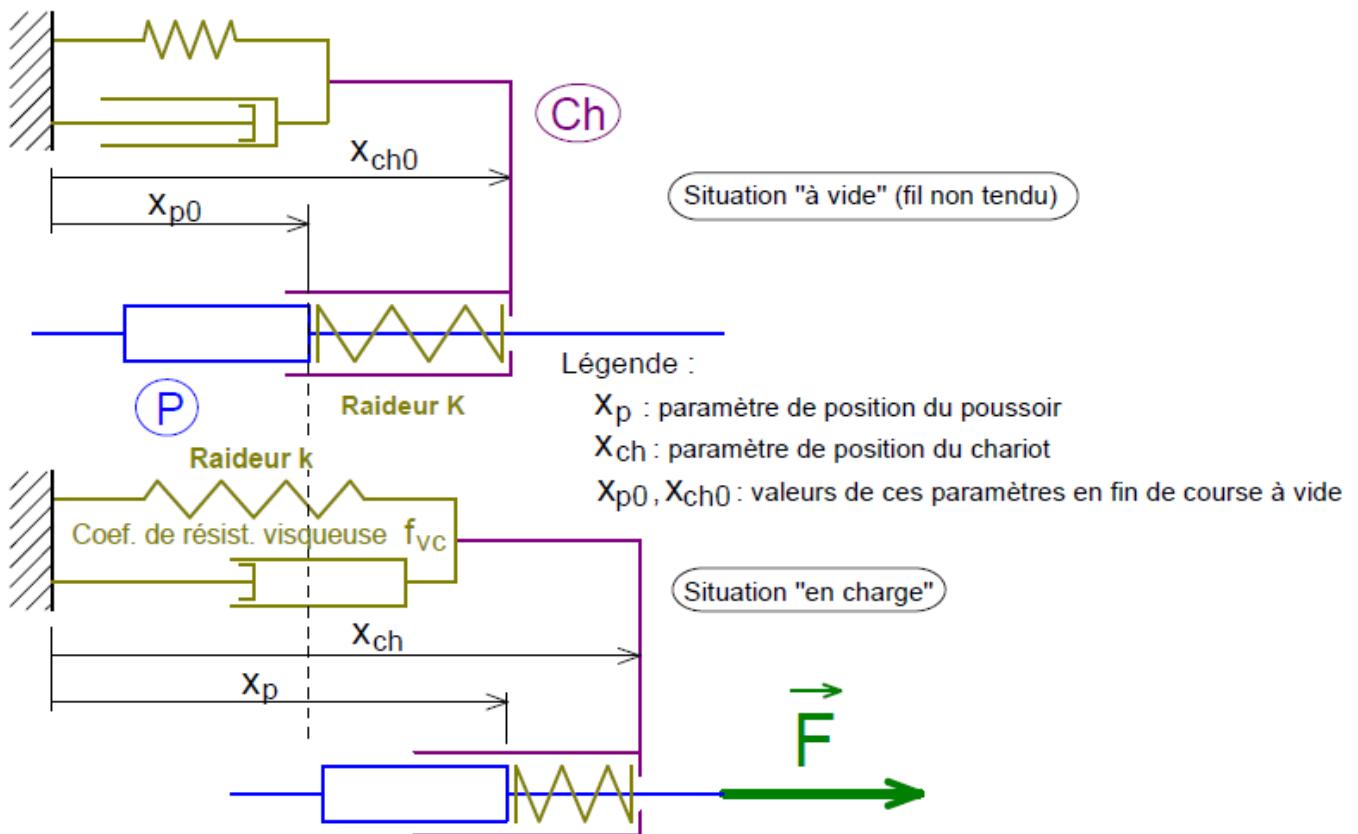
3 – Etude préliminaire à la modélisation du comportement dynamique du chariot porte mors de serrage

La modélisation complète du système en charge nécessite de connaître le comportement dynamique du chariot en charge.

La position instantanée du chariot qui porte le mors de serrage résulte de la mise en relation :

- de l'action motrice développée par le ressort déplacé par le poussoir entraîné par la chaîne.
- de la tension du cordage.
- des effets mécaniques induits par l'inertie du chariot.

Le schéma suivant définit le modèle d'étude et certaines des grandeurs à considérer.



X_{p0} et X_{ch0} définissent les positions absolues du **poussoir** et du **chariot** à l'instant de début de mise en tension du cordage (valeurs de ces paramètres en fin de course à vide).

On note :

- $x_p = X_p - X_{p0}$ la **position relative du poussoir** / sa position absolue au terme du déplacement à vide.
- $x_{ch} = X_{ch} - X_{ch0}$ la **position relative du chariot** / sa position au terme du déplacement à vide.

Hypothèse :

- Le chariot et le mors de serrage constitue un solide indéformable noté **Ch**

Données :

- Masse du chariot et du mors de serrage : $M = 1 \text{ kg}$
- Capteur d'effort : raideur du ressort : $K = 27 \text{ N/mm}$
- Cordage : raideur : $k = 4,2 \text{ N/mm}$
- Coefficient de résistance visqueuse : $f_{vc} = 50 \text{ N/m.s}^{-1}$



Définir et mettre en place un protocole permettant de vérifier la raideur du ressort du capteur d'effort.



Après avoir fait l'inventaire des actions mécaniques extérieures, appliquer le Théorème de la Résultante Dynamique au chariot en charge. Etablir l'équation différentielle du mouvement de ce mobile.



Etablir sous forme canonique la fonction de transfert $\frac{X_{ch}(p)}{X_p(p)}$ où $X_{ch}(p) = \mathcal{L}[x_{ch}(t)]$ et $X_p(p) = \mathcal{L}[x_p(t)]$ et identifier ses paramètres caractéristiques.

4 – Modélisation dynamique de l'ensemble “actionneur – transmetteur”

Détermination du rapport de réduction global

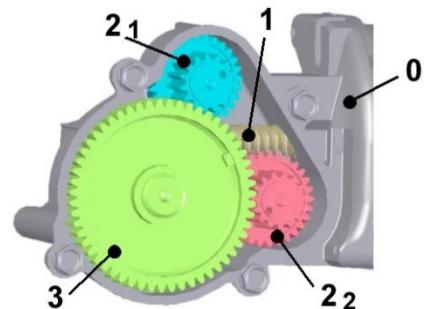
Cet ensemble se compose d'un moto-réducteur et d'une transmission à pignons et chaîne. Le moto-réducteur retenu est un produit initialement développé et optimisé pour satisfaire aux besoins d'essuyage des pare-brises des véhicules automobiles. Il comprend :

- **Un moteur électrique à courant continu :**

Les équations du moteur à courant continu sont à consulter dans le **DOSSIER RESSOURCES**.

Caractéristiques du moteur :

Résistance de l'induit	2 Ω
Inductance de l'induit	10 ⁻³ H
Constante de couple	0,032 N.m/A
Facteur de pertes magnétiques	4.10 ⁻⁵ W.rad ⁻² s ²



- **Un réducteur :** il présente 2 étages de réduction (figure ci-contre) :
 - Un système “roues – vis sans fin” (2₁,2₂) - (1) : vis à 2 filets solidaire du rotor du moteur, roues 2₁ et 2₂ entraînées en parallèle : Z₂₁ = Z₂₂ = 29 dents ;
 - Les engrènements entre les pignons à denture droite 2₁, 2₂ et 3 : Z' 2₁ = Z' 2₂ = 15 ; Z₃ = 55 dents.

Le moment d'inertie des éléments mobiles du moto-réducteur, rapporté à son axe de sortie est $J_r = 0,05 \text{ Kg.m}^2$.

- **L'ensemble “pignons – chaîne” :**

- Pignons : D_p = 20 mm ; Z_p = 10 dents.
- Masse de la chaîne et du poussoir : 0,3 kg.
- Masse du mors de tirage : 1kg.



Etablir théoriquement le rapport de transmission du réducteur $\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{vis/0}}$ et en déduire le rapport de réduction complet reliant la vitesse de translation du chariot à la vitesse de rotation du moteur.



Réaliser une acquisition pour mesurer le rapport de transmission du réducteur.



Comparer les valeurs obtenues et discuter des éventuels écarts ainsi que de la source de ces écarts.



Quel est l'avantage d'une telle solution vis à vis du guidage de la vis ?



La double transmission roue et vis sans fin aura-t-elle une influence sur le rapport de réduction ?

Détermination de la loi de mouvement

On formule l'hypothèse que la force d'inertie du chariot Ch est négligeable (hypothèse à valider ou invalider par la suite).

On se propose dans un premier temps de rapporter à l'axe du moteur :

- l'inertie de l'ensemble des masses entraînées
- les efforts résistants générés par les frottements secs et visqueux, qui se manifestent à tous les niveaux de la chaîne mécanique de transmission de la puissance au chariot porte mors de serrage



En négligeant dans un premier temps l'inertie de la chaîne, du poussoir et du chariot avec le mors de serrage, déterminer le moment d'inertie équivalent $J_{mot-red}$ des masses mobiles du moto-réducteur (moment d'inertie du moto-réducteur rapporté sur l'axe du rotor).

Pour cette étude, on fait l'hypothèse simplificatrice que le capteur de force intégré au système (ressort entre le chariot et le poussoir) ne perturbe pas le fonctionnement du système.

On suppose donc que l'ensemble constitué du chariot et du poussoir est indéformable, donc que les variations de ΔL sont négligeables.

On note :

- M masse des pièces en translation (③ + ④ + ⑤)
- J_r moment d'inertie des pièces en rotation ramené sur l'axe de sortie du motoréducteur
- R rayon primitif de la roue à chaîne
- $r = \omega_{red}/\omega_m$ le rapport de vitesse du réducteur
- C et ω_{red} le moment du couple et la vitesse angulaire en sortie du motoréducteur
- C_m et ω_m le moment du couple et la vitesse angulaire du moteur
- $f_{visqueux}$ = coefficient de frottement visqueux relatif au mouvement de translation du chariot
- x = position du poussoir et V vitesse de translation du poussoir
- F action de la corde sur le chariot, la corde étant modélisée par un ressort de raideur K ($F = K.x$)



Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble des pièces en mouvement.



Déterminer l'équation différentielle du mouvement vérifiée par la vitesse V .



Discuter l'hypothèse formulée : "la force d'inertie du chariot Ch est négligeable".



Transposer cette équation dans le domaine de Laplace dans les conditions de Heaviside.

5 – Détermination expérimentale du couple de frottement

Pour rendre possible différentes opérations d'étalonnage, la commande de la machine à corder propose des cycles de déplacement à vitesse régulée dans le sens de la mise en tension du cordage.

La touche **V** du pupitre permet de sélectionner l'un des 3 cycles de déplacement proposés (repéré 1, 2 ou 3 en bas à gauche de l'afficheur).



Réaliser 3 acquisitions (une pour chaque vitesse de déplacement du chariot) lors d'un cycle de déplacement aller-retour à vide préalablement sélectionné (aucune consigne d'effort n'étant fixée).



A partir des mesures précédentes, déterminer le couple résistant “à vide” à la rotation du moteur.

Remarque : On pourra utiliser les propriétés du moteur à courant continu présentes dans le **DOSSIER RESSOURCES**.

La puissance électrique consommée par le moteur est dissipée sous forme de pertes Joules et magnétique dans le moteur, et par les pertes par frottements dans l'ensemble de la chaîne mécanique.

En fonctionnement à vide, on peut écrire : $P_{consommée} = P_{Joules} + P_{magnétique} + P_{Frottement}$

avec : $P_{magnétique} = f_m \cdot \omega_m^2$ et $f_m = \text{facteur de perte magnétique}$.

Le couple de frottement peut être modélisé par : $C_{r0} = f_{visqueux} \cdot \omega + f_{sec}$



Remplir le fichier Excel « *CORDEUSE Couple résistant à vide ELEVES* » avec les différentes grandeurs mesurées lors des essais précédents.



Calculer $P_{consommée}$, P_{Joules} , $P_{magnétique}$, ω_m .

Remarque : Pour le calcul de ω_m , il pourra être utile d'utiliser le calcul du rapport de réduction global de la partie précédente.



En déduire $P_{Frottement}$ puis C_{r0} .



Proposer une modélisation du couple résistant “à vide” rapporté à l’axe du rotor, c’est à dire une équation (loi affine) donnant le couple de frottement en fonction de la vitesse de rotation du moteur.



En déduire les valeurs de $f_{visqueux}$ et f_{sec} .

Un modèle Scilab/Xcos du comportement dynamique du dispositif de mise en tension est partiellement défini dans le fichier “**CORDEUSE Comportement à vide ELEVES.xcos**”

Notations utilisées pour les grandeurs “de sortie” :

- U_m : tension appliquée aux bornes du circuit d’induit.
- I : intensité parcourant le circuit d’induit.
- V : vitesse de déplacement du chariot.
- T : tension sur le brin de cordage.



Dans l’onglet “Simulation” puis “Modifier le contexte” :

- Vérifier les valeurs des caractéristiques du moteur (R et L)
- Vérifier les valeurs des constantes K_t et K_e
- Justifier la valeur de R_t



Compléter le schéma bloc pour prendre en compte le couple de frottement déterminé précédemment.



Réaliser une simulation et comparer les valeurs obtenues par simulation avec celles mesurées par l'équipe EXP.



Rajouter la fonction de transfert $\frac{X_{ch}(p)}{X_p(p)}$ déterminée précédemment et l'insérer correctement dans le schéma bloc.



Rajouter la loi de mouvement déterminée précédemment et l'insérer correctement dans le schéma bloc.

6 – Validation



L'objectif pour le groupe est de comparer, pour la tension de la corde et la vitesse du mors de serrage, les résultats des mesures expérimentales avec les valeurs données par les calculs analytiques et la simulation numérique. Calculer les écarts et estimer d'où ils peuvent provenir.

