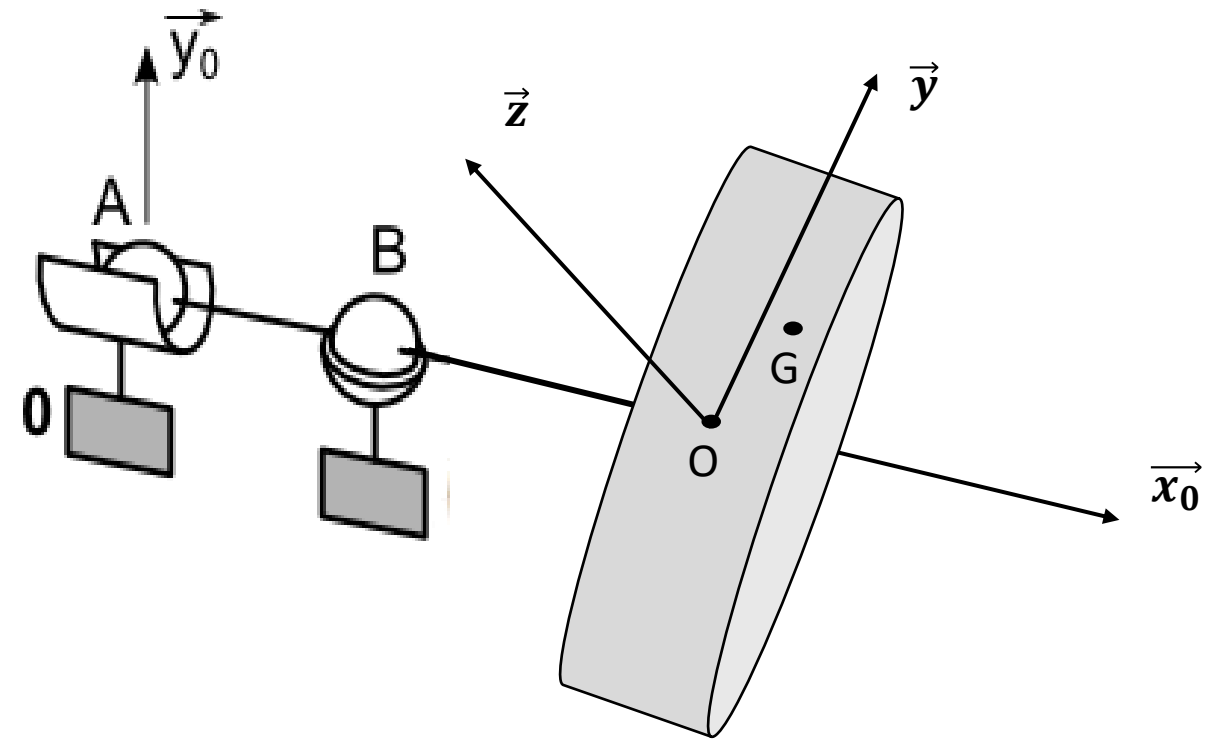


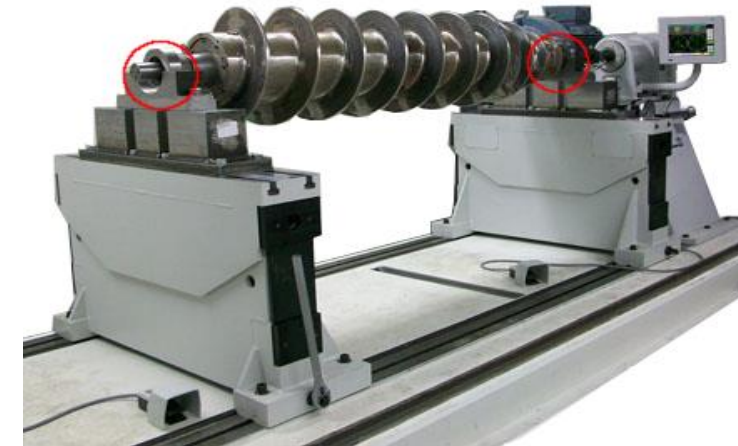
# Equilibrage



# Problème général

L'équilibrage des arbres tournant → Eliminer les vibrations et les sollicitations cycliques associées à une mauvaise répartition des masses autour de l'axe de rotation.

Sollicitations périodiques → Rupture d'une pièce (arbre, pallier de guidage ...) après un certain nombre de cycles → Phénomène de fatigue.



# Définition de l'équilibre

## Equilibrage Statique

En l'absence d'actionneur, le solide abandonné au repos dans une position quelconque reste dans cette position :

**⇒ Le solide reste en équilibre quelle que soit sa position angulaire.**

# Définition de l'équilibrage

## Equilibrage Dynamique

En régime permanent (vitesse de rotation constante), les actions de liaison associées au guidage en rotation du solide sont indépendantes du temps :

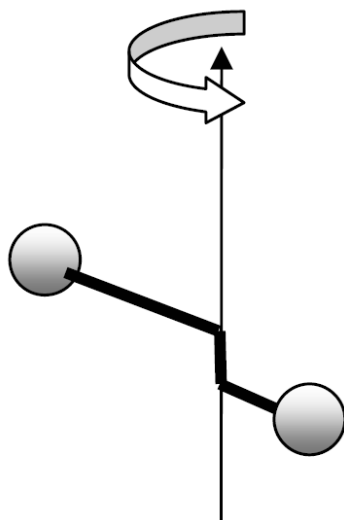
⇒ **Les composantes du torseur de liaison sont indépendantes de la position angulaire du solide.**

Remarque : On se place en régime permanent pour faciliter les calculs, mais les conditions obtenues en régime transitoires sont identiques.

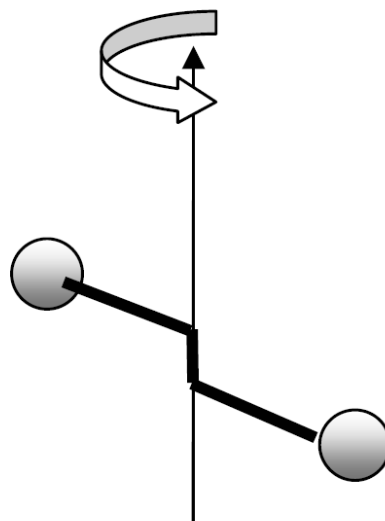
# Définition de l'équilibre

## Résumé équilibre Statique et Dynamique

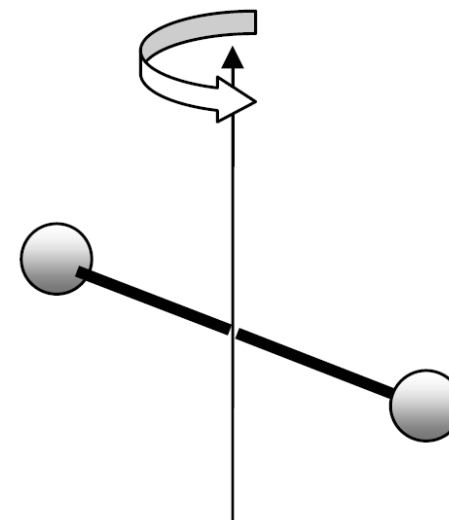
Illustration avec 2 masses ponctuelles



Les 2 masses ne sont pas à la même distance de l'axe de rotation : on n'a ni l'équilibre statique, ni l'équilibre dynamique



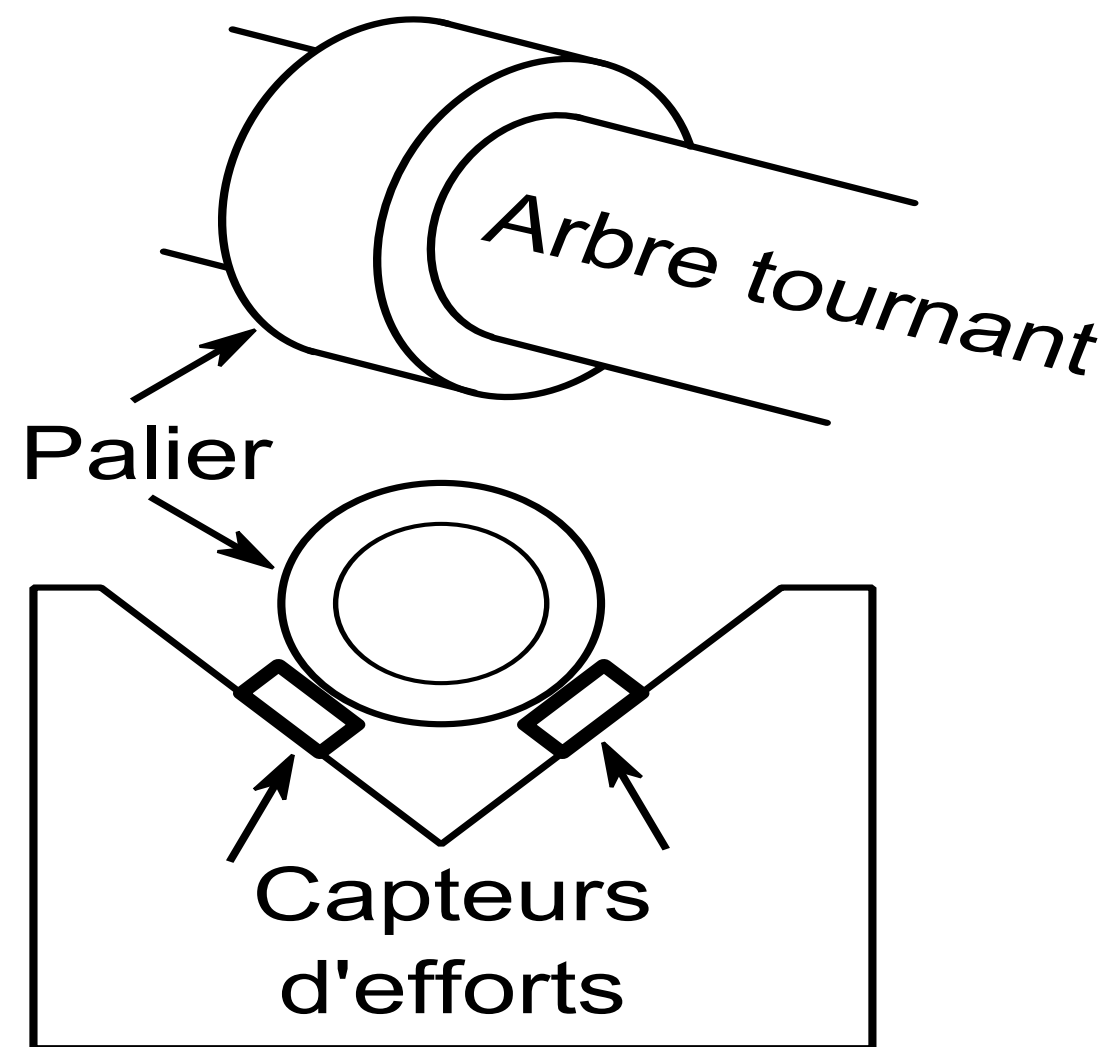
Les 2 masses sont à la même distance de l'axe : on a réalisé l'équilibre statique



Les 2 masses sont en face l'une de l'autre : on a réalisé l'équilibre dynamique

# Principe de mesure sur une équilibreuse

Une des méthodes les plus simples consiste à monter l'arbre à équilibrer sur deux paliers courts qui le guident en rotation sans frottement (roulements par exemple).



# Principe de mesure sur une équilibreuse



En équilibrant → Vérifie l'écart entre l'axe d'inertie et l'axe de rotation.



# Equilibrage par ajout ou enlèvement de matière

*Embiellage de cyclomoteur.*

*Masselottes d'équilibrage de roue*



*Roue équilibrée  
par masselotte ajoutée*



*Deux trous obturés par des bouchons  
en plastiques (masse volumique  
moins importante que l'acier) « compensent »  
la masse de l'axe de la tête de bielle.*



*Encoches usinées  
permettant de réaliser  
l'équilibrage statique  
et dynamique du rotor*



*Enlèvement de matière par perçage  
sur un vilebrequin de moteur automobile*





# Modélisation du problème

## Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton

***L'objectif de cette partie est d'étudier dynamiquement l'équilibrage de la turbine.***

Il est nécessaire d'équilibrer statiquement puis dynamiquement la roue Pelton ainsi que son arbre.

Cette étape est indispensable afin d'éviter toute vibration au cours du fonctionnement.

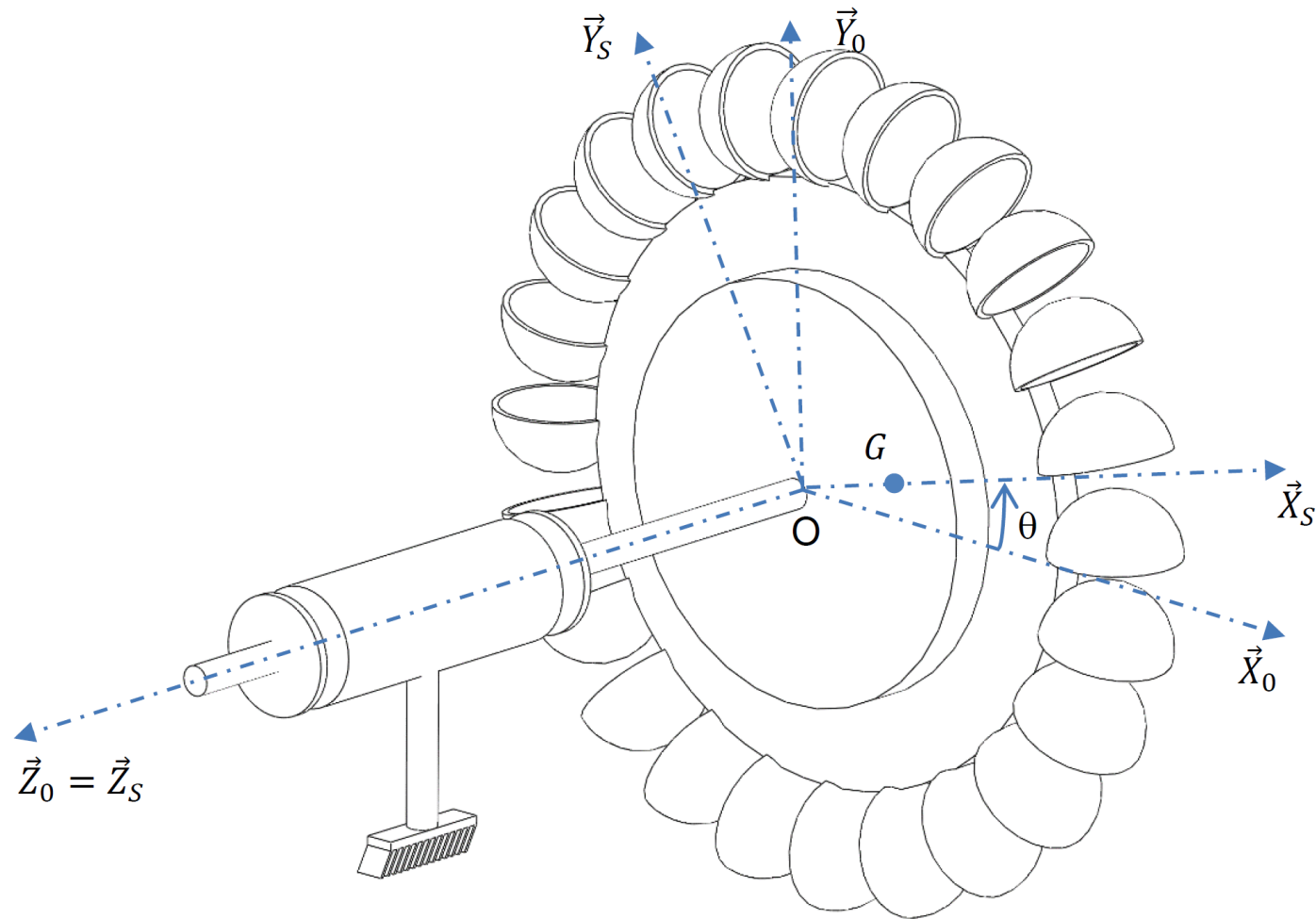
Les vibrations → nuisances sonores + usure prématurée des roulements.

La technologie d'équilibrage → Enlèvement de la matière par usinage.



# Modélisation du problème

## Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton



# Modélisation du problème

## Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton

### Notations :

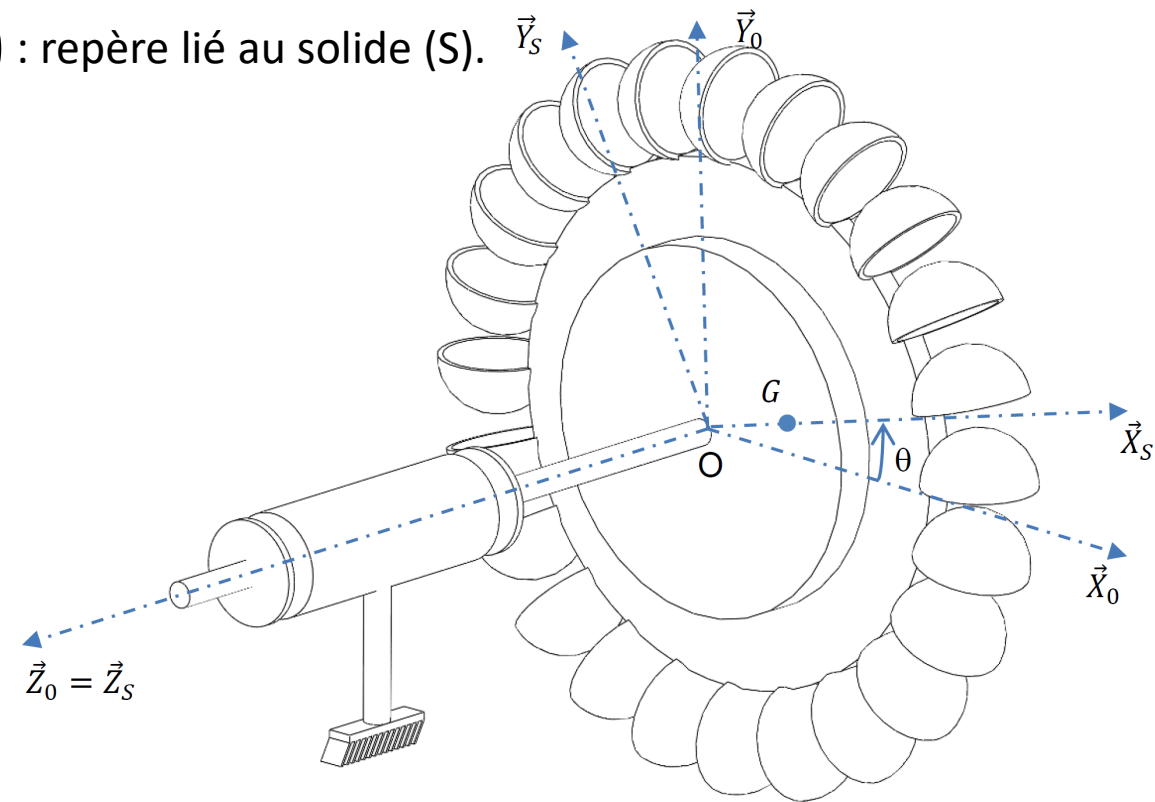
$R_0 (O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$  : repère galiléen lié au bâti.       $R_S (O, \vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)$  : repère lié au solide (S).

$$(\vec{X}_0, \vec{X}_S) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_S) = \theta$$

Le centre d'inertie de (S) est situé au point G tel que  $\vec{OG} = a \cdot \vec{X}_S$

La matrice d'inertie du solide (S) au point O

dans le repère  $R_S$  est  $[I_O(S)] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(\vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)}$



# Modélisation du problème

## Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton

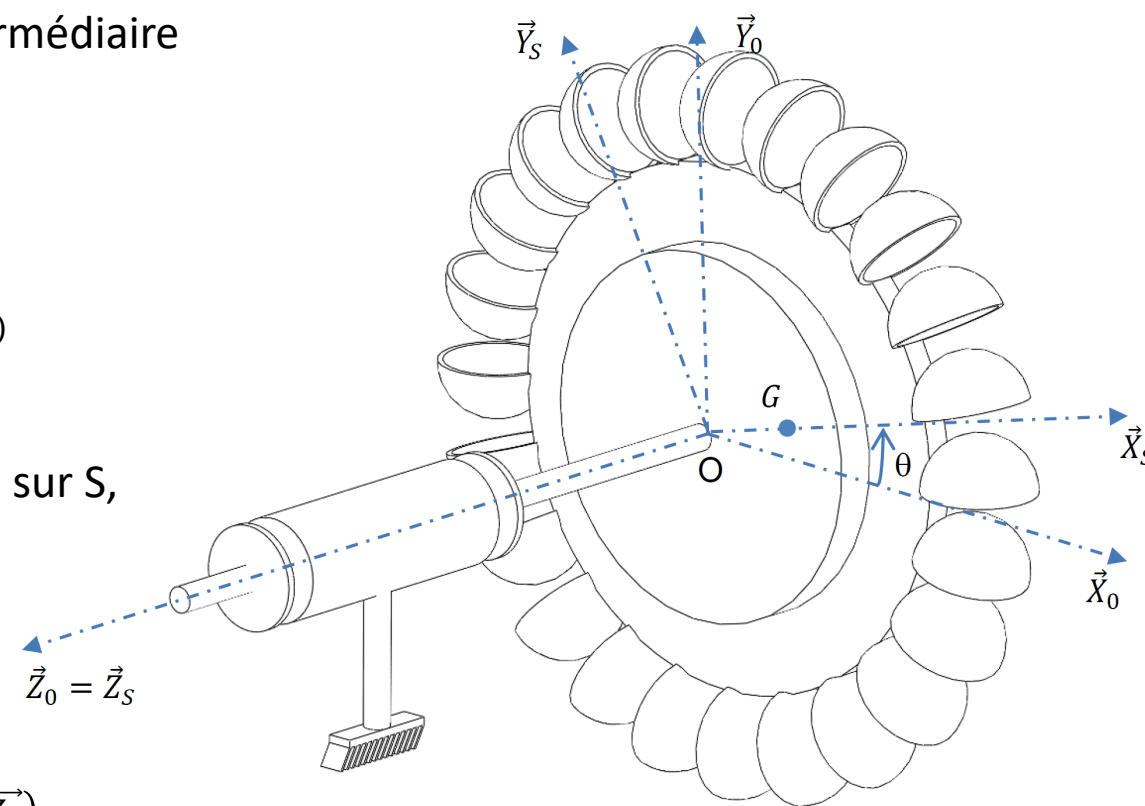
### Notations :

Le torseur des actions mécaniques du bâti exercé sur (S) par l'intermédiaire de la liaison pivot est :

$$\{\tau(B\hat{a}t\hat{i} \rightarrow S)\} = \begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{pmatrix}_{O, (\vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)}$$

On regroupe le reste des actions mécaniques extérieures exercées sur S, supposées connues, sous la forme :

$$\{\tau(\bar{S} \rightarrow S)\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -Mg & 0 \\ 0 & C_m \end{pmatrix}_{G, (\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)}$$



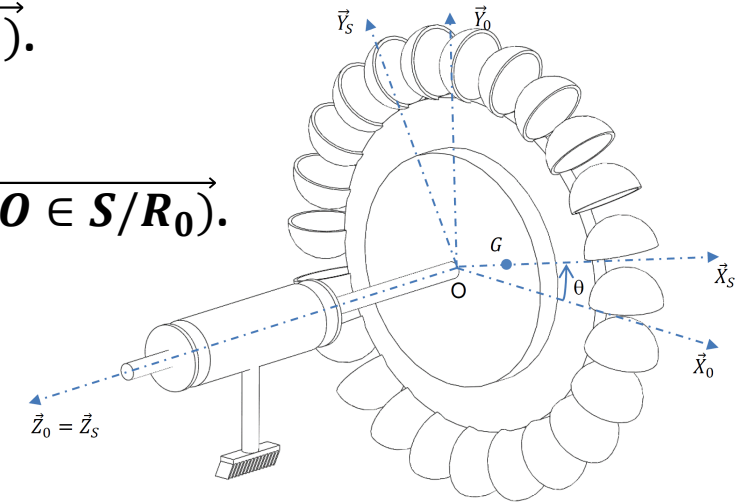
# Modélisation du problème

## Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton

Déterminer l'accélération du point G appartenant à S par rapport à  $R_0$  :  $\overrightarrow{\Gamma(G \in S/R_0)}$ .

Déterminer le moment dynamique du point O appartenant à S par rapport à  $R_0$  :  $\overrightarrow{\delta(O \in S/R_0)}$ .

Déterminer  $\{\tau(B\hat{a}ti \rightarrow S)\} = \begin{pmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & 0 \end{pmatrix}_{O,(\vec{X}_S, \vec{Y}_S, \vec{Z}_S)}$



La turbine est équilibrée si les composantes de  $\{\tau(B\hat{a}ti \rightarrow S)\}$  sont indépendantes des effets dynamiques.

En déduire les conditions d'équilibrage, propres à la répartition des masses de la turbine, nécessaires à l'équilibrage.

*Équilibrer la turbine consiste, par enlèvement de matière (soit une masselotte de masse négative), à réaliser les conditions précédentes.*

# Modélisation du problème

## Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton

### Equilibrage avec une masselotte

Nouveau système  $(S') = (S) \cup (S_1)$ .

$G'$  centre d'inertie de  $(S')$

$D'$  et  $E'$  ses produits d'inertie

Masse de  $(S_1)$  :  $m_1$

Coordonnées de  $(S_1)$  :  $M_1 (x_1, y_1, z_1)$  dans  $R_S$

**Montrer que l'équilibrage à une masselotte n'est possible que si  $D = 0$ .**

*Cette solution n'étant pas satisfaisante, on se propose d'utiliser deux masselottes.*

# Modélisation du problème

## Etude de l'équilibrage d'une turbine Pelton

### Equilibrage avec deux masselottes

Nouveau système  $(S') = (S) \cup (S_1) \cup (S_2)$ .

$G'$  centre d'inertie de  $(S')$

$D'$  et  $E'$  ses produits d'inertie

Masse  $(S_1)$  :  $m_1$

Masse  $(S_2)$  :  $m_2$

Coordonnées de  $(S_1)$  :  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  dans  $R_S$

Coordonnées de  $(S_2)$  :  $M_2(x_2, y_2, z_2)$  dans  $R_S$

Les paramètres  $r_1, r_2, z_1, z_2$  sont imposés :

$r_1 = r_2 = r$  et  $z_2 = e$  et  $z_1 = 0$ .

**Déterminer  $m_1, m_2, \theta_1$  et  $\theta_2$  pour que l'ensemble {turbine + masselottes} soit équilibré dynamiquement.**

