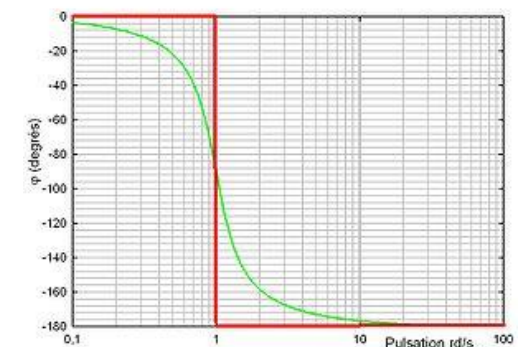
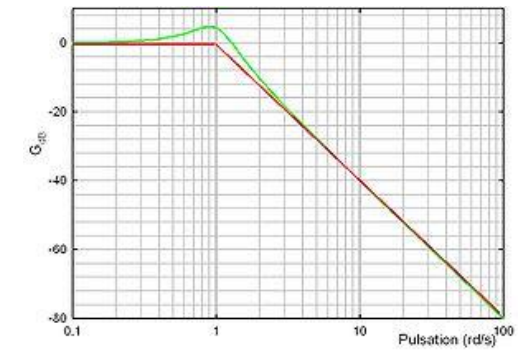
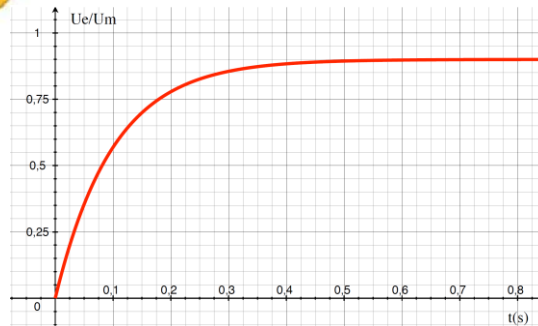
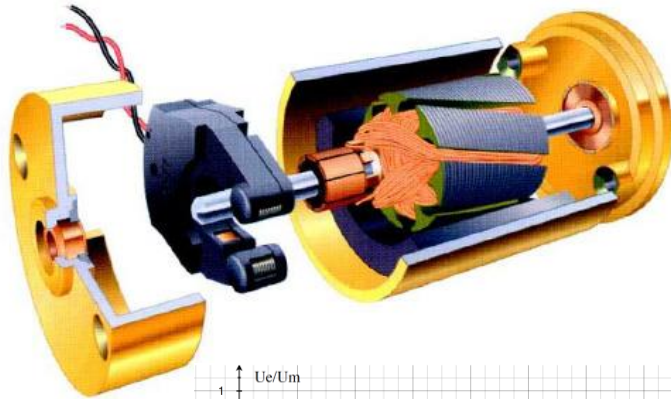
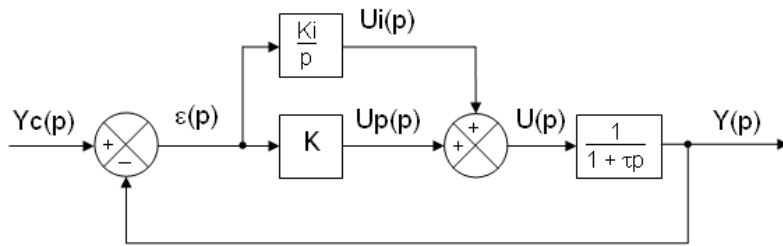


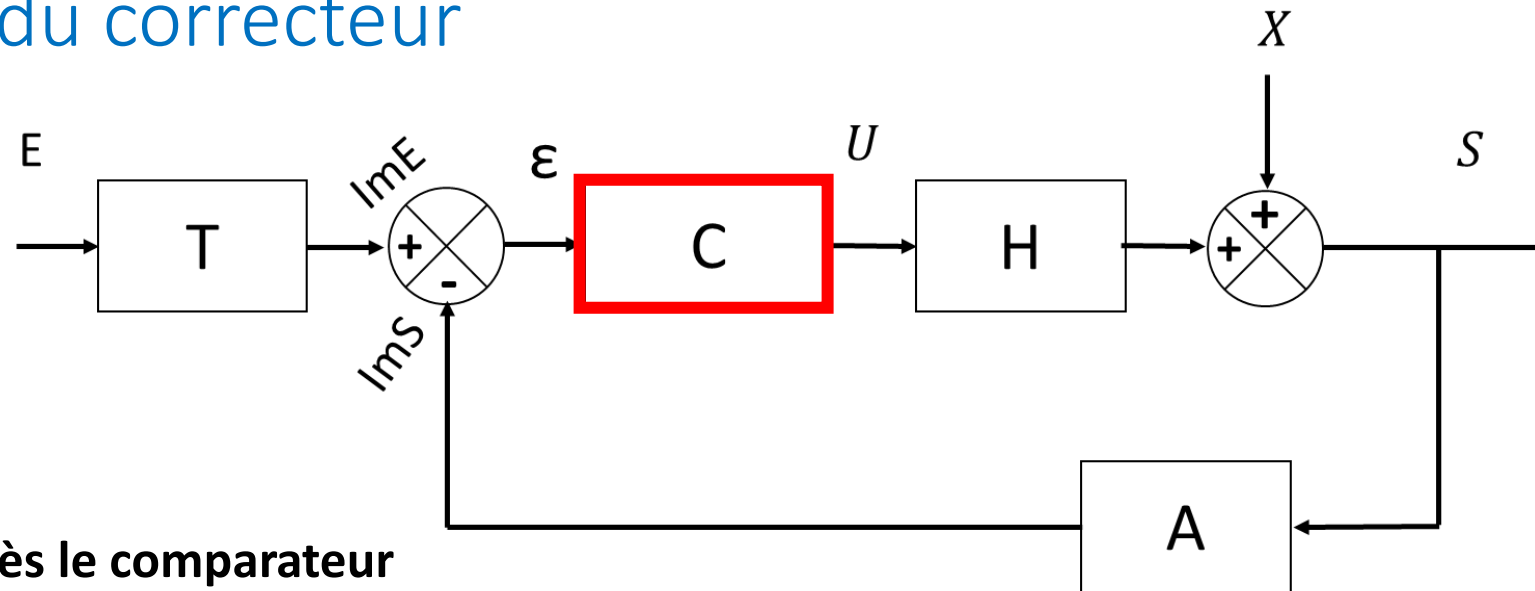
ASSERVISSEMENT

Correction



Implantation et rôle du correcteur

La place du correcteur



Correcteur → Après le comparateur

Entrée du correcteur = Signal d'écart issu du comparateur

Sortie du correcteur = Signal de commande.

Le correcteur inclut ou non un amplificateur

Remarque : Le gain du correcteur peut avoir une unité

Implantation et rôle du correcteur

Remarques

Multiples possibilités d'implantation :

SEULE LA BOUCLE EXTERNE impose une condition entre le gain de la chaîne d'acquisition et celui du transducteur.

Correcteurs :

- Filtres (→ Physique) : Signal **analogique**
- Intégrés à la carte de commande : **correcteurs numériques** + convertisseurs (CAN et CNA)

Systeme numerique \approx Systeme analogique $\leftrightarrow T_{\text{échantillonnage}} \ll \tau_{\text{systeme}}$

Implantation et rôle du correcteur

Remarques

- Système = **rapide** → **Bande passante** est grande
- Système = **précis** → **Gain statique** de la FTBO est grand
- Système = bien **amorti** → **Marge de stabilité** (marge de gain et marge de phase) est grande

Compensation des systèmes bouclés → délicate → compromis

- L'amélioration de la précision tend souvent à rendre le système instable.
- L'amélioration de la stabilité tend souvent à rendre le système moins rapide.
- ...

Implantation et rôle du correcteur

Le rôle du correcteur

TOUS LES REGLAGES VISENT A OBTENIR DES QUALITES POUR LA BF

Correcteur → modifier la réponse du système → répondre au CdCF

Implantation et rôle du correcteur

Le rôle du correcteur

Influence sur la précision de la réponse en BF

Erreur (statique, dynamique ...) \rightarrow fonction du gain statique et de la classe de la BO

**Le correcteur modifie la CLASSE et le GAIN statique de la BO.
La précision augmente avec la classe et le gain statique de la BO.**

- BO EN RETOUR UNITAIRE \rightarrow **Tableau d'écart**
- BF \rightarrow sortie = f(entrée) + passage à la limite (théorème valeur finale)

Implantation et rôle du correcteur

Le rôle du correcteur

Influence sur la stabilité de la réponse en BF

Le correcteur, modifie le GAIN STATIQUE et l'ALLURE des diagrammes de gain et de phase de la BO. Ces modifications combinées permettent de régler les marges souhaitées afin d'obtenir une BF stable. Lorsque le gain statique et/ou la classe augmentent, la stabilité et les marges diminuent.

- **BO** : graphiquement ou analytiquement (point critique)
- **BF** : pôles du dénominateur (partie réelle < 0)

Implantation et rôle du correcteur

Le rôle du correcteur

Influence sur la rapidité de la réponse en BF

Le correcteur modifie le GAIN STATIQUE de la BO. Lorsque le gain statique de la BO augmente, le temps de montée diminue et la bande passante augmente.

Attention : temps de réponse \neq temps de montée.

En général, l'augmentation de la classe réduit la bande passante.

Remarque : Bouclage \rightarrow augmente la rapidité.

Implantation et rôle du correcteur

Le rôle du correcteur

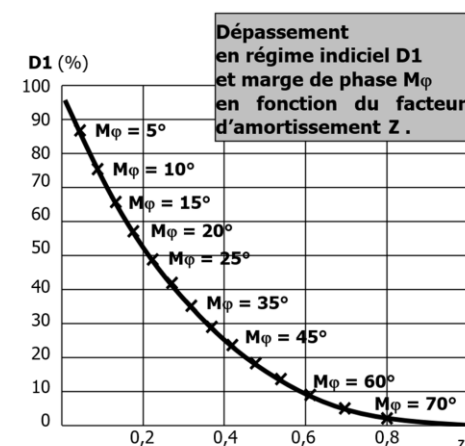
Influence sur le dépassement de la réponse en BF

Il augmente avec le GAIN STATIQUE de la BO (si ordre ≥ 2)

**Il peut augmenter aussi avec l'importance des zéros
(constantes de temps élevées au numérateur)**

Dépassement \rightarrow Critère de stabilité et/ou de rapidité

Réglage classique ($M_\varphi = 45^\circ$) $\rightarrow D_1 \approx 20\%$



Réglages : BF(p) assimilable à un 2nd ordre

Réglage du gain statique (de la BF ou de la BO)

→ Précision

BO de classe 0 : $K_{BF} = \frac{K_{BO}}{1+K_{BO}}$

BO de classe 1 : $K_{BF} = 1$

K_{BO} → facteur d'amortissement et la pulsation propre de la BF (dépassement et rapidité)

Réglages : BF(p) assimilable à un 2nd ordre

Réglage du facteur d'amortissement en BF

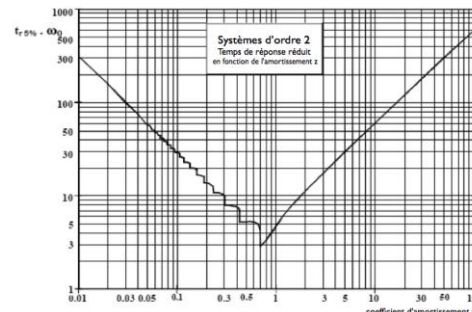
→ Rapidité et Dépassement

Réglage → Facteur d'amortissement en BF → limiter → résonance (fréquentiel) / dépassement (temporel) / temps de réponse (temporel)

$$D_1 = e^{\frac{-z\pi}{\sqrt{1-z^2}}} \text{ au temps de pic de } T_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$$

$$M_{dB} = GdB(\omega_r) = 20 \log \left(\frac{1}{2z\sqrt{1-z^2}} \right) \text{ à la pulsation de résonance : } \omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2z^2}$$

→ Le temps de réponse → Abaque $tr_{5\%} \cdot \omega_0(z)$



Réglages : BF(p) assimilable à un 2nd ordre

Réglage des marges en BO

Réglage de la marge de gain :

6 dB < Marge Gain < 12 dB

Classiquement : MG = 10 dB

30° < Marge Phase < 60°

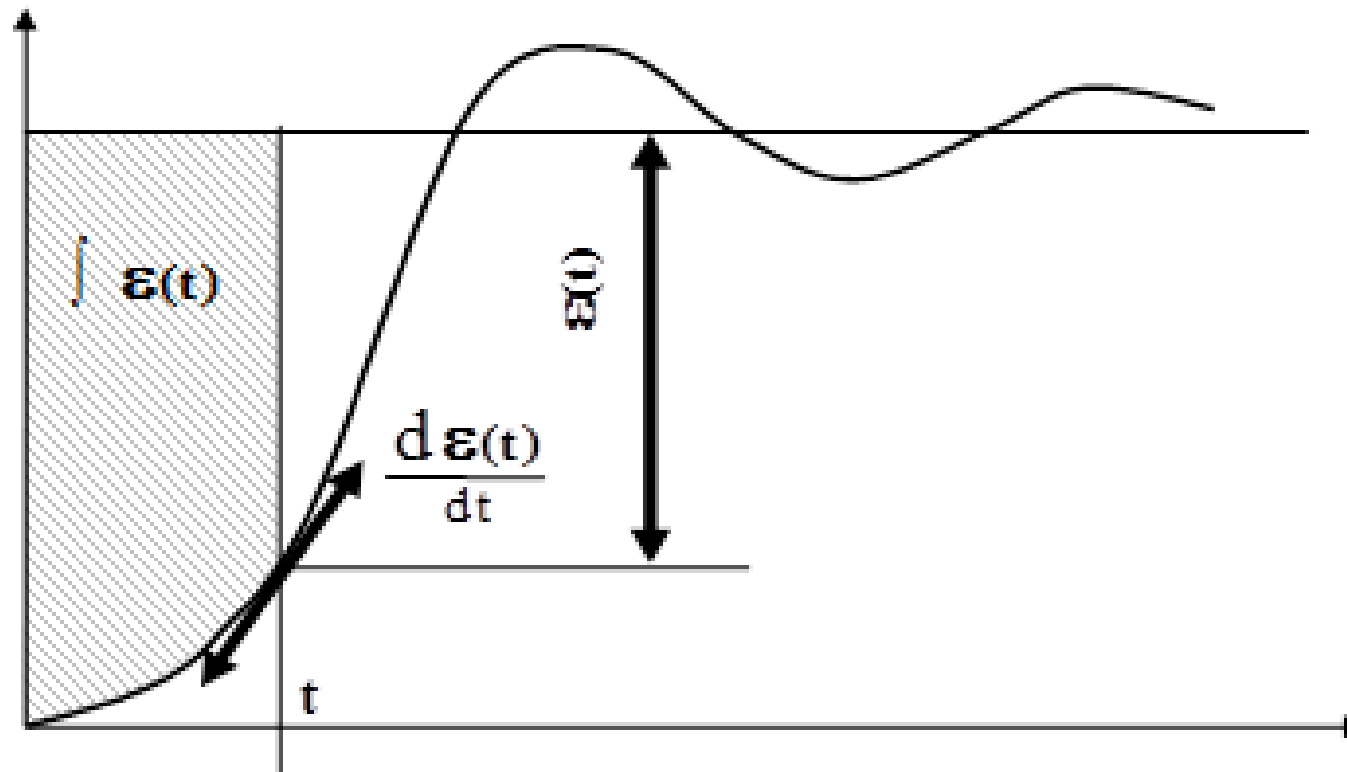
Classiquement : $M\phi = 45^\circ$

Remarque : 6 dB = variation autorisée du gain statique de 100% (x2) avant qu'il y ait instabilité

Remarque : $M\phi \leftrightarrow z$: un système avec une grande marge de phase est peu oscillant en temporel

$M\phi = 45^\circ \rightarrow$ compromis $\rightarrow D_1 \approx 20\%$ (satisfaisant en avant-projet)

Les modes d'action des correcteurs



Correcteur

→ placé juste après le comparateur

→ traite le signal d'écart $\varepsilon(t)$ → signal de commande $U(t)$ à l'actionneur : $U(p) = C(p) \cdot \varepsilon(p)$

Les modes d'action des correcteurs

Correcteur proportionnel

$$U(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) \qquad \rightarrow \mathbf{\mathcal{C}(p) = K_p}$$

Ce correcteur agit en permanence, quel que soit le temps

Pas d'action lorsque l'écart est nul

Les modes d'action des correcteurs

Correcteur intégral

$$U(t) = \frac{1}{T_i} \int \varepsilon(t) dt \quad \rightarrow \quad \mathbf{C}(p) = \frac{1}{T_i p}$$

Gain de ce correcteur \rightarrow infini aux basses fréquences (régime permanent)
 \rightarrow tend vers 0 aux fréquences élevées (régime transitoire)

L'action du correcteur est d'autant plus tardive que la constante de temps est grande

Son action reste constante lorsque l'écart est nul

Les modes d'action des correcteurs

Correcteur dérivé

$$U(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad \rightarrow \quad \mathbf{C}(p) = T_d p$$

Ce correcteur agit d'autant plus que les variations d'écart sont élevées :

→ action importante → régime transitoire

→ action faible → régime permanent

L'action du correcteur est d'autant plus importante que la constante de temps est grande

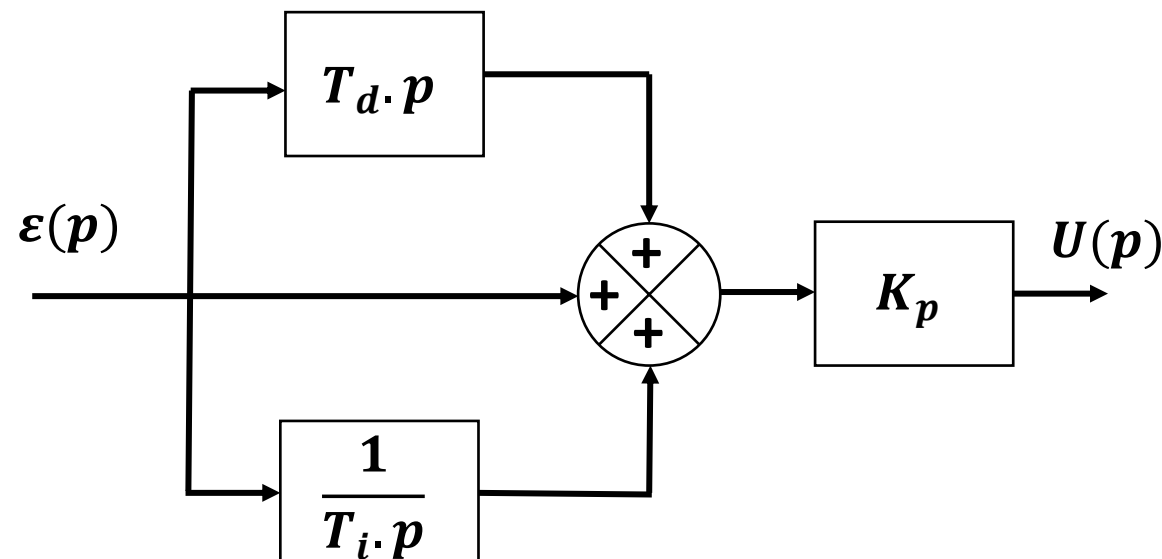
Son action est nulle lorsque l'écart est constant

Les modes d'action des correcteurs

Correcteur PID

Si les correcteurs précédents sont exploités en parallèle :

$$\rightarrow \mathbf{C}(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = K_p \cdot \frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p}$$



P – Correcteur proportionnel

Le plus simple

Caractéristiques

Mode d'action : **Augmente le gain de la Boucle Ouverte**

$$C(p) = K_p$$

Lorsque K_p augmente :

- Erreur (statique, de traînage ...) diminue
- Impact d'une perturbation → amoindri mais pas éliminé
- Dépassement augmente
- Rapidité (BP) augmente (attention, du fait des dépassements → $tr_{5\%}$ peut augmenter)
- $M\phi$ et MG diminuent → risque d'instabilité augmente

P – Correcteur proportionnel

Le plus simple

Caractéristiques

Mode d'action : **Augmente le gain de la Boucle Ouverte**

$$C(p) = K_p$$

Si l'erreur statique (ou de traînage pour une BO de classe 1) est imposée, c'est ce correcteur que l'on place avant tout autre dans la chaîne directe.

Ce correcteur est dit translatant car il déplace de $20 \log K_p$ en translation verticale la courbe de gain dans le plan de Bode

P – Correcteur proportionnel

Le plus simple

Réglages

K_{BONC} = Gain BO non corrigée

Gain BO corrigée $\rightarrow K_p \cdot K_{\text{BONC}}$

P – Correcteur proportionnel

Le plus simple

Réglages

A partir de la BO

Compromis \rightarrow Erreur (K_p mini) et $M\phi$ imposée (K_p maxi)

P – Correcteur proportionnel

Le plus simple

Réglages

A partir de la BF

Calcul la BF avec le paramètre K_p + choix de réglage :

- Gain statique en BF (erreur)
- Facteur d'amortissement ($D_{1\%}$, $M\varphi$, $tr_{5\%}$)
- Pulsation propre (rapidité (BP), $tr_{5\%}$)

PI – Proportionnel Intégral

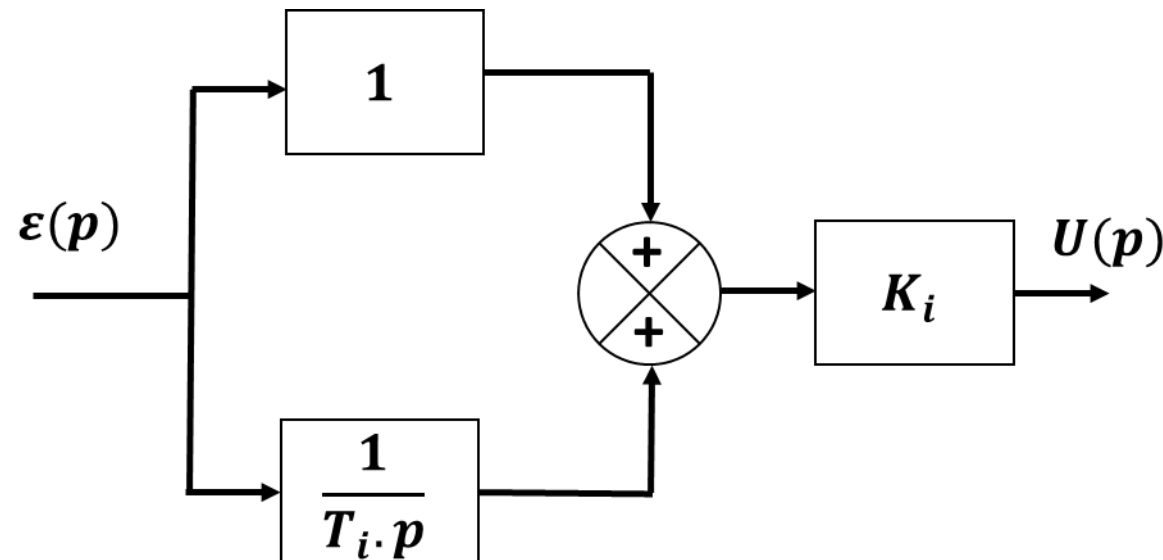
Le plus classique

Caractéristiques générales

Fonction de transfert

$$C(p) = K_i \frac{1 + T_i p}{T_i p}$$

Mode d'action : **Ce correcteur annule l'écart statique et l'influence d'une perturbation constante située en aval.**



PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Caractéristiques générales

Fonction de transfert

Remarque importante : Perturbation = Rampe \rightarrow Double intégrateur

\rightarrow Part intégrale \rightarrow Basses fréquences ($t \rightarrow \infty$)

Plus T_i est grand, plus il agit tard \rightarrow Réduire T_i

\rightarrow Part proportionnelle \rightarrow Identique quelle que soit la fréquence

\rightarrow 2 caractéristiques (ex : précision et marge de phase) \rightarrow intégrateur + T_i et K_i

\rightarrow Ralentit le système par rapport à un proportionnel pur (baisse la pulsation critique)

ATTENTION : Il déstabilise le système s'il est mal placé

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Caractéristiques générales

Explication « physique » du processus

Comportement fréquentiel = Inverse comportement temporel

$$t \rightarrow 0 \rightarrow (\omega \text{ ou } p) \rightarrow \infty \rightarrow C(p) = K_i$$

$$t \rightarrow \infty \rightarrow (\omega \text{ ou } p) \rightarrow 0 \rightarrow C(p) = \frac{K_i}{T_i p}$$

Au démarrage (hautes fréquences) \rightarrow écart important \rightarrow Correcteur \approx gain pur K_i (il amplifie l'écart)

**En régime permanent (basses fréquences) \rightarrow Correcteur \approx intégrateur pur $K_i/T_i p$
 \rightarrow gain \rightarrow infini \rightarrow élimine l'erreur**

Remarque : Un correcteur purement intégral (gain très faible aux hautes fréquences) ralentirait énormément le système en régime transitoire

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Réponse fréquentielle d'un PI

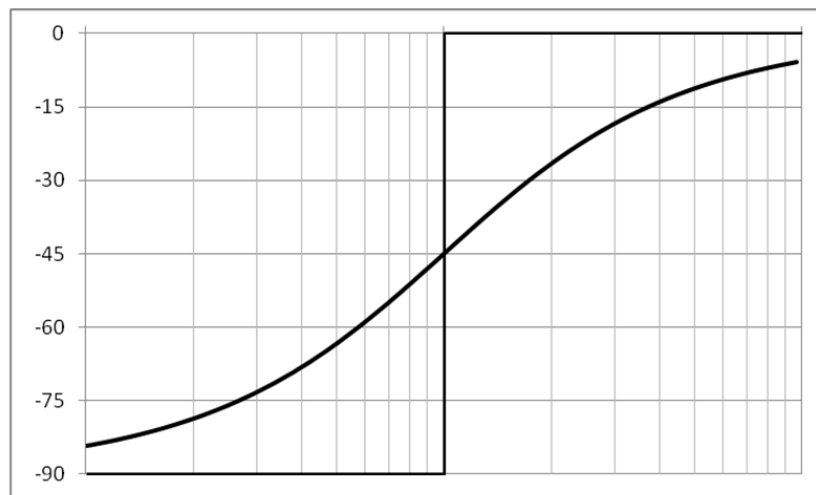
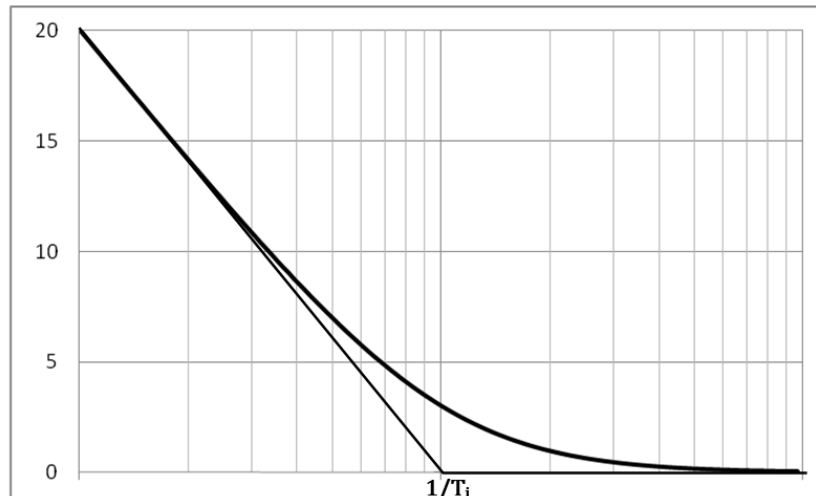
Tableau des valeurs (pour info)

ω	$\frac{1}{10T_i}$	$\frac{1}{3T_i}$	$\frac{1}{2T_i}$	$\frac{1}{T_i}$	$\frac{2}{T_i}$	$\frac{3}{T_i}$	$\frac{10}{T_i}$
Gdb	$20\log K_i + 20$	$20\log K_i + 10$	$20\log K_i + 7$	$20\log K_i + 3$	$20\log K_i + 1$	$20\log K_i$	$20\log K_i$
φ	-84°	-72°	-64	-45°	-26°	-18°	-6°

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Réponse fréquentielle d'un PI



Avec $K_i = 1$. Il faut donc tradater le gain de $20 \log K_i$.

Tableau des valeurs (pour info)

ω	$\frac{1}{10T_i}$	$\frac{1}{3T_i}$	$\frac{1}{2T_i}$	$\frac{1}{T_i}$	$\frac{2}{T_i}$	$\frac{3}{T_i}$	$\frac{10}{T_i}$
Gdb	$20 \log K_i + 20$	$20 \log K_i + 10$	$20 \log K_i + 7$	$20 \log K_i + 3$	$20 \log K_i + 1$	$20 \log K_i$	$20 \log K_i$
φ	-84°	-72°	-64	-45°	-26°	-18°	-6°

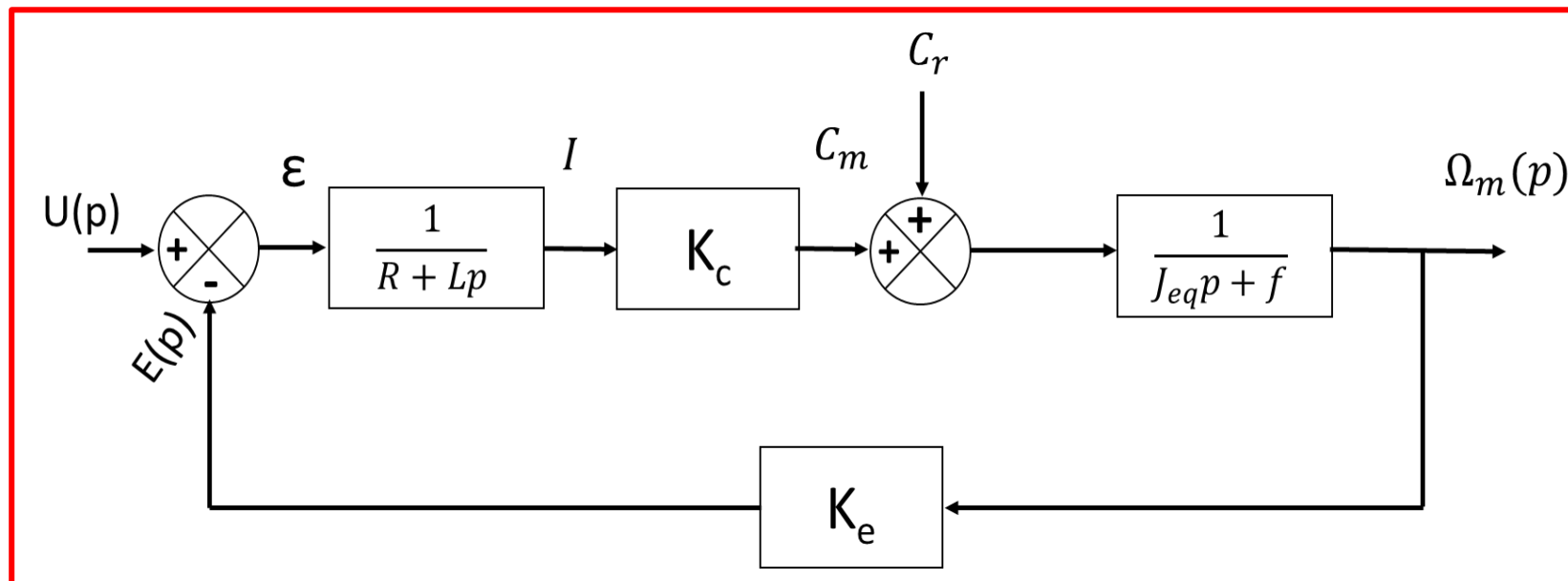
PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

FT d'un MCC → Assimilable à un 2nd ordre de classe 0.

Perturbation = Couple résistant (le plus souvent constant).



PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

Asservissement en vitesse

Signal de consigne → comparé → signal image de la vitesse.

Le correcteur traite l'écart et délivre une tension de commande au moteur.

BO de classe 0 → Tableau → Erreur en % tend vers $\frac{1}{1+K_{BO}}$.

Correcteur PI → maintenir un signal de commande constant lorsque la consigne de vitesse est atteinte → erreur statique nulle.

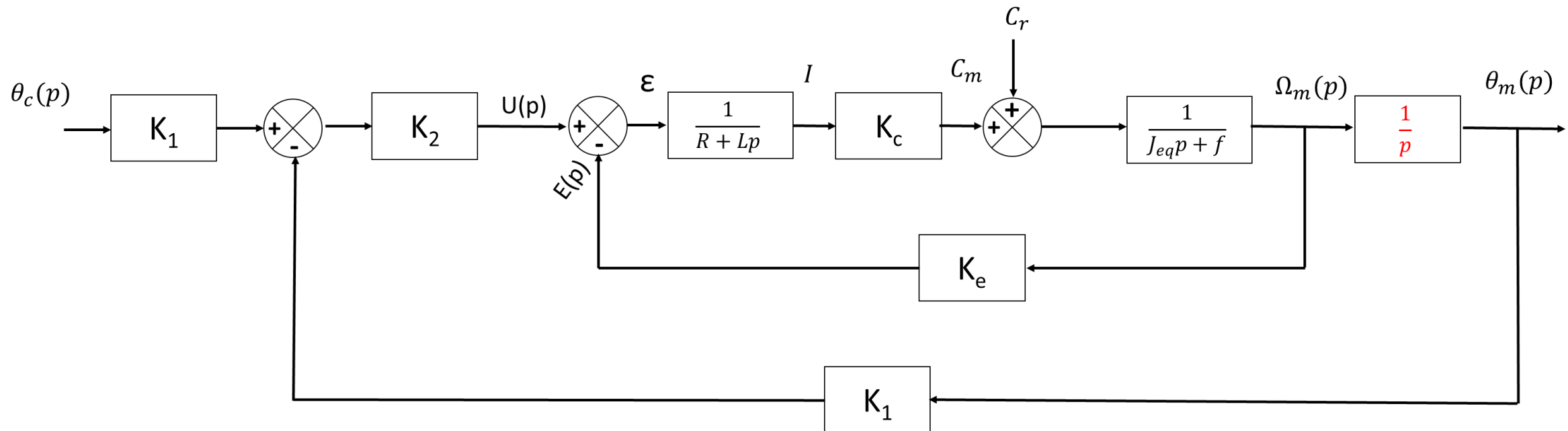
Correcteur → éliminera l'écart dû à une perturbation constante (→ ajoute un intégrateur **en amont de la perturbation**).

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

Asservissement en position

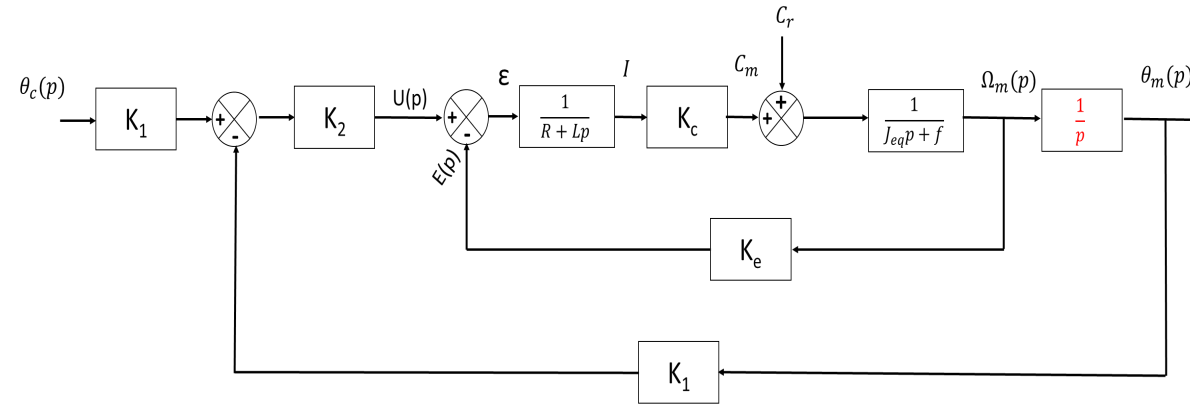


PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

Asservissement en position



En l'absence de perturbation : Intégrateur « naturel » dans la BO \rightarrow Erreur statique nulle

L'utilisation d'un correcteur intégral pur (\rightarrow BO de classe 2) :

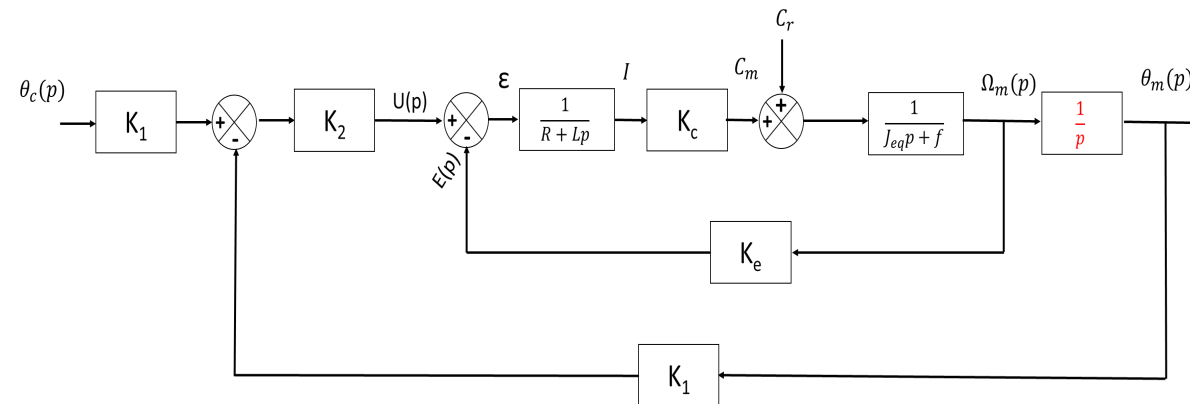
- Annuler l'écart de traînage
- Rendre constant l'écart en accélération

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

Asservissement en position



PROBLEME : Utilisation d'un intégrateur pur \rightarrow la phase de la BO démarre à -180° et diminue constamment jusqu'à descendre à $-360^\circ \rightarrow$ le système est instable !!

Réalité \rightarrow la perturbation n'est pas nulle.

Une intégration \rightarrow nécessaire \rightarrow éliminer l'écart statique dû à la perturbation constante

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Si le polynôme caractéristique de la BO possède des racines réelles, on peut choisir T_i de façon

à éliminer le pôle dominant :
$$T_i = -\frac{1}{p_{mini}}$$

K_i est ensuite réglé de façon à respecter les contraintes du cahier des charges (marge de phase, dépassement en % de la BF, erreur de vitesse ...)

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple

$$H_{BO}(p) = \frac{5}{1 + 0,021p + 2 \cdot 10^{-5}p^2} = \frac{5}{(1 + 0,02p)(1 + 0,001p)}$$

CDCF : $M\varphi > 45^\circ$ Erreur de traînage < 5%

$T_i \rightarrow$ éliminer le pôle dominant : $\mathbf{Ti} = -\frac{1}{p_{mini}} = \mathbf{0,02 (s)}$

BO partiellement corrigée : $H_{BOPC}(p) = \frac{250K_i}{p(1+0,001p)}$

L'erreur de traînage impose : $\frac{1}{K_{BO}} < 0,05 \Leftrightarrow \frac{1}{250K_i} < 0,05 \Leftrightarrow \mathbf{K_i > 0,08}$

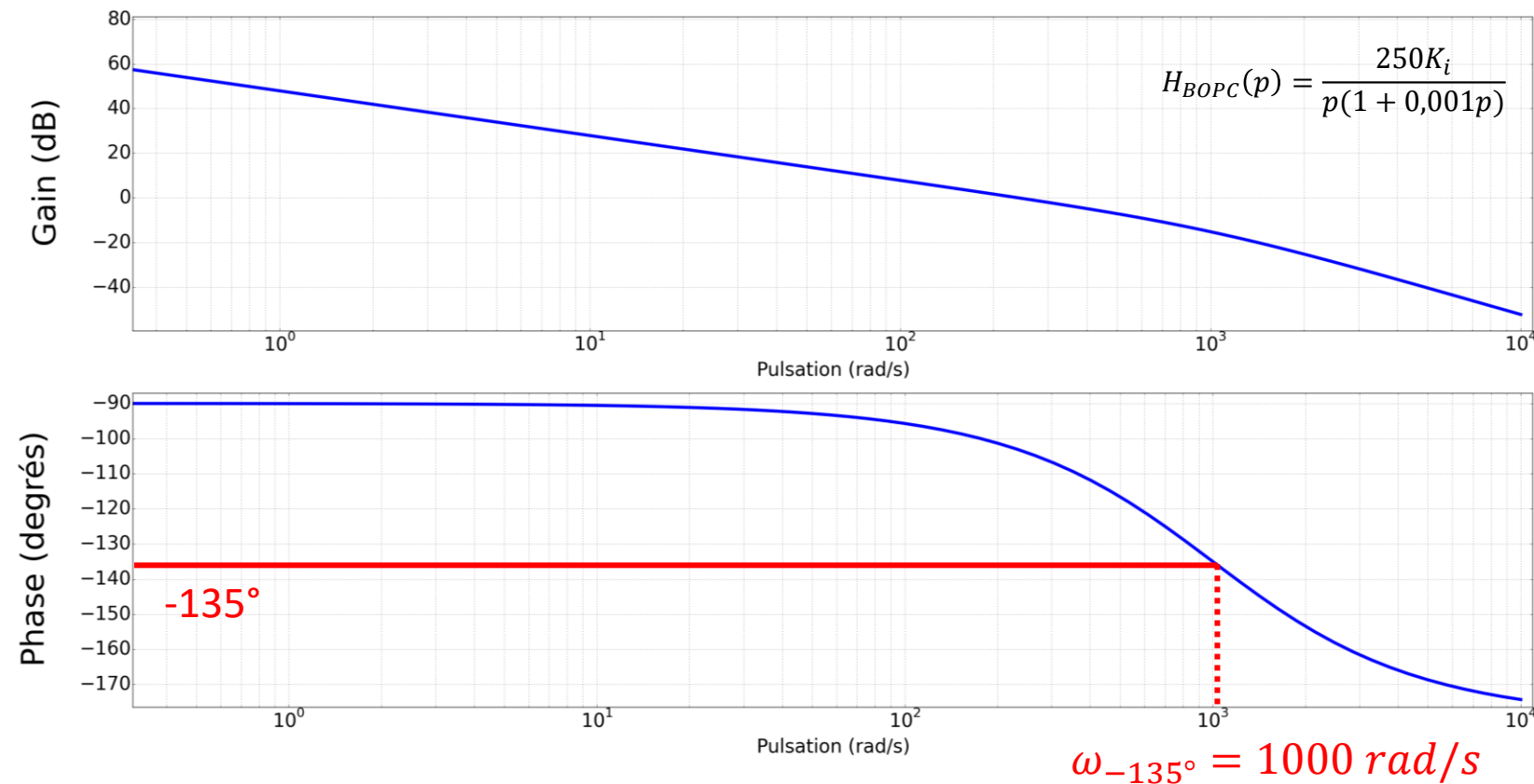
PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple



La phase vaut -135° pour $\omega = 1/0,001 = 1000 \text{ rad/s}$

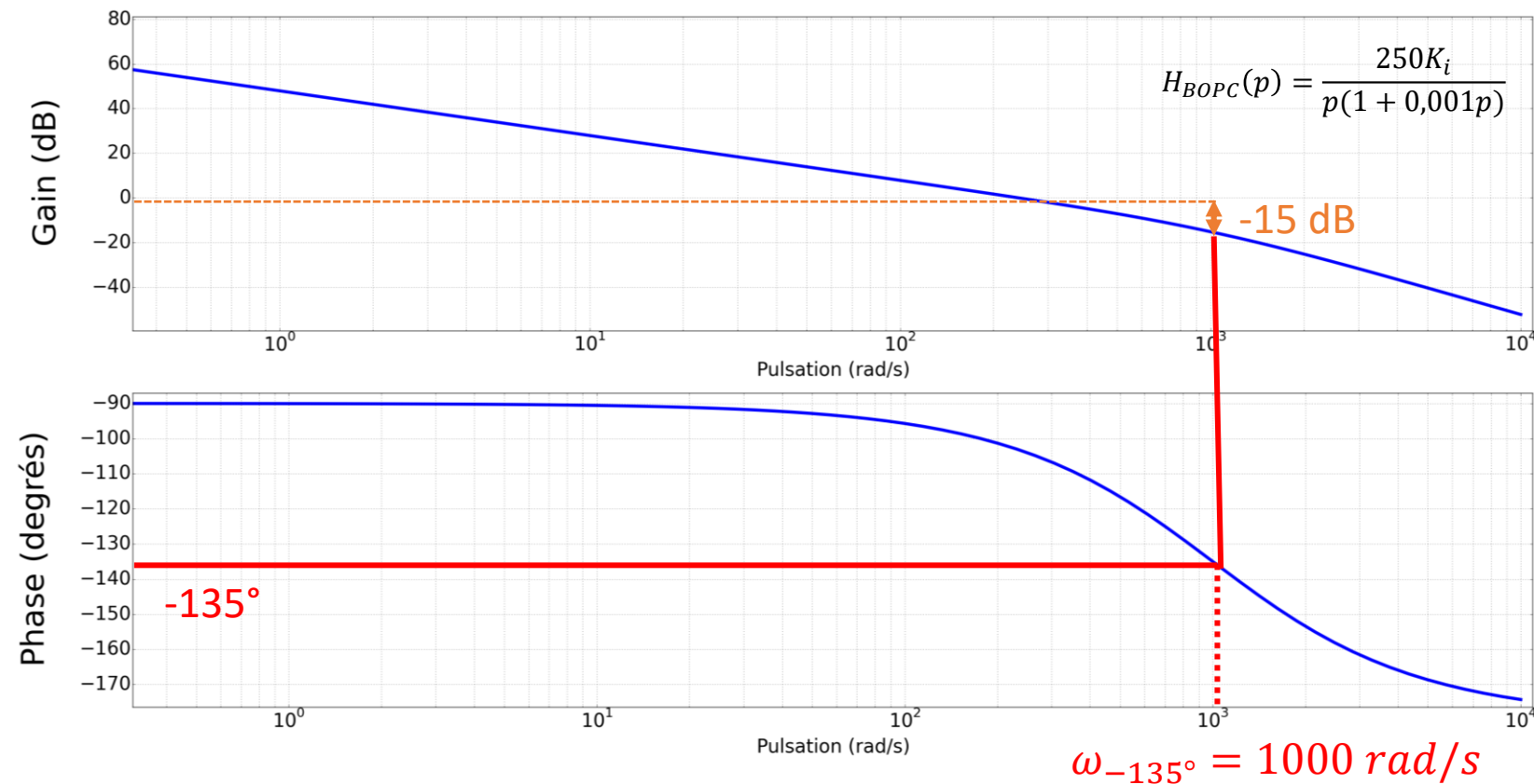
PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple



Pour $K_i = 1$, le gain de la BOPC à cette pulsation vaut : $G_{dB}(1000) = 48 - 20 \times \log(1000) - 3 = -15 \text{ dB}$

PI – Proportionnel Intégral

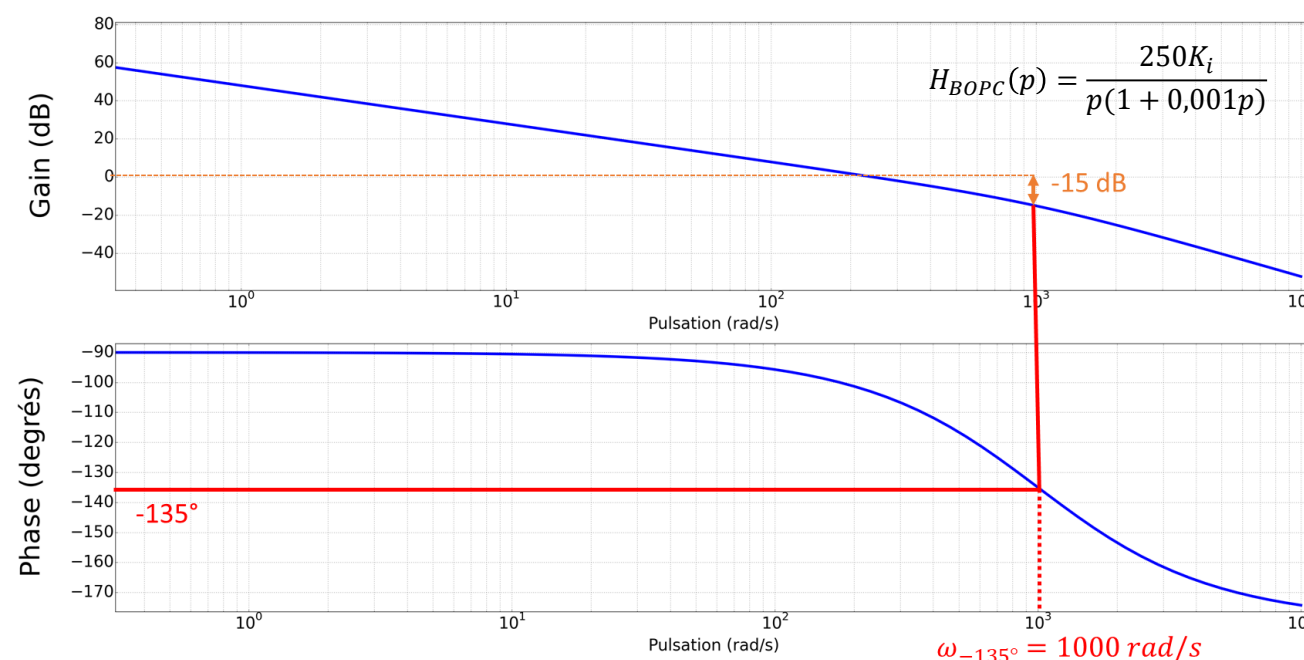
Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple

$$M\varphi > 45^\circ \rightarrow 20\log K_i < 15 \Leftrightarrow K_i < 5,6$$



Remarque : **Dans tous les cas, c'est la condition sur l'erreur qui prime et qui imposera le gain.**

Si la marge de phase n'est pas respectée, on ajoutera un deuxième correcteur (avance de phase par exemple) pour relever la phase.

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

ATTENTION

Le réglage par compensation ne s'utilise pas sur une BO de classe 1 qui ne possède pas de zéro : sinon la phase ne remonte pas au-dessus de -180° et le système est instable !!!

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple

$$H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + 0,05p)(1 + 0,1p + 0,01p^2)}$$

Pôles : -20 et $-5 \pm 8,66.j \rightarrow$ un pôle dominant complexe (e^{-20t} converge beaucoup plus vite que e^{-5t})

- Compensation du pôle réel mais non dominant :

$$T_i = -\frac{1}{-20} \text{ d'où } C(p) = K_i \frac{1 + 0,05p}{0,05p}$$

- Pseudo compensation des pôles complexes :

$$T_i = -\frac{1}{-5} \text{ d'où } C(p) = K_i \frac{1 + 0,2p}{0,2p}$$

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple

1^{er} cas : $M\varphi = 45^\circ \rightarrow K_i = 0,3$ à la pulsation critique $6,15 \text{ rad/s} \rightarrow tr_{5\%} = 1,93 \text{ s}$

2^{ème} cas : $M\varphi = 45^\circ \rightarrow K_i = 0,9$ à la pulsation critique $9,3 \text{ rad/s} \rightarrow tr_{5\%} = 1,2 \text{ s}$

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

On souhaite en général avoir ω_c la plus élevée possible (la rapidité croît avec ω_c)

PI \rightarrow abaisser la phase \rightarrow **la pulsation critique du système corrigé sera donc au mieux identique à celle du système non corrigé**

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

Dilemme :

- Choisir T_i grand ($1/T_i$ petit) : → Obtenir la BP en BO la plus élevée possible (temps de réponse faible)
 - Action intégrale + convergence vers la consigne → tardives
 - Génération d'un zéro au numérateur de la BF → dépassements
- Choisir T_i petit ($1/T_i$ grand) :
 - Action intégrale → rapide
 - Forte diminution de la phase au voisinage de la pulsation critique du système non corrigé :
 - Réduction du gain de la BO
 - Diminution de la pulsation critique (BP) de la BO corrigée
 - Influence sur la rapidité de la BF

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

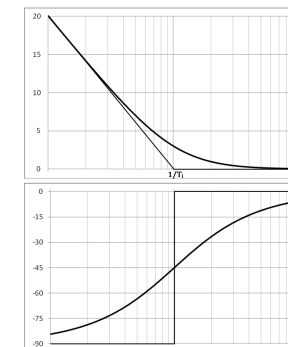
**1 décade après $1/T_i$ → Correcteur soustrait environ 6° à la phase du système à corriger
+ pratiquement pas de changement pour le gain.**

Passé cette décade → Diagramme corrigé \approx Diagramme non corrigé.

Un pré-réglage correct consiste donc à déterminer, pour une marge de phase imposée, la pulsation critique du système non corrigé et à « placer » $1/T_i$ une décade avant celle-ci. Ensuite on règle K_i .

Tableau des valeurs (pour info)

ω	$\frac{1}{10T_i}$	$\frac{1}{3T_i}$	$\frac{1}{2T_i}$	$\frac{1}{T_i}$	$\frac{2}{T_i}$	$\frac{3}{T_i}$	$\frac{10}{T_i}$
Gdb	$20\log K_i + 20$	$20\log K_i + 10$	$20\log K_i + 7$	$20\log K_i + 3$	$20\log K_i + 1$	$20\log K_i$	$20\log K_i$
φ	-84°	-72°	-64°	-45°	-26°	-18°	-6°



PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

Positionnement en vue d'une marge définie : gain non imposé

Principe reproductible avec n'importe quelle marge prédéfinie :

→ *Correcteur intégral abaisse la phase du système à corriger de 6° une décade après la pulsation $1/T_i$.*

Si on veut 45° de marge → pulsation du système non corrigé $M\varphi = 51^\circ$: ω_{51} (ω pour $\varphi = -129^\circ$).

- **On place le correcteur une décade avant $\omega_{51} \rightarrow \frac{1}{T_i} = \frac{\omega_{51}}{10}$**
- **On prend K_i tel que le gain soit nul à $\omega_{51} \rightarrow K_i = 10^{-\frac{GdB(\omega_{51})}{20}}$**

→ Le système est réglé.

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

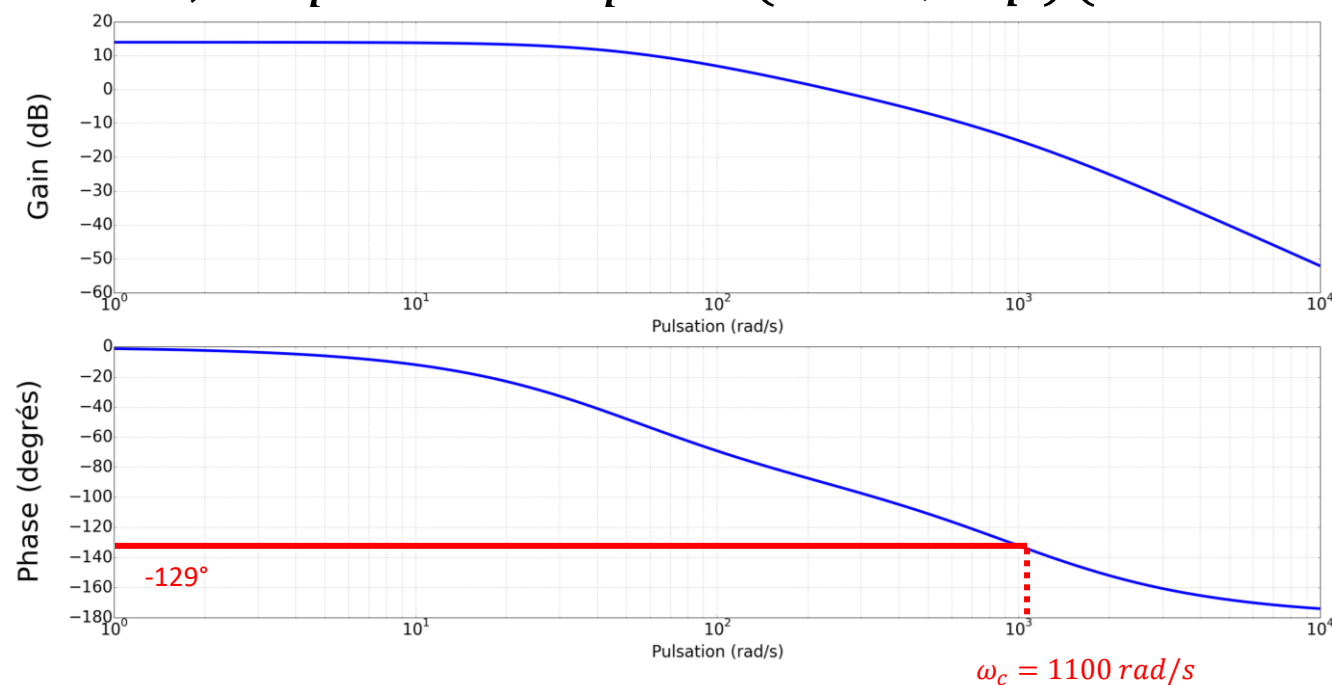
Exemple

$$H_{BONC}(p) = \frac{5}{1 + 0,021p + 2 \cdot 10^{-5}p^2} = \frac{5}{(1 + 0,02p)(1 + 10^{-3}p)}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur de traînage < 5%



$\omega_c = 1100$ rad/s

Pulsation critique du système non corrigée ≈ 1100 rad/s \rightarrow Constante de temps $T_i = 0,009$ (s) ($1/T_i \approx 1/10 \omega_c$)

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

Exemple

$$H(p) = \frac{5}{1 + 0,021p + 2 \cdot 10^{-5}p^2} = \frac{5}{(1 + 0,02p)(1 + 10^{-3}p)}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur de traînage < 5%

$$\rightarrow \text{Erreur de traînage} \rightarrow \frac{1}{K_{BO}} < 0,05 \Leftrightarrow \frac{1}{555K_i} < 0,05 \Leftrightarrow \mathbf{K_i > 0,036}$$

PI – Proportionnel Intégral

Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

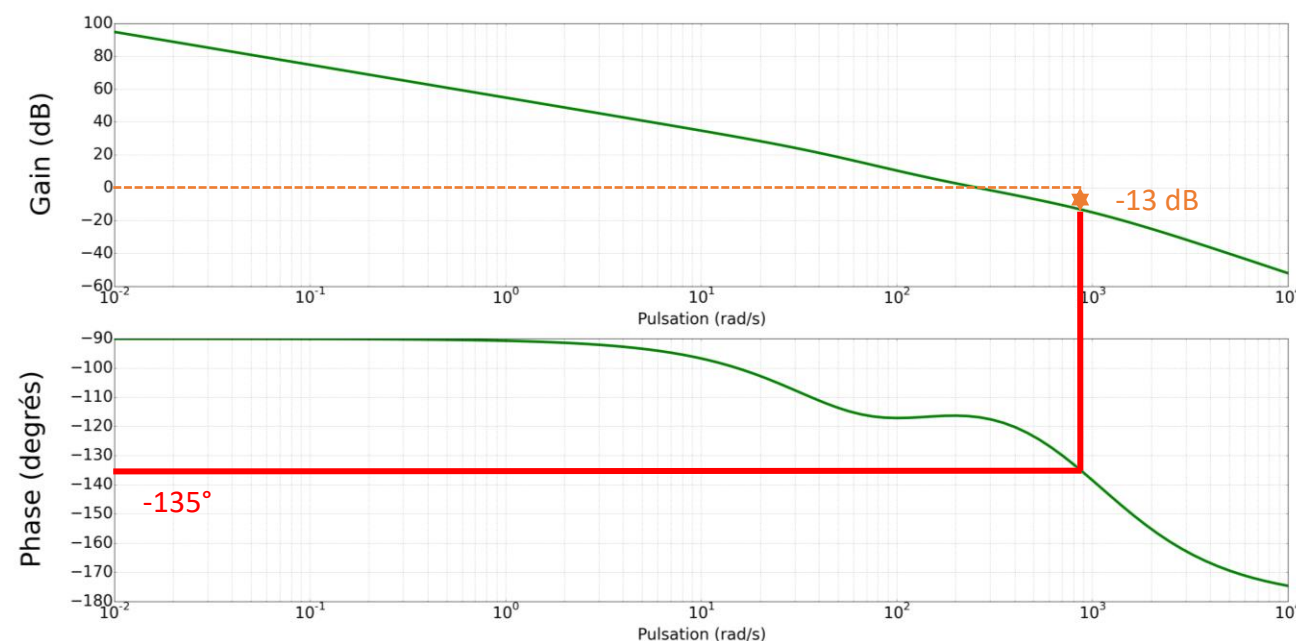
Exemple

$$\text{BO partiellement corrigée : } H_{BO}(p) = \frac{555K_i(1+0,009p)}{p(1+0,02p)(1+10^{-3}p)}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur de traînage < 5%



La marge de phase est respectée jusqu'à $K_i = 4,5$

Proportionnel Dérivé

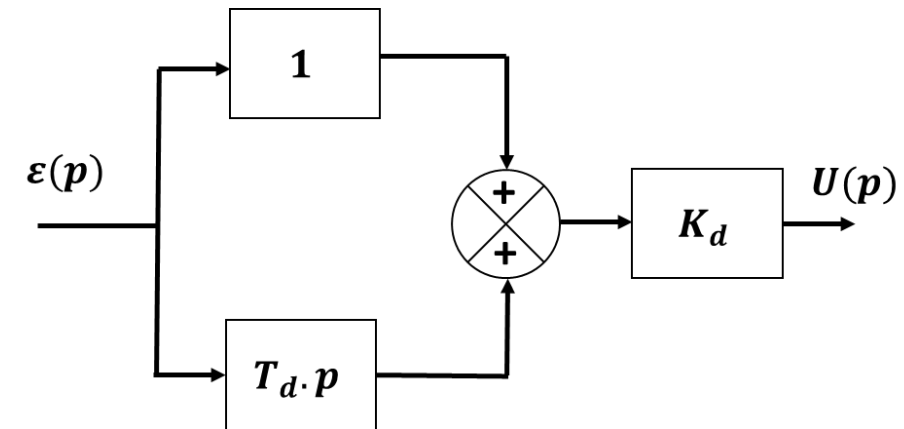
Caractéristiques générales

Fonction de transfert

$$C(p) = K_d (1 + T_d p)$$

Ce correcteur :

- Agit sur les hautes fréquences
- ATTENTION : Il a donc tendance à amplifier les parasites et le bruit
- Il stabilise le système
- Il accélère le système
- Il réduit l'erreur statique



Proportionnel Dérivé

Caractéristiques générales

Fonction de transfert

Mode d'action :

Correcteur proportionnel dérivé → agit en régime transitoire (hautes fréquences / évolution de l'erreur est importante)

Correcteur proportionnel dérivé → Gain pur K_d en régime permanent (basses fréquences / erreur varie peu) + part de correction dérivée = 0 si Erreur = constante

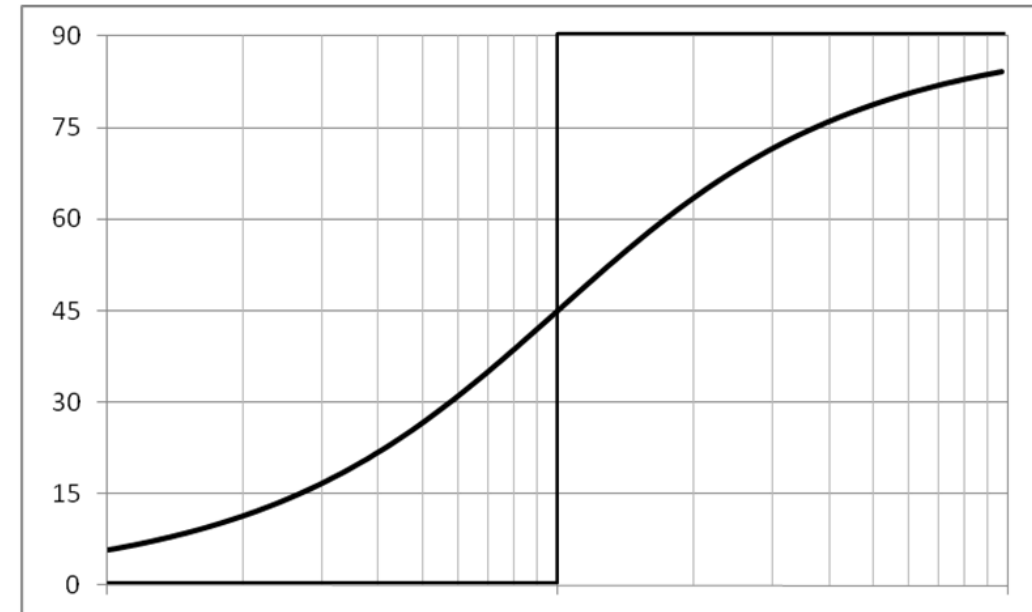
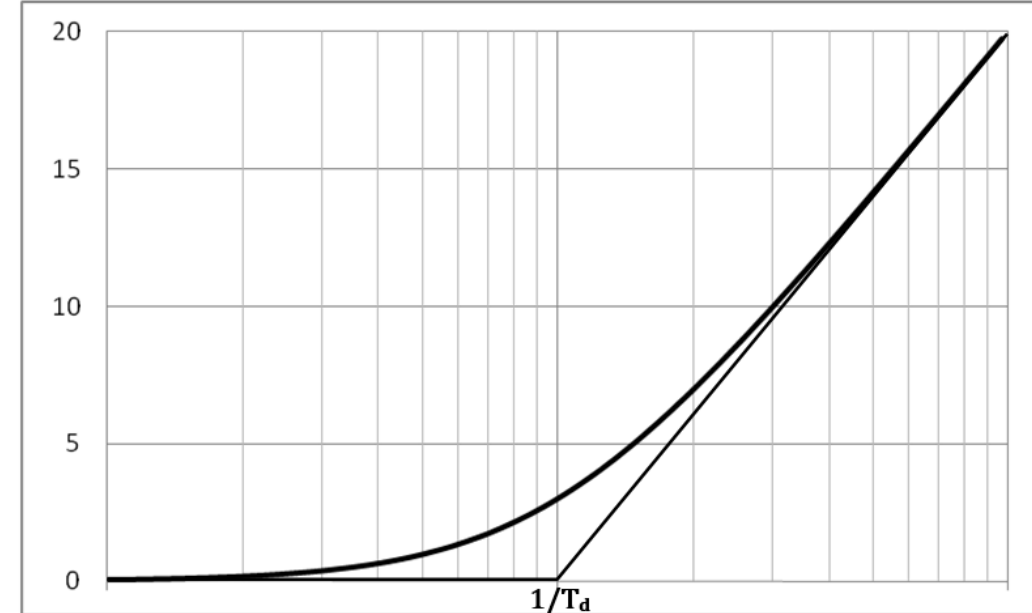
**Correcteur proportionnel dérivé → diminuer l'erreur statique (sans l'éliminer totalement)
→ AMPLIFIERA LES PERTURBATIONS DE TYPE PARASITE
(SIGNAUX HAUTES FREQUENCES)**

Proportionnel Dérivé

Caractéristiques générales

Réponse fréquentielle

Avec $K_d = 1$. Il faut donc traduire le gain de $20 \log K_d$.



Proportionnel Dérivé

Détermination des paramètres du correcteur

Placement : élimination de la constante de temps

Si le polynôme caractéristique de la BO possède des racines réelles :

- On choisit T_d de façon à éliminer le pôle dominant : $T_d = -\frac{1}{p_{\min i}}$
- On règle ensuite K_d de façon à respecter les contraintes du CdCF (marge de phase, dépassement en % de la BF, erreur statique ou de vitesse ...)

Proportionnel Dérivé

Détermination des paramètres du correcteur

Positionnement classique

Méthode de réglage à partir du réglage de l'erreur

Erreur de traînage ou de l'erreur statique à respecter \rightarrow gain statique du correcteur

\rightarrow Correcteur ajoute 20 dB au diagramme de gain une décade après $1/T_d$

Pulsation ω_{-20dB} du système partiellement corrigé (K_d compris) tq GdB = - 20 dB

Pour $T_d = 10 / \omega_{-20} \rightarrow$ Gain (système corrigé à ω_{-20}) = 0 dB + Phase (système corrigé à ω_{-20}) = Phase + 84°

Proportionnel Dérivé

Détermination des paramètres du correcteur

Positionnement classique

Positionnement par rapport à la phase

Correcteur → Relever la phase de n'importe quelle valeur comprise entre 0 et 90°

→ Fixer précisément la pulsation que l'on souhaite prendre comme pulsation critique ω_c

Remarque : Correcteur Proportionnel Dérivé → **amplifie les perturbations (« bruitage »)** → ajout de filtres

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Caractéristiques générales

Fonction de transfert

$$C(p) = K \frac{1 + aTp}{1 + Tp} \quad a > 1$$

En général $a < 10$ de façon à limiter l'importance du zéro au numérateur.

Mode d'action :

- Agit aux hautes fréquences (= régime transitoire)
- Attention : susceptible d'augmenter → oscillations + perturbations HF (parasites)
- Réduit l'erreur statique sans l'annuler
- Effet stabilisant
- Accélère le système en remontant localement le gain en même temps que la phase :
→ on augmente donc la pulsation critique

Avance de phase :

Proportionnel Dérivé approché

Caractéristiques générales

Fonctionnement et intérêt de ce type de correcteur

Hautes fréquences (temps faible, régime transitoire) → gain de valeur $a.K$

Basses fréquences (temps élevé, régime permanent) → gain de valeur K

Entre les deux → Correcteur dérivé

En général, ce correcteur est placé au voisinage de la pulsation critique de la BO non corrigée.

Dans cette zone : → Relève Phase + Gain

→ Augmente pulsation de coupure

→ Compromis

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Caractéristiques générales

Réponse fréquentielle

L'avance de phase est maximum pour : $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$

On a alors : $\varphi_M = \text{Arcsin} \left(\frac{a-1}{a+1} \right) = \text{Arctan} \left(\frac{a-1}{2\sqrt{a}} \right) \rightarrow a = \frac{1+\sin \varphi_M}{1-\sin \varphi_M}$

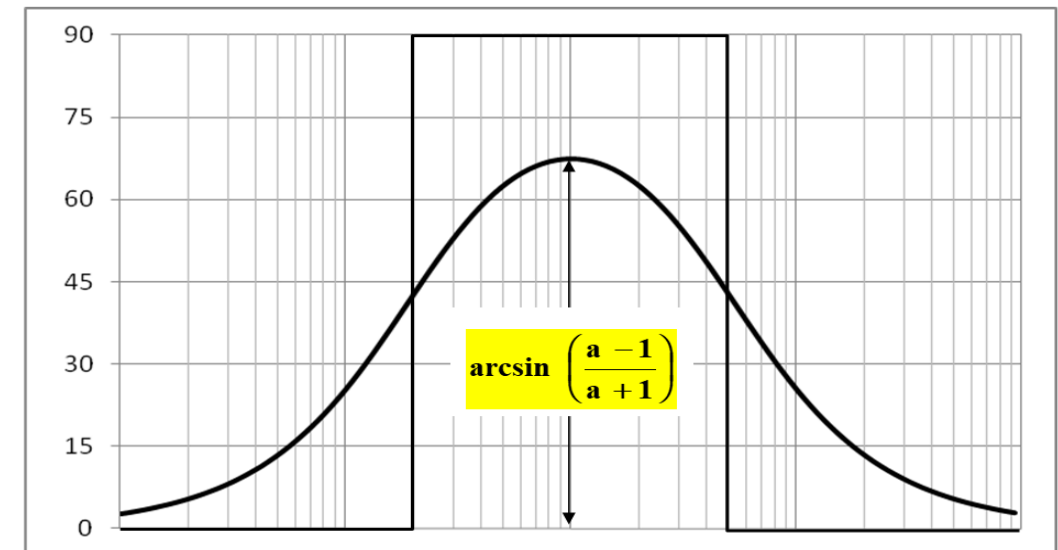
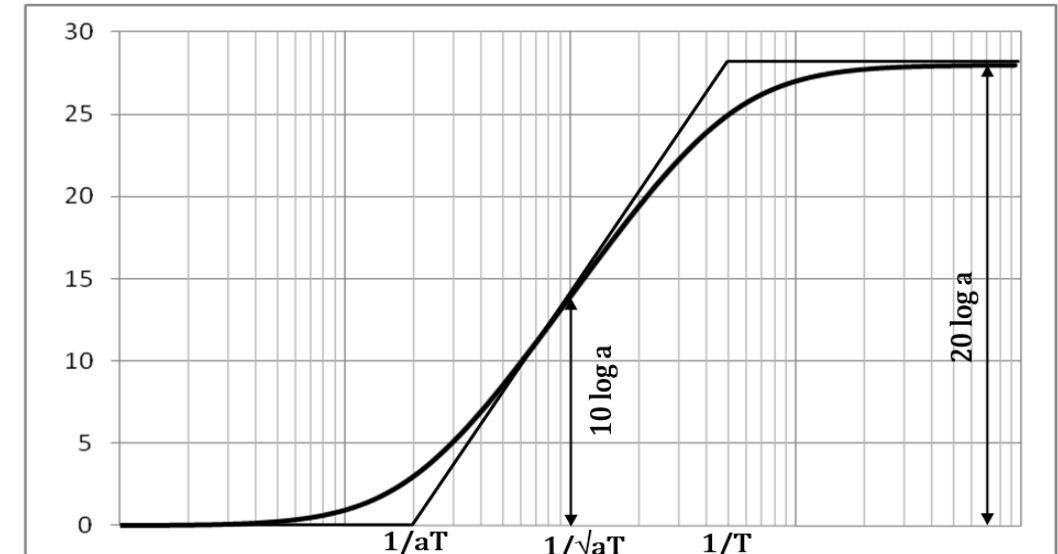
Et $GdB(\omega_M) = 20 \log(K) + 10 \log(a)$

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Caractéristiques générales

Réponse fréquentielle

Ici $K = 1$: il faut donc traduire le gain de $20 \log K$.

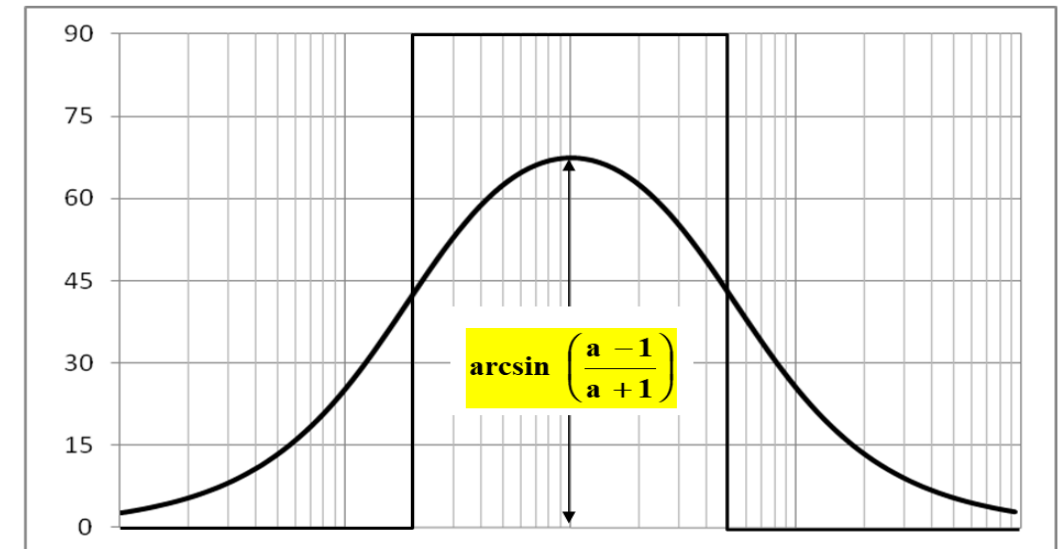
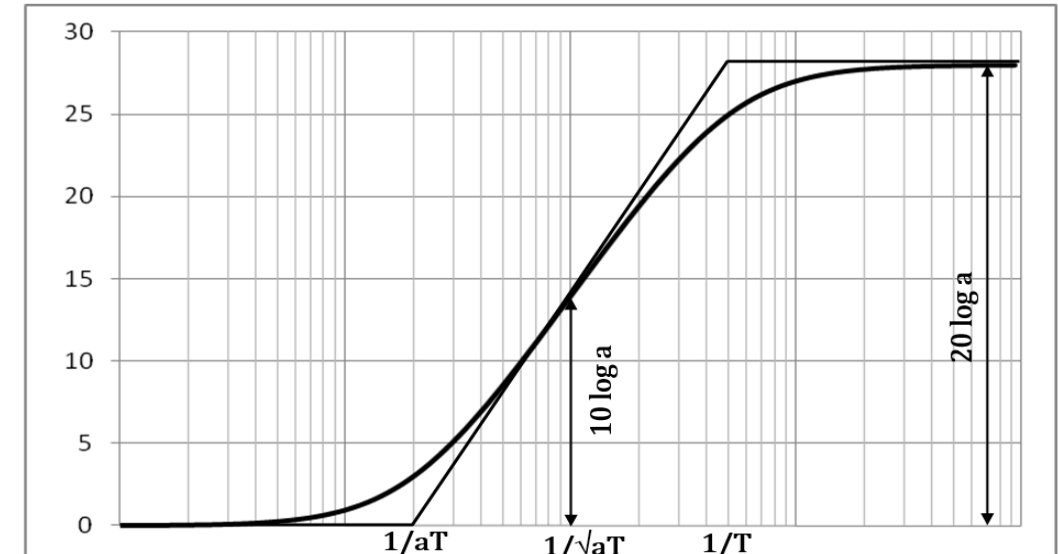


Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Correcteur

- Conserver un gain fixé (K)
- Déformation de la phase autour d'une pulsation donnée.



Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Élimination du Pôle dominant

- 1) Erreur statique $\rightarrow K$
- 2) $a.T \rightarrow$ Éliminer la plus grande constante de temps (pôle dominant)
- 3) $a \rightarrow M\varphi$ là où elle est nécessaire (ajustements par itérations)

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Optimisation de la pulsation critique

- 1) Détermination de la zone de fréquence \rightarrow pulsation critique
- 2) Choix de φ_M tq marge de stabilité au voisinage pulsation critique ω_c de la BO corrigée
- 3) $\boldsymbol{a} = \frac{1 + \sin \varphi_M}{1 - \sin \varphi_M}$ puis $\boldsymbol{T} = \frac{1}{\omega_c \sqrt{a}}$
- 4) $K \rightarrow$ Compenser le réhaussement du GdB de $20 \log(a)$

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Erreur imposée ainsi que la marge à 45° (par exemple...)

- 1) Erreur imposée $\rightarrow K$
- 2) Calcul $M\phi$ du système partiellement corrigé par K
- 3) Choix $\rightarrow \varphi_M$ (supérieure à ce qui est nécessaire pour avoir 45° de marge) $\rightarrow \mathbf{a} = \frac{1 + \sin \varphi_M}{1 - \sin \varphi_M}$
- 4) ω_a tq $GdB = -10 \log(a)$ (=valeur du gain à φ_M) + Vérification $(M\phi + \varphi_M) \approx 45^\circ$
Si ce n'est pas le cas on recommence en choisissant un autre φ_M
- 5) $\mathbf{T} = \frac{1}{\omega_a \sqrt{a}}$

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Exemple de réglage

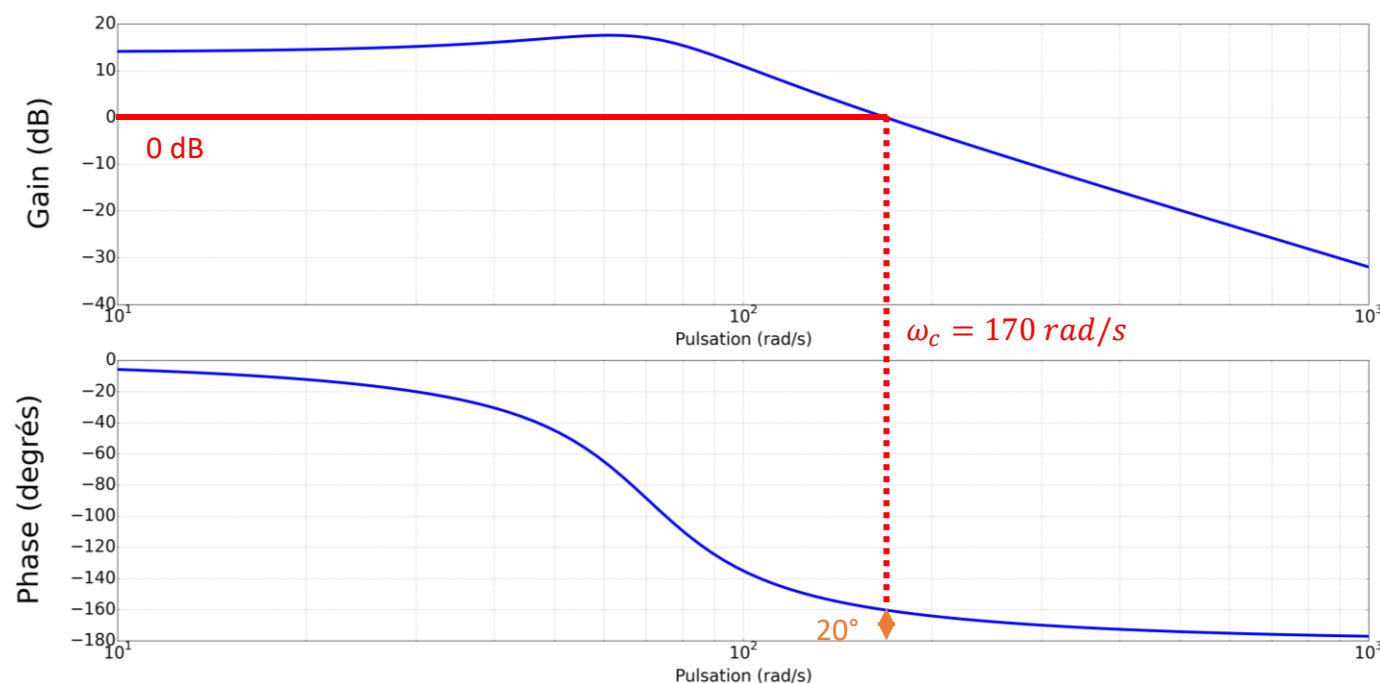
$$BO(p) = \frac{5}{1 + 0,01p + 0,0002p^2}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur statique < 10%

Pulsation coupure ≥ 220 rad/s



Pulsation critique du système non corrigé ≈ 170 rad/s.

$M\varphi = 20^\circ$.

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Exemple de réglage

Correcteur PI → Nuirait à la rapidité (abaissement de la pulsation critique) + Erreur statique $\neq 0$

→ Correcteur à Avance de Phase → Augmenter la pulsation critique + la marge de phase

$$C(p) = K \frac{1 + aTp}{1 + Tp}$$

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Exemple de réglage

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur statique $< 10\%$

Pulsation coupure $\geq 220 \text{ rad/s}$

Précision $\rightarrow \frac{1}{1+5.K} < 0,1 \rightarrow K > 1,8$

Pulsation critique = 220 rad/s

MAIS $M\varphi = 15^\circ \rightarrow$ relever la phase d'au moins 30°

Choix \rightarrow Relever de 40° au voisinage de la pulsation critique du système partiellement corrigé

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Exemple de réglage

$$\varphi_M = 40^\circ \rightarrow a = \frac{1 + \sin \varphi_M}{1 - \sin \varphi_M} \rightarrow a = 4,6$$

$$\omega'_c = 220 = \frac{1}{T\sqrt{a}} \rightarrow T = 0,002 \text{ (s)}$$

$$C(p) = 1.8 \frac{1 + 0,0098p}{1 + 0,002p}$$

Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

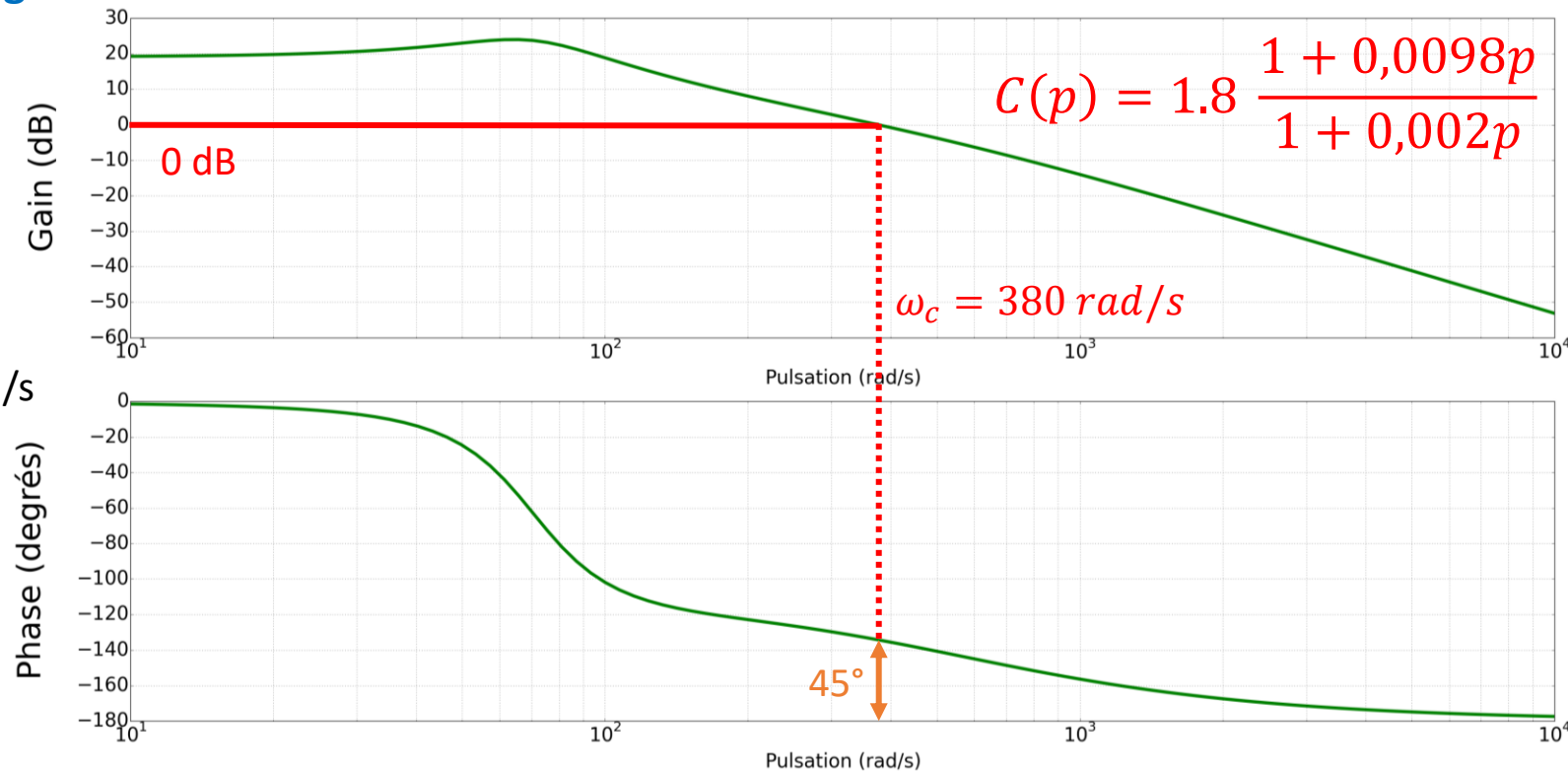
Exemple de réglage

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur statique < 10%

Pulsation coupure ≥ 220 rad/s



Pulsation critique du système corrigé = 380 rad/s et $M\varphi = 45^\circ$

PI imparfait : Correcteur à retard de phase

Caractéristiques générales

Fonction de transfert

$$C(p) = K \frac{1 + Tp}{1 + aTp} \quad a > 1$$

En général $a < 10$ de façon à ne pas trop ralentir le système en imposant un nouveau pôle dominant.

Mode d'action :

- Agit aux basses fréquences + élimine les bruits de fond
- Réduit l'erreur statique sans l'annuler
- Peut permettre de stabiliser le système en abaissant localement le gain (ce qui augmente la marge de phase mais réduit la pulsation critique)
- Déstabilise et ralentit le système si mal placé

PI imparfait : Correcteur à retard de phase

Caractéristiques générales

Intérêt

Correcteur → effet voisin du PI tout en étant moins « déstabilisateur »

Correcteur → en amont de la pulsation critique de la BO non corrigé

En l'associant à un correcteur à avance de phase → « pseudo PID »

PI imparfait : Correcteur à retard de phase (pour info)

Caractéristiques générales

Réponse fréquentielle

Le retard de phase est maximum pour : $\omega_M = \frac{1}{T\sqrt{a}}$

On a alors :

$$\varphi_M = \text{Arcsin} \left(\frac{1-a}{1+a} \right) = \text{Arctan} \left(\frac{1-a}{2\sqrt{a}} \right) \rightarrow a = \frac{1-\sin \varphi_M}{1+\sin \varphi_M}$$

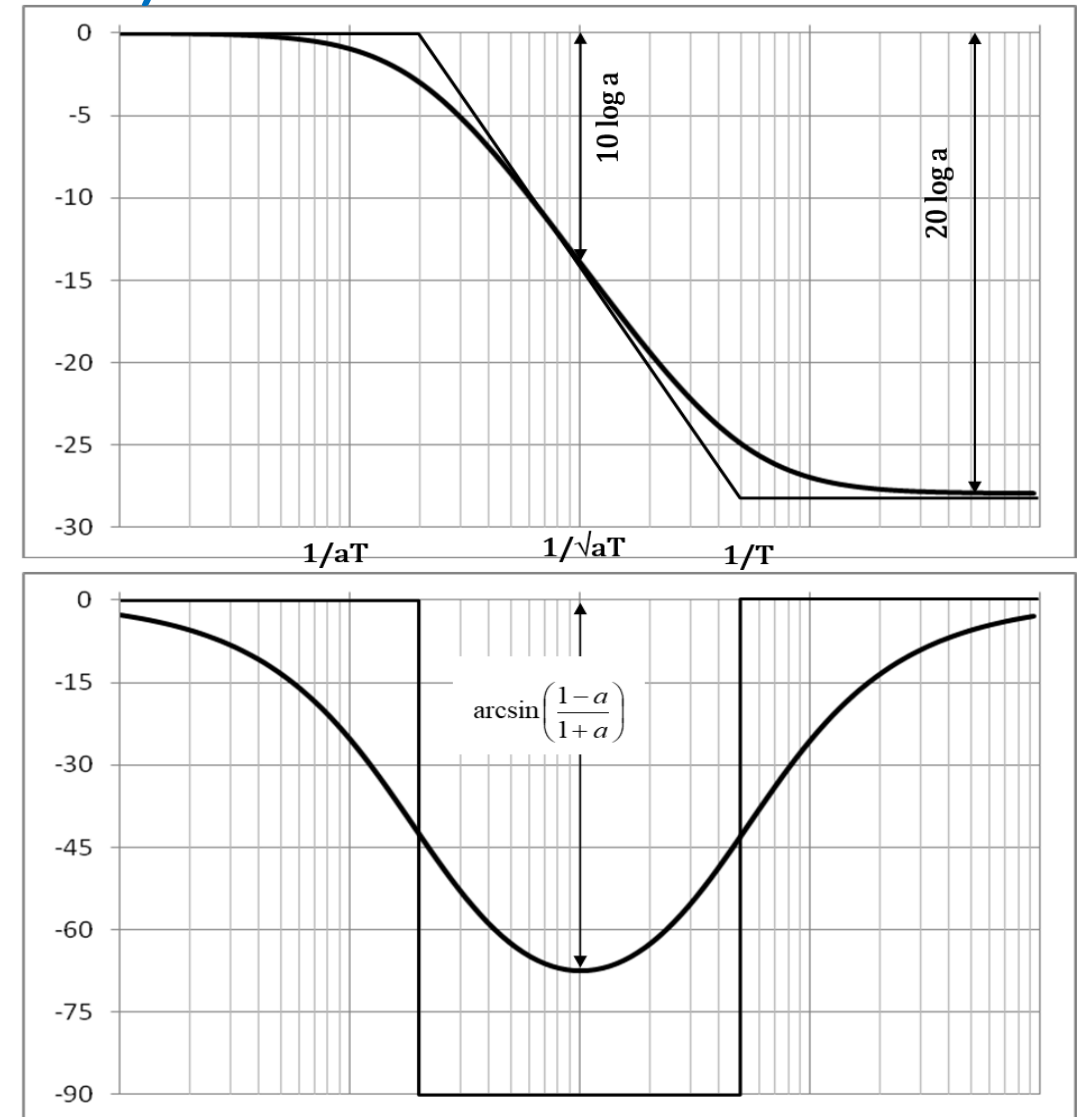
$$\text{GdB}(\omega_M) = 20 \log(K) - 10 \log(a)$$

PI imparfait : Correcteur à retard de phase (pour info)

Caractéristiques générales

Réponse fréquentielle

Ici $K = 1$. Il faut donc traduire le gain de $20 \log K$.



Le correcteur à tout faire : le PID

Caractéristiques générales

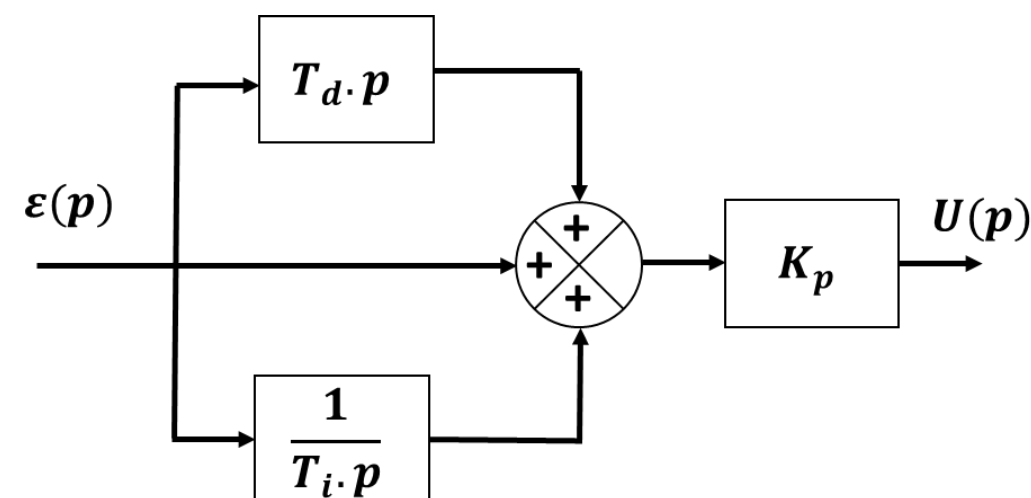
Fonction de transfert

PID parallèle et Mixte = $P + I + D$ et $P \times (D + I + 1)$ ou $PI + PD \dots$

$$K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = K_p \left(\frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p} \right)$$

PID série = $PI \times PD$

$$K_p \frac{1 + T_i p}{T_i p} (1 + T_d p) = K_p \left(\frac{1 + (T_i + T_d)p + T_i T_d p^2}{T_i p} \right)$$



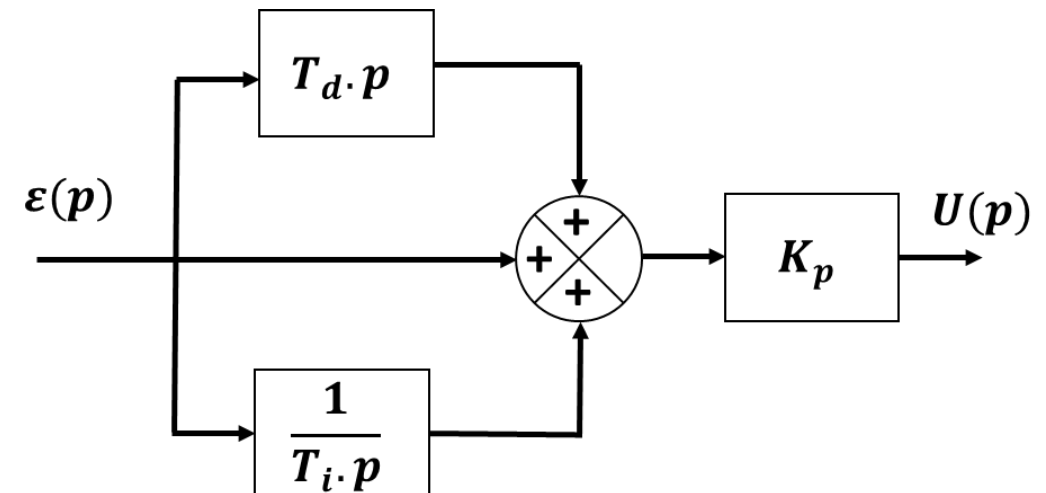
Le correcteur à tout faire : le PID

Caractéristiques générales

Fonction de transfert

Mode d'action :

- Il agit à toutes les fréquences
- Il annule l'erreur statique
- Il est stabilisant
- Il augmente la rapidité



$$C(p) = K_p \left(\frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p} \right)$$

Le correcteur à tout faire : le PID

Caractéristiques générales

Réponse fréquentielle

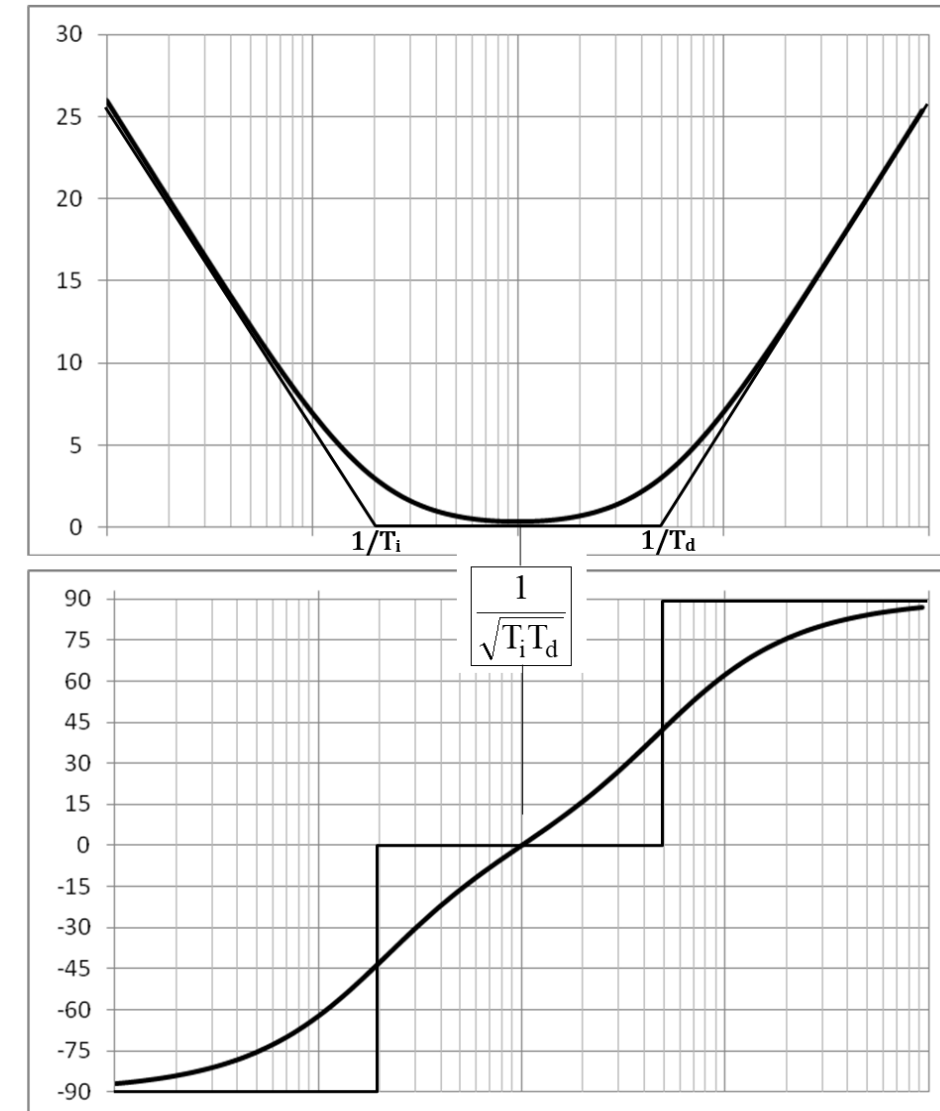
Cas du PID Parallèle classique

Ici $K = 1$: il faudra traduire le gain de $20 \log K$

Inconvénient (correcteurs dérivés) :

Gain infini aux hautes fréquences :

- Amplification des parasites
- Oscillations au début du régime transitoire



Le correcteur à tout faire : le PID

Caractéristiques générales

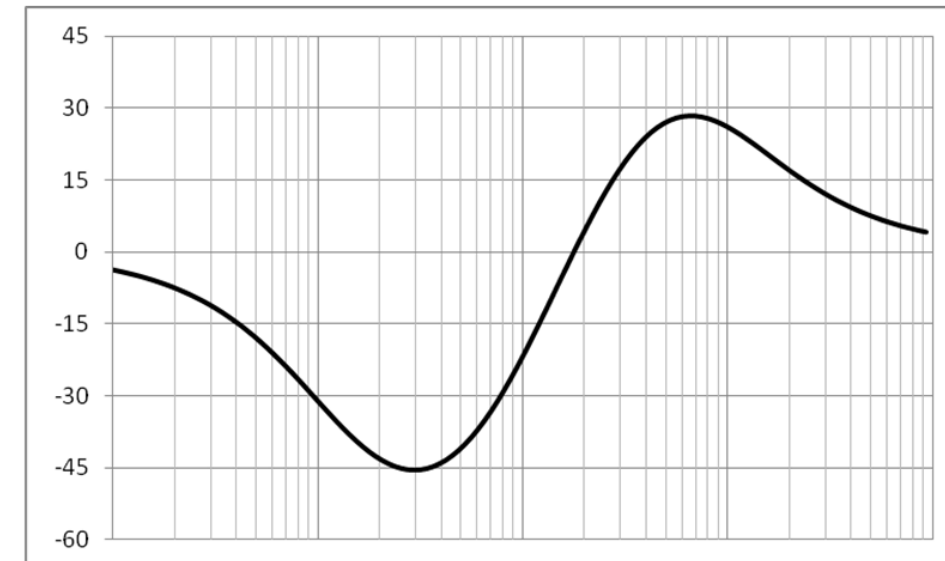
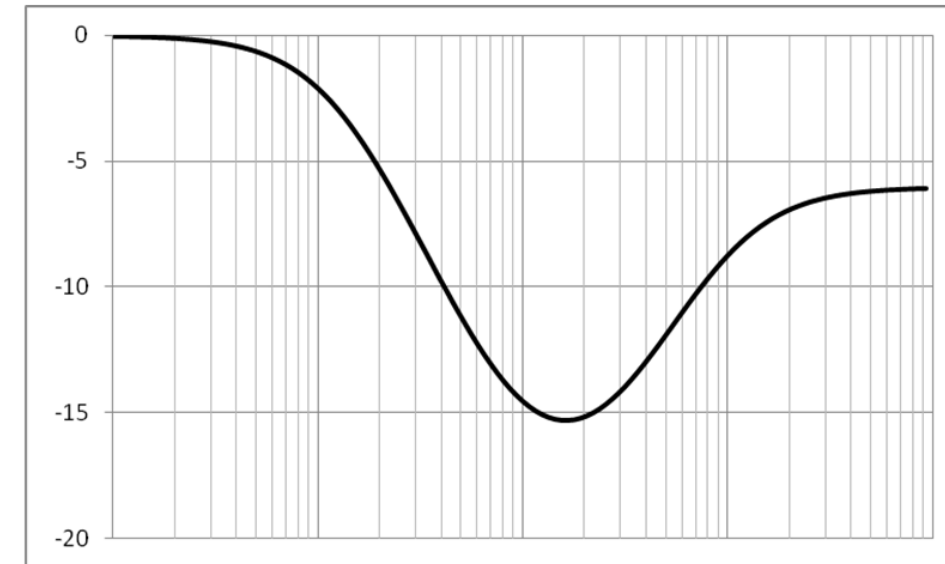
Réponse fréquentielle

Cas du PID approché Avance - Retard

Ici $K = 1$: il faudra traduire le gain de $20 \log K$

Remarque : Correcteur \rightarrow pas « symétrique »

\rightarrow valeurs de $a \neq$ dans les correcteurs à avance et retard de phase



Le correcteur à tout faire : le PID

Caractéristiques générales

Réglage du correcteur

Avec ce que nous savons faire (réglage en cascade)

- 1) Dans tous les cas : on règle les correcteurs **l'un après l'autre** ($P \rightarrow \dots \rightarrow PD$)
- 2) Gain statique imposé par l'erreur**
- 3) Etape par étape en corrigeant partiellement la FTBO au fur et à mesure
- 4) Réglage par compensation (quand c'est possible)

Le correcteur à tout faire : le PID

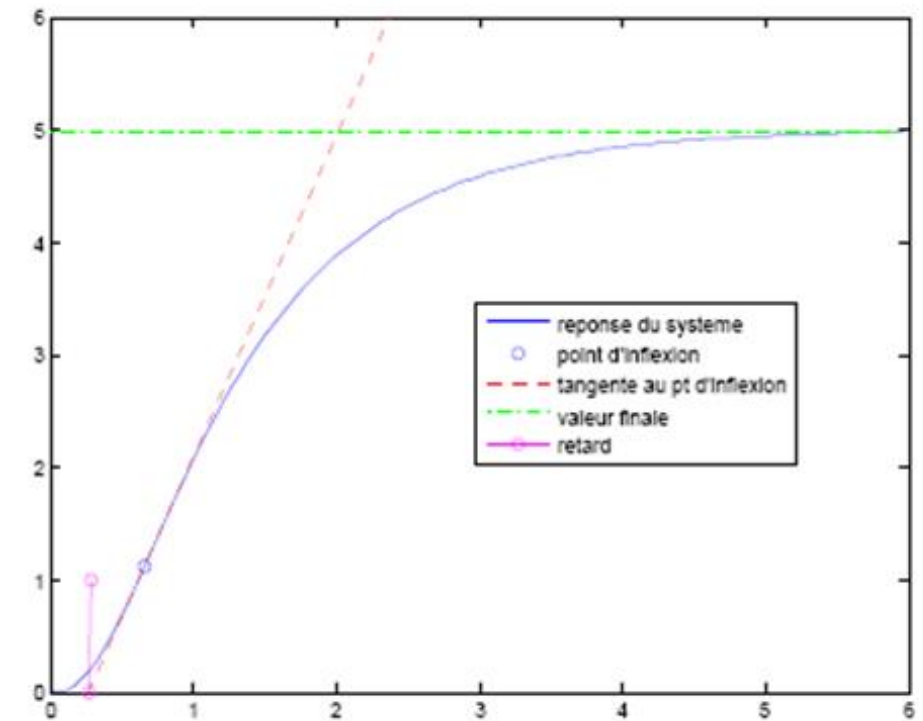
Réglage par la méthode de Ziegler Nichols

Méthode empirique → ajuster les paramètres d'un correcteur PID à partir de la réponse indicielle en BO (ou en BF)

Méthode de Ziegler Nichols → processus dont la réponse $s(t)$ à un échelon d'amplitude E en BO → ~~oscillations~~
→ Réponse assimilée → Premier ordre avec retard

- Mesure de S_{∞}
- Tangente au point d'inflexion \approx Tangente à l'origine du système du 1^{er} ordre sans retard (a = pente de la tangente)
- Retard T_r → prolongement de la tangente

$$S(p) = \frac{S_{\infty} \cdot e^{-T_r \cdot p}}{1 + \frac{S_{\infty}}{a} \cdot p}$$



Le correcteur à tout faire : le PID

Réglage par la méthode de Ziegler Nichols

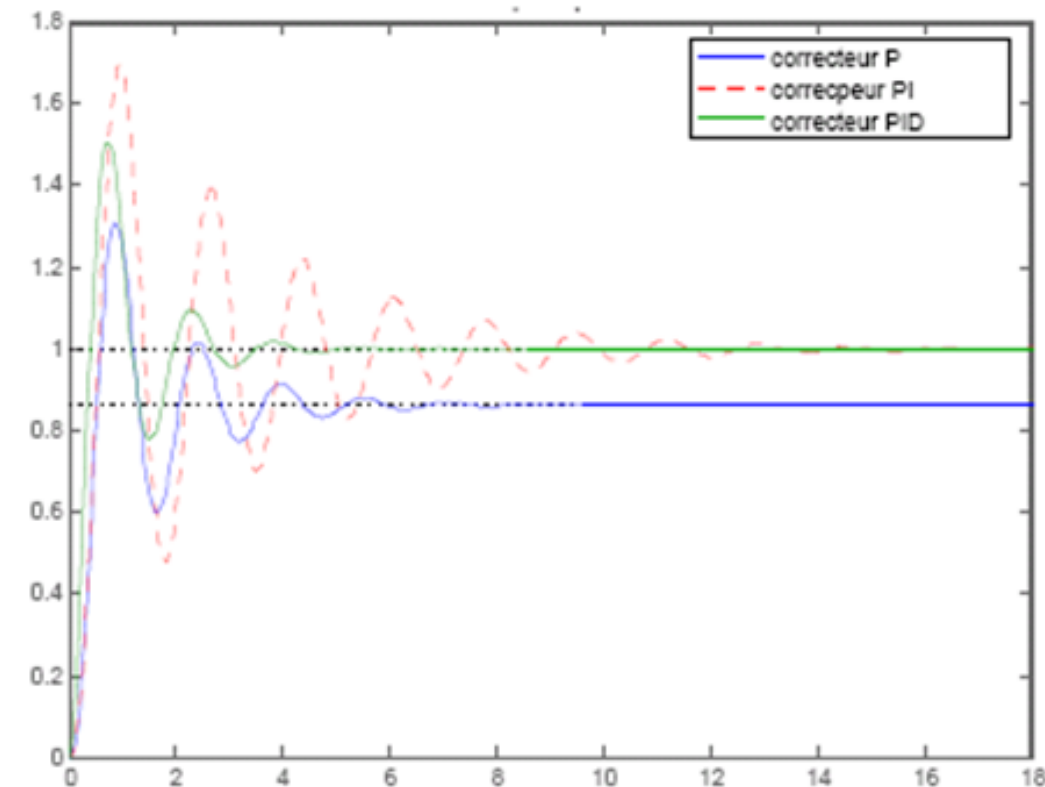
Ziegler Nichols → Réglages de correcteur P, PI ou PID

Critère utilisé → Rapport entre les deux premiers dépassements positifs = 0,25

Correcteur PID : $C(p) = K \cdot (1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p)$

Type de correcteur	K	T_i	T_d
P	$\frac{E}{a \cdot T_r}$		
PI	$\frac{0,9E}{a \cdot T_r}$	$3,3 \cdot T_r$	
PID	$\frac{1,2E}{a \cdot T_r}$	$2 \cdot T_r$	$0,5 \cdot T_r$

Correcteur PID rend le système relativement stable
et sans erreur statique



Résumé des critères du CdCF à respecter

CdCF :

- La stabilité : $M\varphi$ (le plus souvent $> 45^\circ$ calculée sur la **BO**)
- La précision : Erreur tolérée en **BF** (statique ou traînage, exprimée en % de l'entrée
→ Calcul (Tableau des écarts) → K_{BO} + Classe de la BO)
- La rapidité : Temps de réponse en **BF** (en général à 5%)