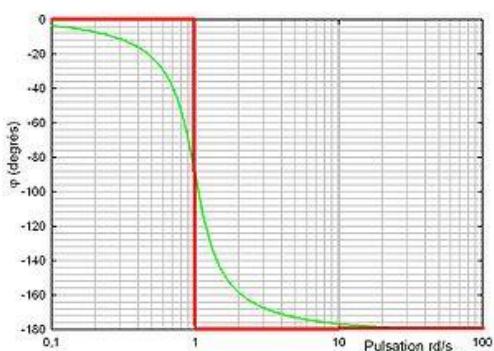
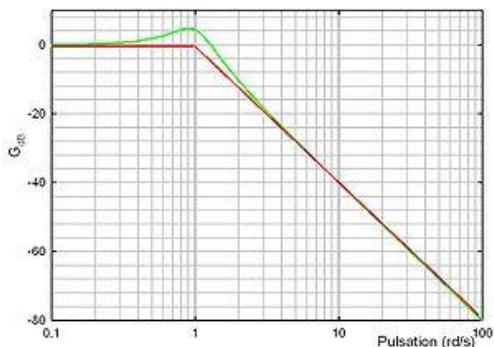
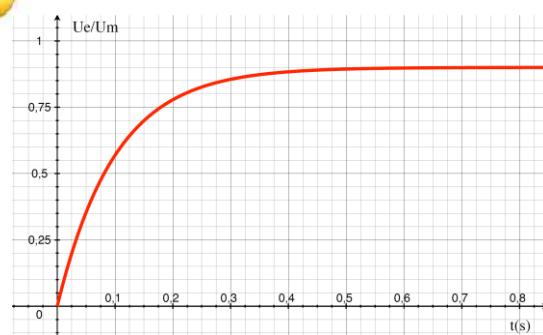
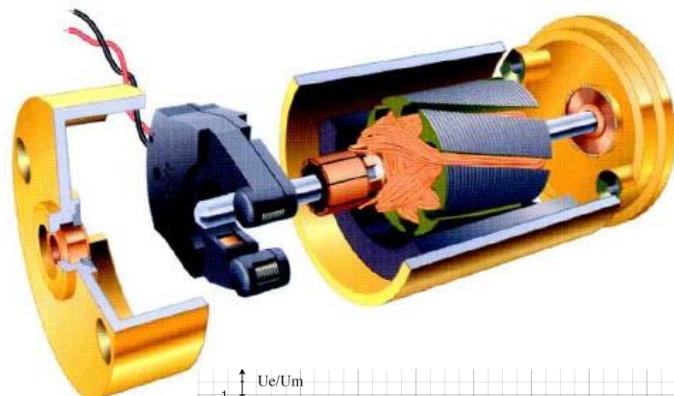
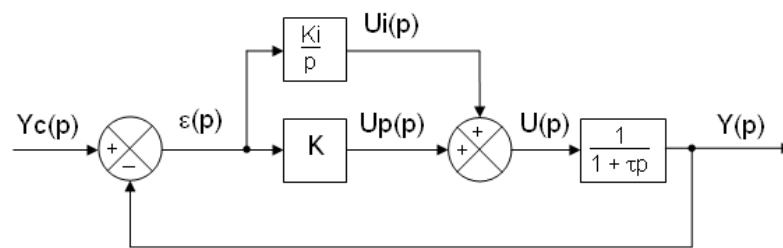




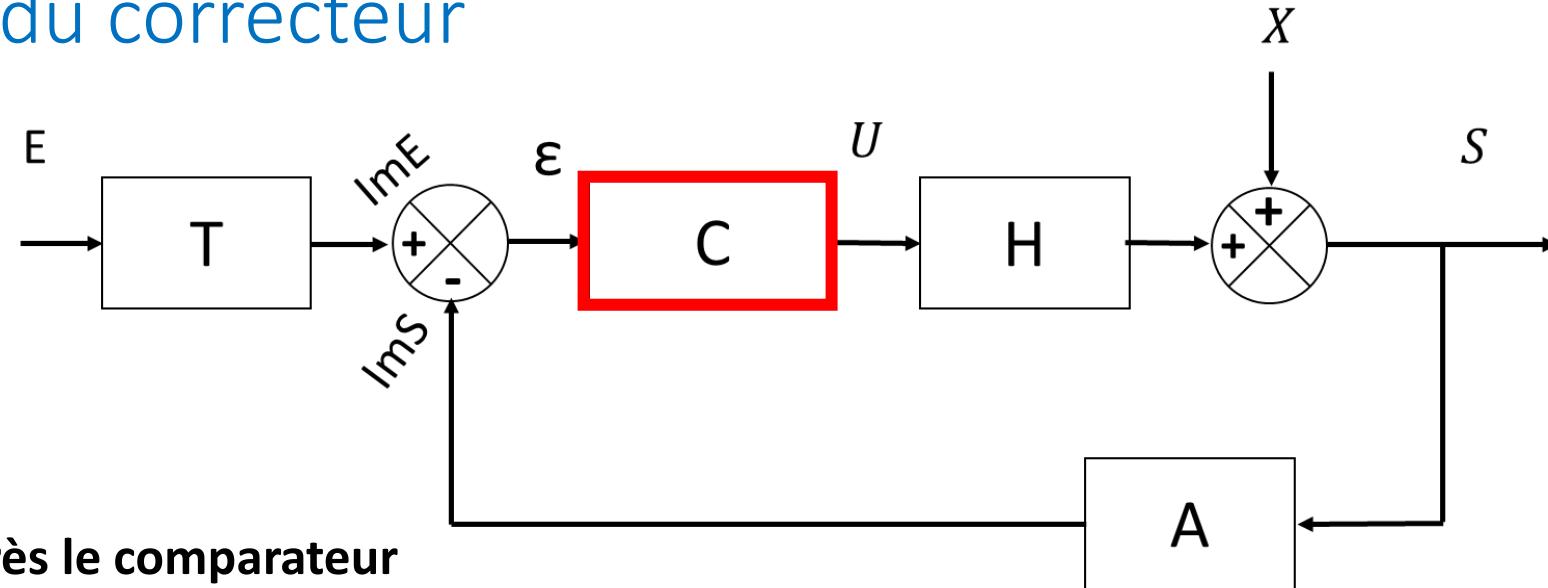
# ASSERVISSEMENT

## Correction



# Implantation et rôle du correcteur

## La place du correcteur



**Correcteur → Après le comparateur**

**Entrée du correcteur = Signal d'écart issu du comparateur**

**Sortie du correcteur = Signal de commande.**

Le correcteur inclut ou non un amplificateur

Remarque : Le gain du correcteur peut avoir une unité

# Implantation et rôle du correcteur

## Remarques

Multiples possibilités d'implantation :

**SEULE LA BOUCLE EXTERNE impose une condition entre le gain de la chaîne d'acquisition et celui du transducteur.**

Correcteurs :

- Filtres (→ Physique) : Signal **analogique**
- Intégrés à la carte de commande : **correcteurs numériques** + convertisseurs (CAN et CNA)

**Système numérique  $\approx$  Système analogique  $\leftrightarrow T_{\text{échantillonnage}} \ll \tau_{\text{système}}$**

# Implantation et rôle du correcteur

## Remarques

- Système = **rapide** → **Bande passante** est grande
- Système = **précis** → **Gain statique** de la FTBO est grand
- Système = **bien amorti** → **Marge de stabilité** (marge de gain et marge de phase) est grande

Compensation des systèmes bouclés → délicate → compromis

- L'amélioration de la précision tend souvent à rendre le système instable.
- L'amélioration de la stabilité tend souvent à rendre le système moins rapide.
- ...

# Implantation et rôle du correcteur

## Le rôle du correcteur

**TOUS LES REGLAGES VISENT A OBTENIR DES QUALITES POUR LA BF**

Correcteur → modifier la réponse du système → répondre au CdCF

# Implantation et rôle du correcteur

## Le rôle du correcteur

Influence sur la précision de la réponse en BF

Erreur (statique, dynamique ...) → fonction du gain statique et de la classe de la BO

**Le correcteur modifie la CLASSE et le GAIN statique de la BO.**

**La précision augmente avec la classe et le gain statique de la BO.**

- BO EN RETOUR UNITAIRE → **Tableau d'écart**
- BF → sortie =  $f(\text{entrée}) + \text{passage à la limite (théorème valeur finale)}$

# Implantation et rôle du correcteur

## Le rôle du correcteur

### Influence sur la stabilité de la réponse en BF

Le correcteur, modifie le **GAIN STATIQUE** et l'**ALLURE** des diagrammes de gain et de phase de la **BO**. Ces modifications combinées permettent de régler les marges souhaitées afin d'obtenir une **BF** stable. Lorsque le gain statique et/ou la classe augmentent, la stabilité et les marges diminuent.

- **BO**: graphiquement ou analytiquement (point critique)
- **BF**: pôles du dénominateur (partie réelle  $< 0$ )

# Implantation et rôle du correcteur

## Le rôle du correcteur

### Influence sur la rapidité de la réponse en BF

**Le correcteur modifie le GAIN STATIQUE de la BO. Lorsque le gain statique de la BO augmente, le temps de montée diminue et la bande passante augmente.**

**Attention : temps de réponse  $\neq$  temps de montée.**

**En général, l'augmentation de la classe réduit la bande passante.**

Remarque : Bouclage  $\rightarrow$  augmente la rapidité.

# Implantation et rôle du correcteur

## Le rôle du correcteur

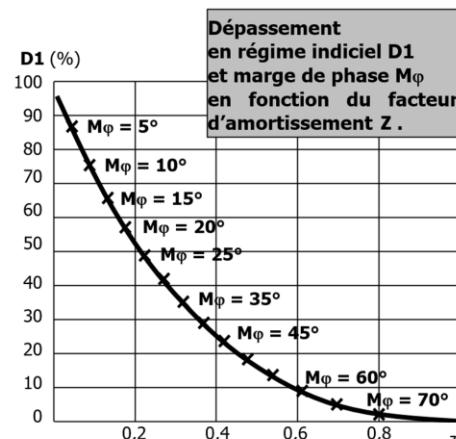
Influence sur le dépassement de la réponse en BF

**Il augmente avec le GAIN STATIQUE de la BO (si ordre  $\geq 2$  )**

**Il peut augmenter aussi avec l'importance des zéros  
(constantes de temps élevées au numérateur)**

Dépassement  $\rightarrow$  Critère de stabilité et/ou de rapidité

Réglage classique ( $M\varphi = 45^\circ$ )  $\rightarrow D_1 \approx 20\%$



# Réglages : BF(p) assimilable à un 2<sup>nd</sup> ordre

Réglage du gain statique (de la BF ou de la BO)

→ Précision

$$\text{BO de classe 0 : } K_{BF} = \frac{K_{BO}}{1+K_{BO}}$$

**BO de classe 1 :  $K_{BF} = 1$**

$K_{BO}$  → facteur d'amortissement et la pulsation propre de la BF (dépassement et rapidité)

# Réglages : BF(p) assimilable à un 2<sup>nd</sup> ordre

## Réglage du facteur d'amortissement en BF

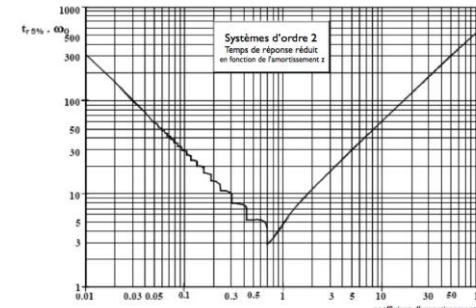
### → Rapidité et Dépassemement

Réglage → Facteur d'amortissement en BF → limiter → résonance (fréquentiel) / dépassement (temporel) / temps de réponse (temporel)

$$D_1 = e^{\frac{-z\pi}{\sqrt{1-z^2}}} \text{ au temps de pic de } T_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-z^2}}$$

$$M_{dB} = GdB(\omega_r) = 20 \log \left( \frac{1}{2z\sqrt{1-z^2}} \right) \text{ à la pulsation de résonance : } \omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2z^2}$$

### → Le temps de réponse → Abaque $tr_{5\%} \cdot \omega_0(z)$



# Réglages : BF(p) assimilable à un 2<sup>nd</sup> ordre

## Réglage des marges en BO

Réglage de la marge de gain :

**6 dB < Marge Gain < 12 dB**

**Classiquement : MG = 10 dB**

**30° < Marge Phase < 60°**

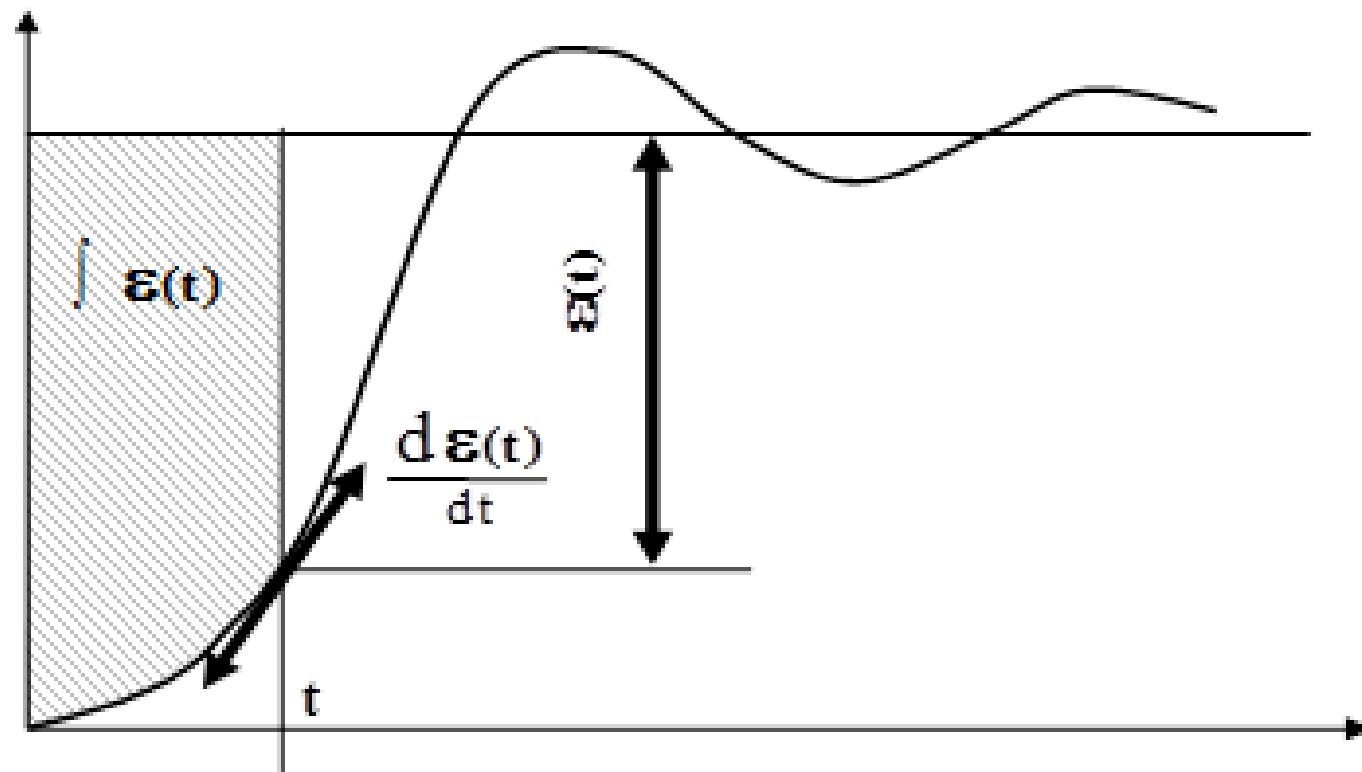
**Classiquement : M $\phi$  = 45°**

Remarque : 6 dB = variation autorisée du gain statique de 100% (x2) avant qu'il y ait instabilité

Remarque : M $\phi$  <--> z : un système avec une grande marge de phase est peu oscillant en temporel

**M $\phi$  = 45° → compromis → D<sub>1</sub> ≈ 20 % (satisfaisant en avant-projet)**

# Les modes d'action des correcteurs



## Correcteur

- placé juste après le comparateur
- traite le signal d'écart  $\varepsilon(t)$  → signal de commande  $U(t)$  à l'actionneur :  $U(p) = C(p) \cdot \varepsilon(p)$

# Les modes d'action des correcteurs

## Correcteur proportionnel

$$U(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) \rightarrow C(p) = K_p$$

Ce correcteur agit en permanence, quel que soit le temps

**Pas d'action lorsque l'écart est nul**

# Les modes d'action des correcteurs

## Correcteur intégral

$$U(t) = \frac{1}{T_i} \int \varepsilon(t) dt \quad \rightarrow C(p) = \frac{1}{T_i p}$$

Gain de ce correcteur       $\rightarrow$  infini aux basses fréquences (régime permanent)  
 $\rightarrow$  tend vers 0 aux fréquences élevées (régime transitoire)

**L'action du correcteur est d'autant plus tardive que la constante de temps est grande**

**Son action reste constante lorsque l'écart est nul**

# Les modes d'action des correcteurs

## Correcteur dérivé

$$U(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \rightarrow C(p) = T_d p$$

Ce correcteur agit d'autant plus que les variations d'écart sont élevées :

- action importante → régime transitoire
- action faible → régime permanent

**L'action du correcteur est d'autant plus importante que la constante de temps est grande**

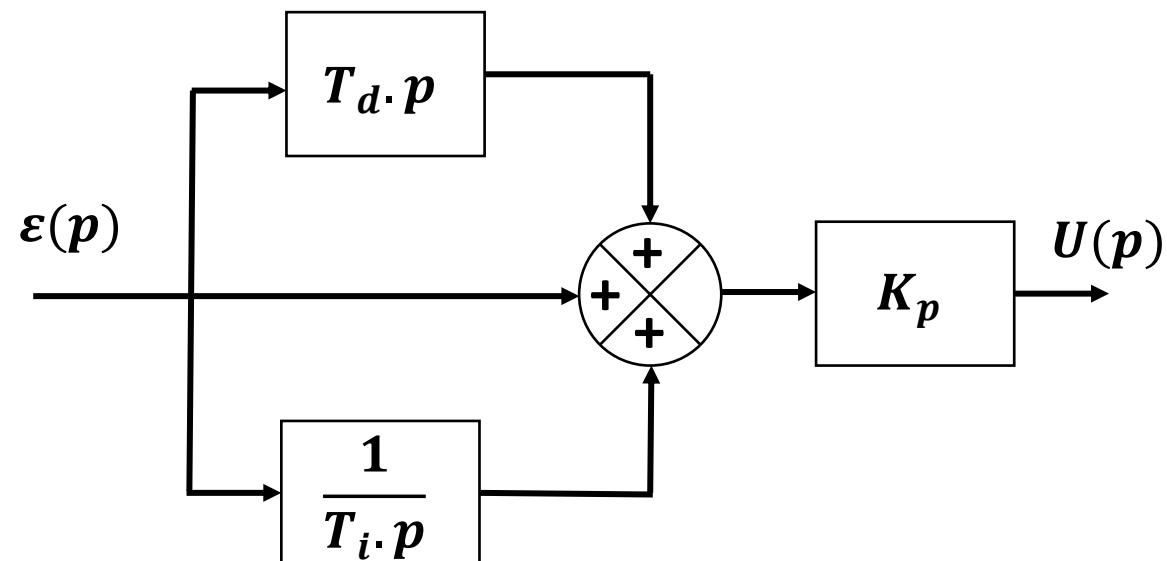
**Son action est nulle lorsque l'écart est constant**

# Les modes d'action des correcteurs

## Correcteur PID

Si les correcteurs précédents sont exploités en parallèle :

$$\rightarrow C(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = K_p \cdot \frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p}$$



# P – Correcteur proportionnel

## Le plus simple

### Caractéristiques

Mode d'action : **Augmente le gain de la Boucle Ouverte**

$$C(p) = K_p$$

Lorsque  $K_p$  augmente :

- Erreur (statique, de traînage ...) diminue
- Impact d'une perturbation → amoindri mais pas éliminé
- Dépassemment augmente
- Rapidité (BP) augmente (attention, du fait des dépassemements →  $tr_{5\%}$  peut augmenter)
- $M\varphi$  et MG diminuent → risque d'instabilité augmente

# P – Correcteur proportionnel

## Le plus simple

### Caractéristiques

Mode d'action : **Augmente le gain de la Boucle Ouverte**

$$C(p) = K_p$$

Si l'erreur statique (ou de traînage pour une BO de classe 1) est imposée, c'est ce correcteur que l'on place avant tout autre dans la chaîne directe.

Ce correcteur est dit translatant car il déplace de  $20 \log K_p$  en translation verticale la courbe de gain dans le plan de Bode

# P – Correcteur proportionnel

## Le plus simple

Réglages

$K_{BONC}$  = Gain BO non corrigée

Gain BO corrigée  $\rightarrow K_p \cdot K_{BONC}$

# P – Correcteur proportionnel

## Le plus simple

Réglages

*A partir de la BO*

**Compromis → Erreur ( $K_p$  mini) et  $M\varphi$  imposée ( $K_p$  maxi)**

# P – Correcteur proportionnel

## Le plus simple

### Réglages

A partir de la BF

Calcul la BF avec le paramètre  $K_p$  + choix de réglage :

- Gain statique en BF (erreur)
- Facteur d'amortissement ( $D_{1\%}$ ,  $M\varphi$ ,  $tr_{5\%}$ )
- Pulsion propre (rapidité (BP),  $tr_{5\%}$ )

# PI – Proportionnel Intégral

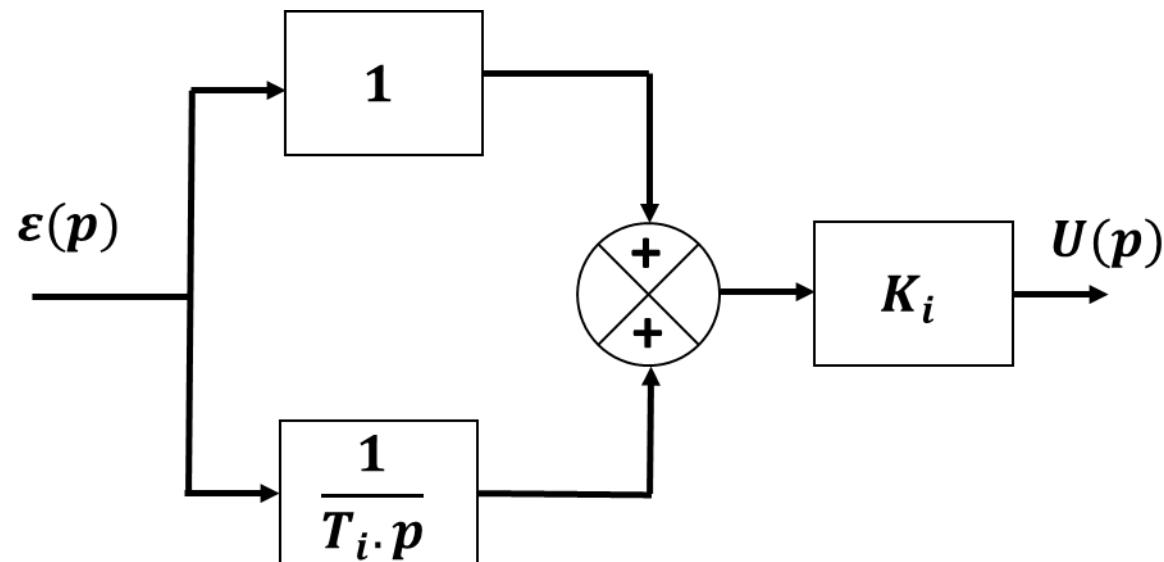
## Le plus classique

Caractéristiques générales

Fonction de transfert

$$C(p) = K_i \frac{1 + T_i p}{T_i p}$$

Mode d'action : **Ce correcteur annule l'écart statique et l'influence d'une perturbation constante située en aval.**



# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

### Caractéristiques générales

#### Fonction de transfert

**Remarque importante :** Perturbation = Rampe  $\rightarrow$  Double intégrateur

$\rightarrow$  Part intégrale  $\rightarrow$  Basses fréquences ( $t \rightarrow \infty$ )

Plus  $T_i$  est grand, plus il agit tard  $\rightarrow$  Réduire  $T_i$

$\rightarrow$  Part proportionnelle  $\rightarrow$  Identique quelle que soit la fréquence

$\rightarrow$  2 caractéristiques (ex : précision et marge de phase)  $\rightarrow$  intégrateur +  $T_i$  et  $K_i$

$\rightarrow$  Ralentit le système par rapport à un proportionnel pur (baisse la pulsation critique)

**ATTENTION :** Il déstabilise le système s'il est mal placé

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

### Caractéristiques générales

#### Explication « physique » du processus

Comportement fréquentiel = Inverse comportement temporel

$$t \rightarrow 0 \rightarrow (\omega \text{ ou } p) \rightarrow \infty \rightarrow C(p) = K_i$$

$$t \rightarrow \infty \rightarrow (\omega \text{ ou } p) \rightarrow 0 \rightarrow C(p) = \frac{K_i}{T_i p}$$

**Au démarrage (hautes fréquences)  $\rightarrow$  écart important  $\rightarrow$  Correcteur  $\approx$  gain pur  $K_i$  (il amplifie l'écart)**

**En régime permanent (basses fréquences)  $\rightarrow$  Correcteur  $\approx$  intégrateur pur  $K_i/T_i p$   
 $\rightarrow$  gain  $\rightarrow$  infini  $\rightarrow$  élimine l'erreur**

**Remarque : Un correcteur purement intégral (gain très faible aux hautes fréquences) ralentirait énormément le système en régime transitoire**

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Réponse fréquentielle d'un PI

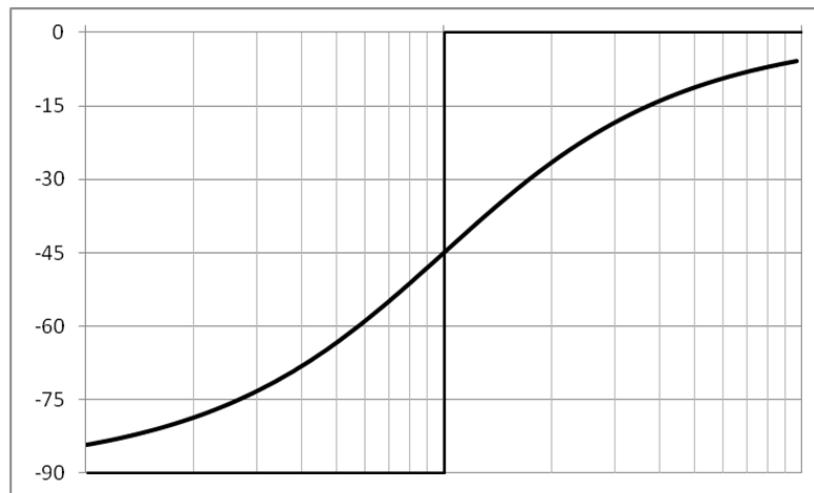
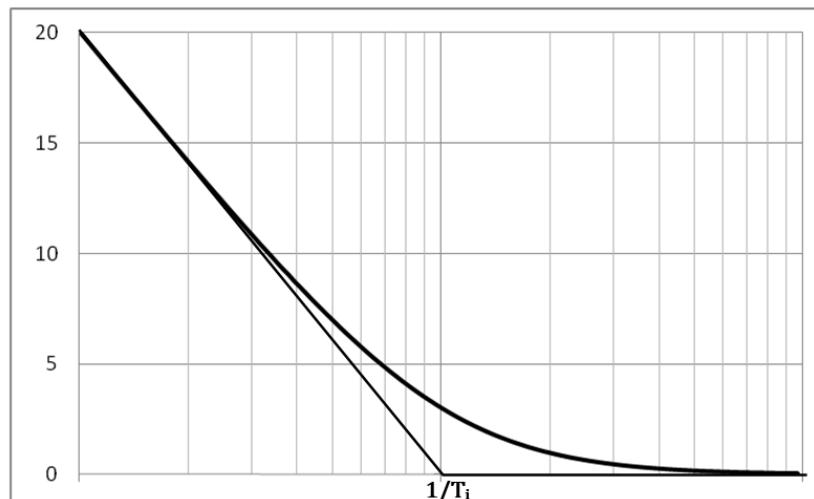
Tableau des valeurs (pour info)

$\omega$	$\frac{1}{10T_i}$	$\frac{1}{3T_i}$	$\frac{1}{2T_i}$	$\frac{1}{T_i}$	$\frac{2}{T_i}$	$\frac{3}{T_i}$	$\frac{10}{T_i}$
Gdb	$20\log K_i$ +20	$20\log K_i$ +10	$20\log K_i$ +7	$20\log K_i$ +3	$20\log K_i$ +1	$20\log K_i$	$20\log K_i$
$\phi$	$-84^\circ$	$-72^\circ$	$-64^\circ$	$-45^\circ$	$-26^\circ$	$-18^\circ$	$-6^\circ$

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Réponse fréquentielle d'un PI



Avec  $K_i = 1$ . Il faut donc translater le gain de  $20 \log K_i$ .

Tableau des valeurs (pour info)

$\omega$	$\frac{1}{10T_i}$	$\frac{1}{3T_i}$	$\frac{1}{2T_i}$	$\frac{1}{T_i}$	$\frac{2}{T_i}$	$\frac{3}{T_i}$	$\frac{10}{T_i}$
Gdb	$20\log K_i + 20$	$20\log K_i + 10$	$20\log K_i + 7$	$20\log K_i + 3$	$20\log K_i + 1$	$20\log K_i$	$20\log K_i$
$\varphi$	$-84^\circ$	$-72^\circ$	$-64$	$-45^\circ$	$-26^\circ$	$-18^\circ$	$-6^\circ$

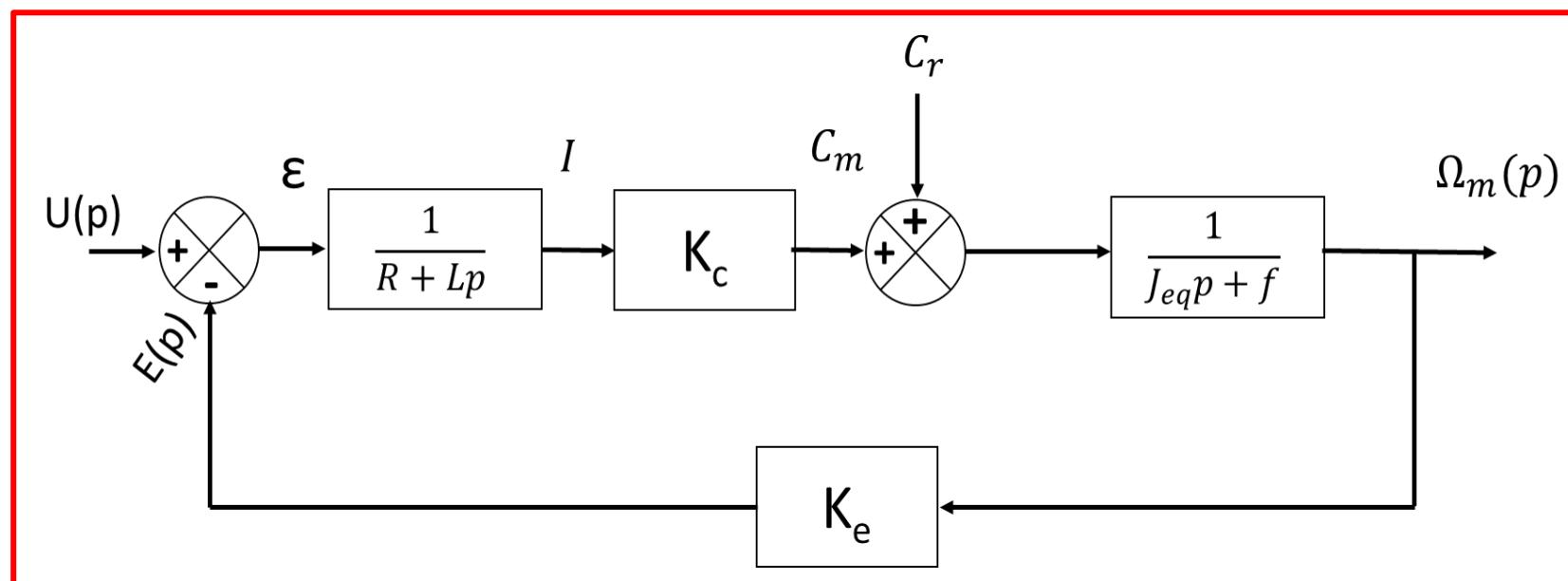
# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

FT d'un MCC  $\rightarrow$  Assimilable à un 2<sup>nd</sup> ordre de classe 0.

Perturbation = Couple résistant (le plus souvent constant).



# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

### Asservissement en vitesse

Signal de consigne → comparé → signal image de la vitesse.

Le correcteur traite l'écart et délivre une tension de commande au moteur.

BO de classe 0 → Tableau → Erreur en % tend vers  $\frac{1}{1+K_{BO}}$ .

Correcteur PI → maintenir un signal de commande constant lorsque la consigne de vitesse est atteinte → erreur statique nulle.

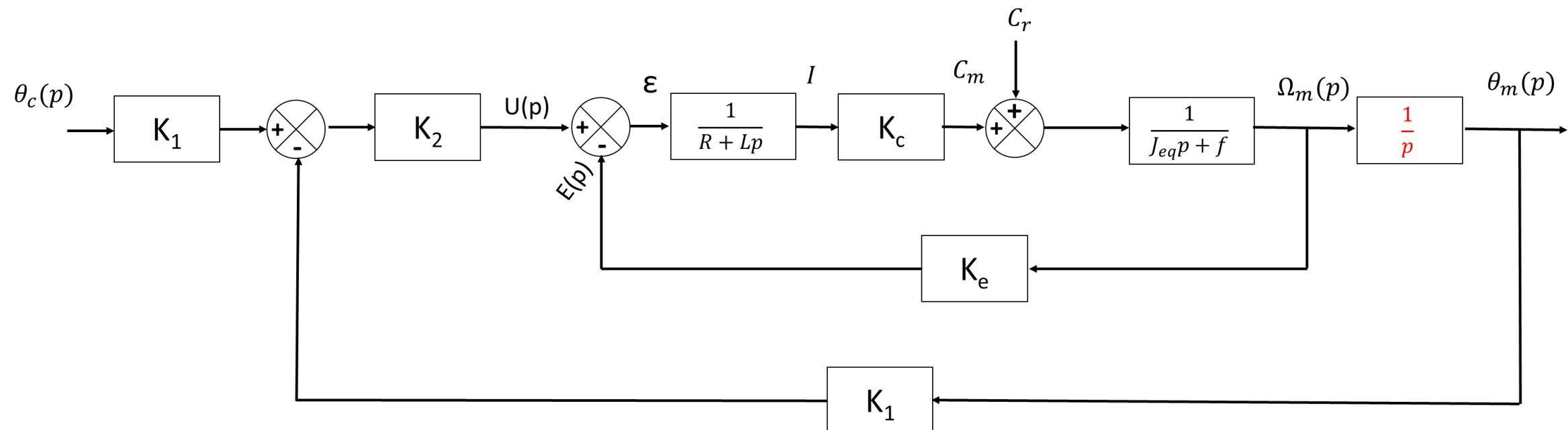
Correcteur → éliminera l'écart dû à une perturbation constante (→ ajoute un intégrateur **en amont de la perturbation**).

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

Asservissement en position

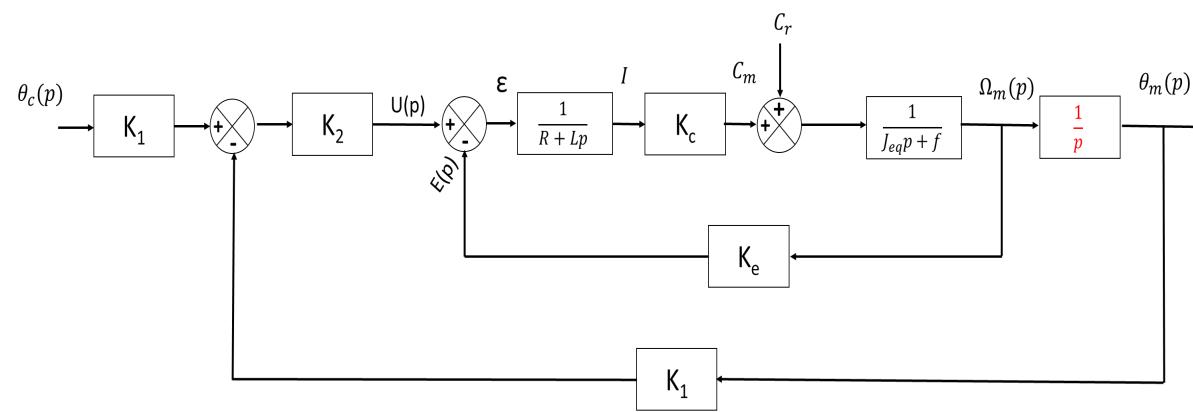


# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

Asservissement en position



En l'absence de perturbation : Intégrateur « naturel » dans la BO  $\rightarrow$  Erreur statique nulle

L'utilisation d'un correcteur intégral pur ( $\rightarrow$  BO de classe 2) :

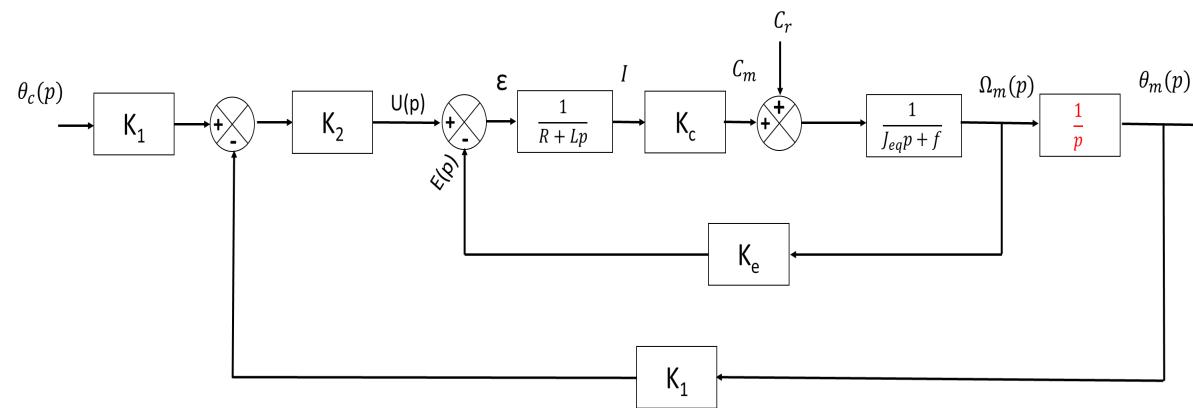
- **Annuler l'écart de traînage**
- **Rendre constant l'écart en accélération**

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Application classique à la commande d'un moteur CC

Asservissement en position



**PROBLEME :** Utilisation d'un intégrateur pur → la phase de la BO démarre à  $-180^\circ$  et diminue constamment jusqu'à descendre à  $-360^\circ$  → le système est instable !!

Réalité → la perturbation n'est pas nulle.

Une intégration → nécessaire → éliminer l'écart statique dû à la perturbation constante

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Si le polynôme caractéristique de la BO possède des racines réelles, on peut choisir  $T_i$  de façon

à éliminer le pôle dominant :  $T_i = -\frac{1}{p_{mini}}$

$K_i$  est ensuite réglé de façon à respecter les contraintes du cahier des charges (marge de phase, dépassement en % de la BF, erreur de vitesse ...)

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple

$$H_{BO}(p) = \frac{5}{1 + 0,021p + 2 \cdot 10^{-5}p^2} = \frac{5}{(1 + 0,02p)(1 + 0,001p)}$$

CDCF :  $M\varphi > 45^\circ$  Erreur de traînage < 5%

$T_i \rightarrow$  éliminer le pôle dominant :  $T_i = -\frac{1}{p_{mini}} = 0,02 \text{ (s)}$

$$\text{BO partiellement corrigée : } H_{BOPC}(p) = \frac{250K_i}{p(1+0,001p)}$$

L'erreur de traînage impose :  $\frac{1}{K_{BO}} < 0,05 \Leftrightarrow \frac{1}{250K_i} < 0,05 \Leftrightarrow K_i > 0,08$

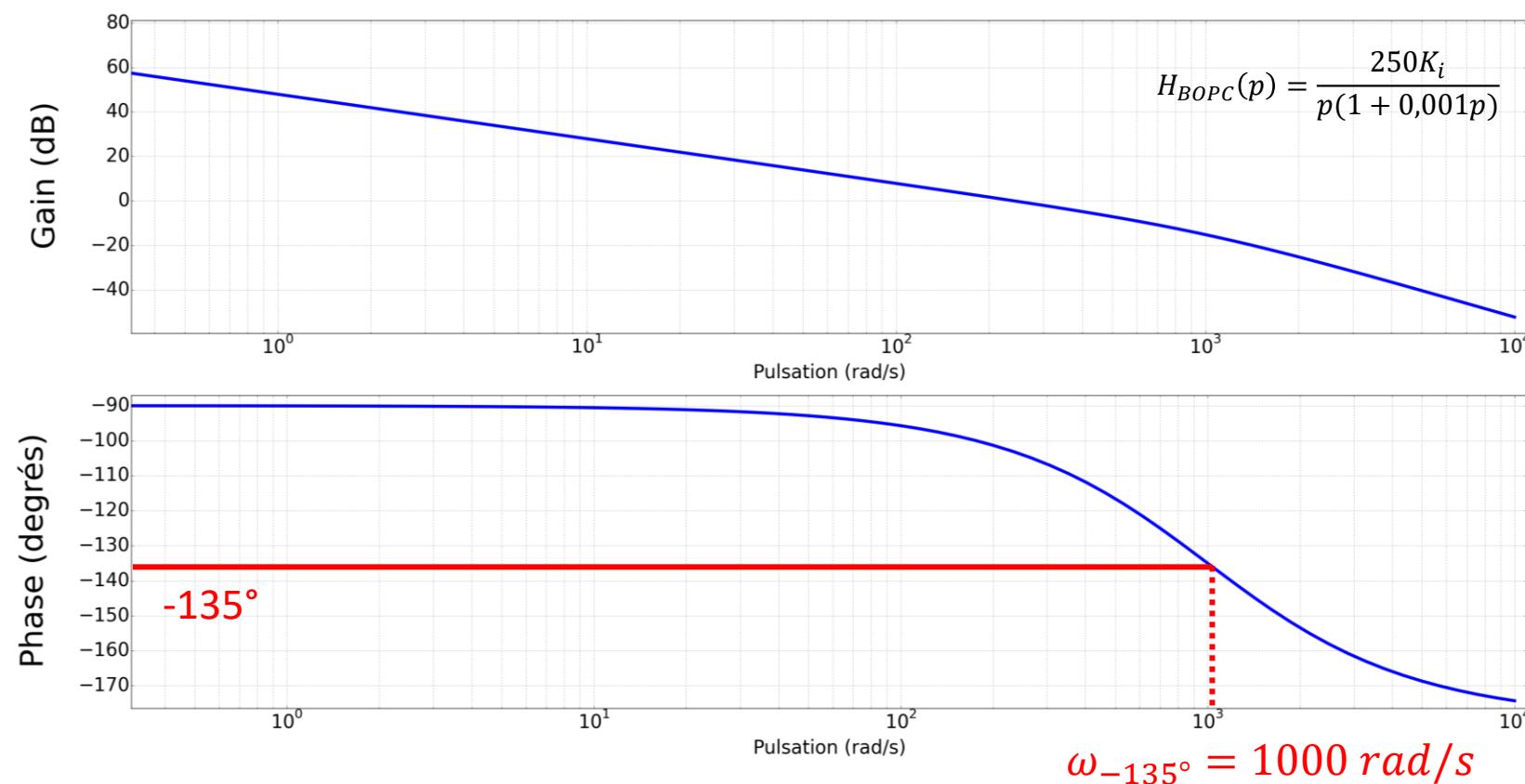
# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple



La phase vaut  $-135^\circ$  pour  $\omega = 1/0,001 = 1000 \text{ rad/s}$

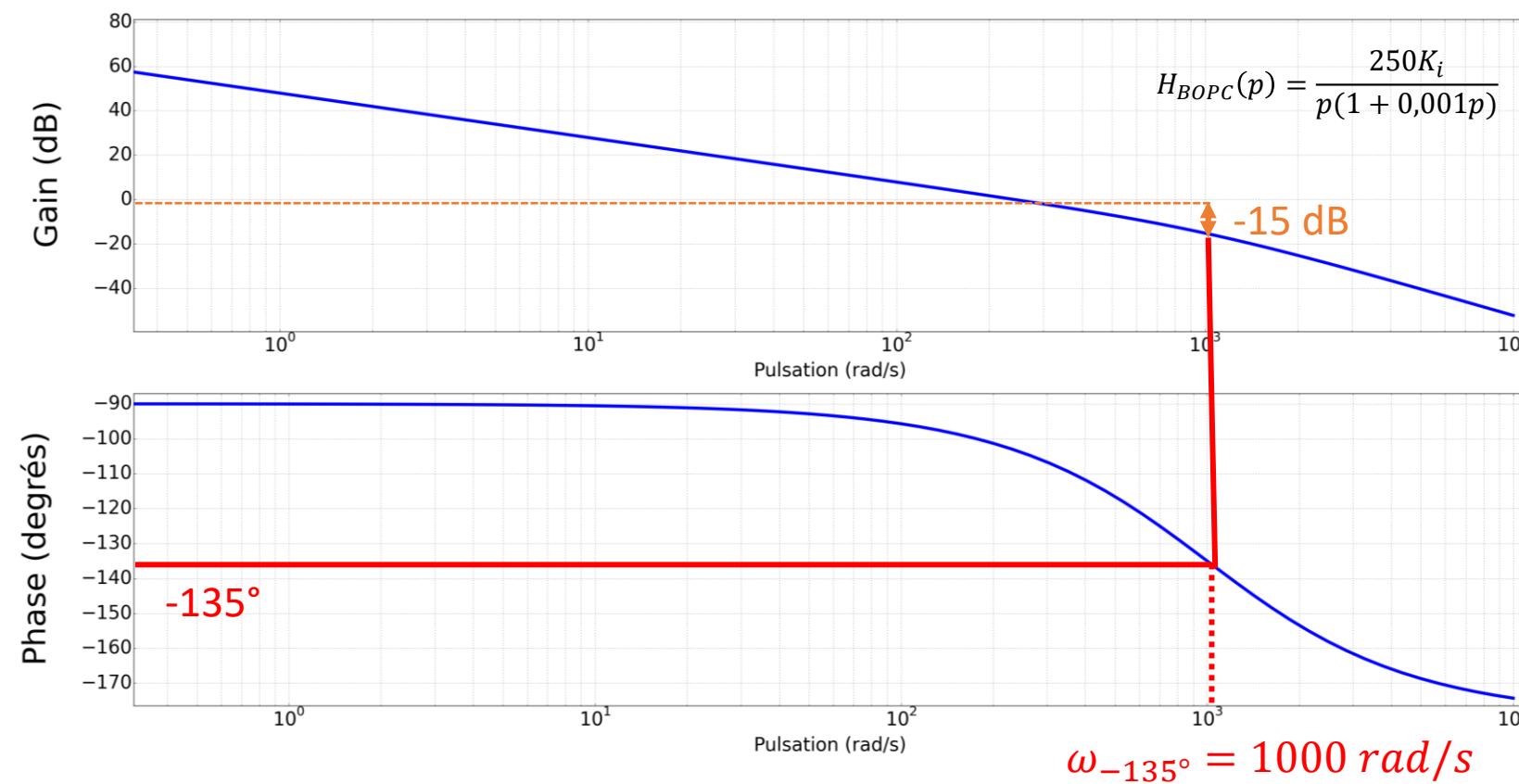
# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple



Pour  $K_i = 1$ , le gain de la BOPC à cette pulsation vaut :  $\text{GdB}(1000) = 48 - 20 \times \log(1000) - 3 = -15 \text{ dB}$

# PI – Proportionnel Intégral

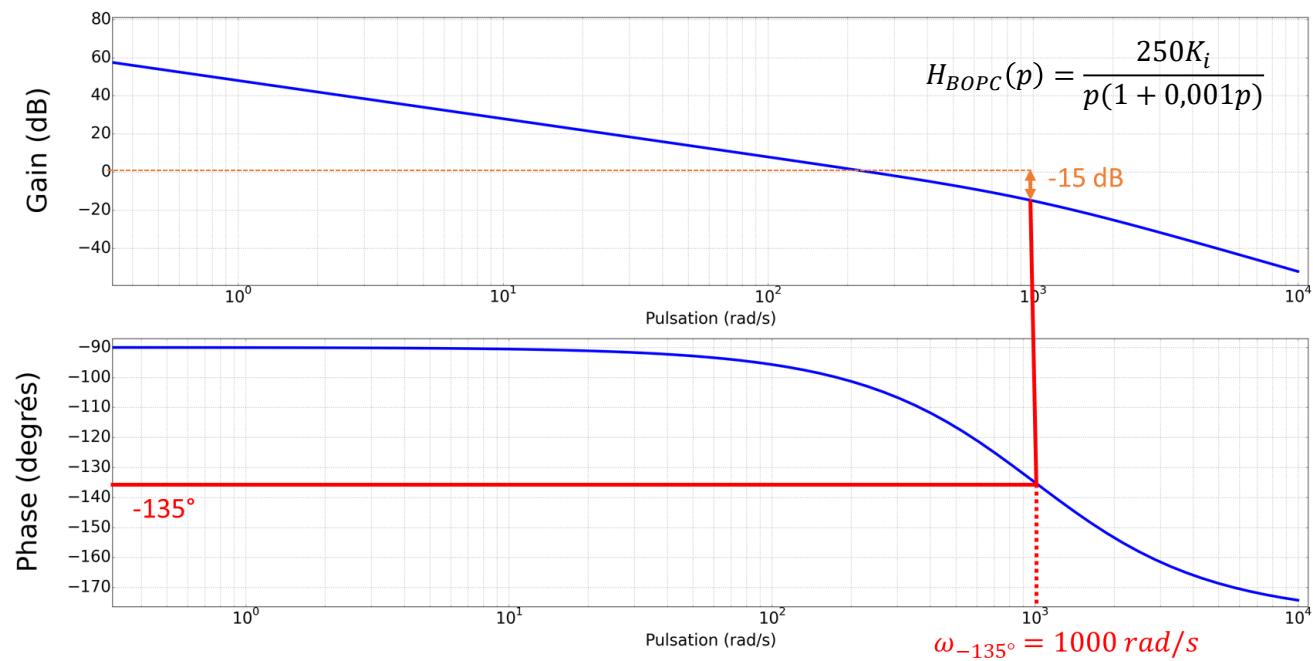
## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

Exemple

$$M\varphi > 45^\circ \rightarrow 20 \log K_i < 15 \Leftrightarrow K_i < 5,6$$



Remarque : Dans tous les cas, c'est la condition sur l'erreur qui prime et qui imposera le gain.

Si la marge de phase n'est pas respectée, on ajoutera un deuxième correcteur (avance de phase par exemple) pour relever la phase.

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

### ATTENTION

**Le réglage par compensation ne s'utilise pas sur une BO de classe 1 qui ne possède pas de zéro : sinon la phase ne remonte pas au-dessus de  $-180^\circ$  et le système est instable !!!**

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

*Exemple*

$$H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + 0,05p)(1 + 0,1p + 0,01p^2)}$$

Pôles : -20 et  $-5 \pm 8,66.j$  → un pôle dominant complexe ( $e^{-20t}$  converge beaucoup plus vite que  $e^{-5t}$ )

- Compensation du pôle réel mais non dominant :

$$T_i = -\frac{1}{-20} \text{ d'où } C(p) = K_i \frac{1 + 0,05p}{0,05p}$$

- Pseudo compensation des pôles complexes :

$$T_i = -\frac{1}{-5} \text{ d'où } C(p) = K_i \frac{1 + 0,2p}{0,2p}$$

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage temporel et fréquentiel : compensation en « éliminant » la constante de temps

*Exemple*

1<sup>er</sup> cas :  $M\varphi = 45^\circ \rightarrow K_i = 0,3$  à la pulsation critique  $6,15 \text{ rad/s} \rightarrow t_{r5\%} = 1,93 \text{ s}$

2<sup>ème</sup> cas :  $M\varphi = 45^\circ \rightarrow K_i = 0,9$  à la pulsation critique  $9,3 \text{ rad/s} \rightarrow t_{r5\%} = 1,2 \text{ s}$

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

On souhaite en général avoir  $\omega_c$  la plus élevée possible (la rapidité croit avec  $\omega_c$ )

PI → abaisser la phase → **la pulsation critique du système corrigé sera donc au mieux identique à celle du système non corrigé**

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

### Dilemme :

- Choisir  $T_i$  grand ( $1/T_i$  petit) : → *Obtenir la BP en BO la plus élevée possible (temps de réponse faible)*
  - Action intégrale + convergence vers la consigne → tardives
  - Génération d'un zéro au numérateur de la BF → dépassements
- Choisir  $T_i$  petit ( $1/T_i$  grand) :
  - Action intégrale → rapide
  - Forte diminution de la phase au voisinage de la pulsation critique du système non corrigé :
    - Réduction du gain de la BO
    - Diminution de la pulsation critique (BP) de la BO corrigée
    - Influence sur la rapidité de la BF

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

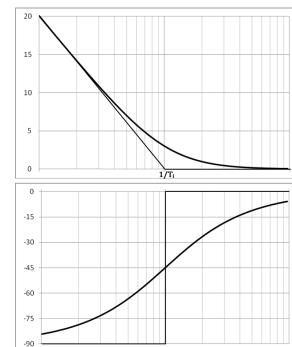
**1 décade après  $1/T_i$  → Correcteur soustrait environ  $6^\circ$  à la phase du système à corriger  
+ pratiquement pas de changement pour le gain.**

Passé cette décade → Diagramme corrigé  $\approx$  Diagramme non corrigé.

**Un préréglage correct consiste donc à déterminer, pour une marge de phase imposée, la pulsation critique du système non corrigé et à « placer »  $1/T_i$  une décade avant celle-ci. Ensuite on règle  $K_i$ .**

Tableau des valeurs (pour info)

$\omega$	$\frac{1}{10T_i}$	$\frac{1}{3T_i}$	$\frac{1}{2T_i}$	$\frac{1}{T_i}$	$\frac{2}{T_i}$	$\frac{3}{T_i}$	$\frac{10}{T_i}$
$G_{db}$	$20\log K_i + 20$	$20\log K_i + 10$	$20\log K_i + 7$	$20\log K_i + 3$	$20\log K_i + 1$	$20\log K_i$	$20\log K_i$
$\phi$	$-84^\circ$	$-72^\circ$	$-64^\circ$	$-45^\circ$	$-26^\circ$	$-18^\circ$	$-6^\circ$



# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

Positionnement en vue d'une marge définie : gain non imposé

Principe reproduitible avec n'importe quelle marge prédéfinie :

→ Correcteur intégral abaisse la phase du système à corriger de  $6^\circ$  une décade après la pulsation  $1/T_i$ .

Si on veut  $45^\circ$  de marge → pulsation du système non corrigé  $M\varphi = 51^\circ$  :  $\omega_{51}$  ( $\omega$  pour  $\varphi = -129^\circ$ ).

- On place le correcteur une décade avant  $\omega_{51}$  →  $\frac{1}{T_i} = \frac{\omega_{51}}{10}$
- On prend  $K_i$  tel que le gain soit nul à  $\omega_{51}$  →  $K_i = 10^{-\frac{GdB(\omega_{51})}{20}}$

→ Le système est réglé.

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

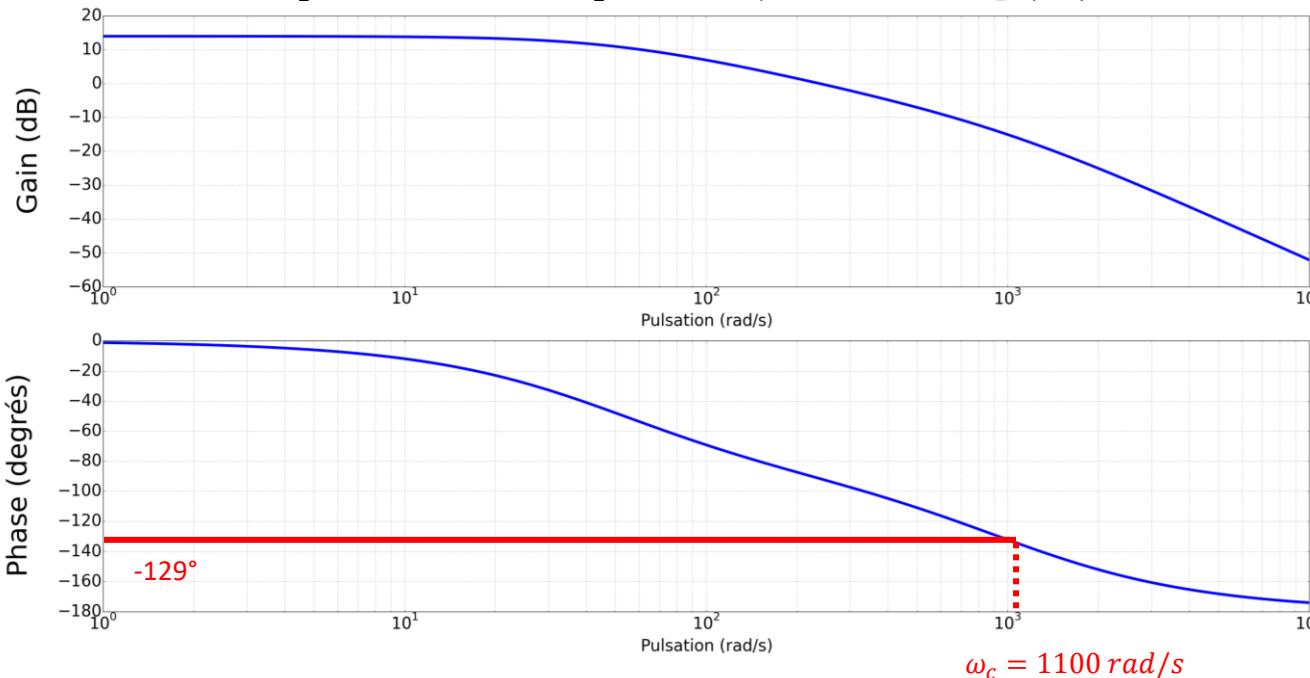
Exemple

$$H_{BONC}(p) = \frac{5}{1 + 0,021p + 2 \cdot 10^{-5}p^2} = \frac{5}{(1 + 0,02p)(1 + 10^{-3}p)}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur de traînage < 5%



Pulsation critique du système non corrigée  $\approx 1100$  rad/s  $\rightarrow$  Constante de temps  $T_i = 0,009$  (s) ( $1/T_i \approx 1/10 \omega_c$ )

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

*Exemple*

$$H(p) = \frac{5}{1 + 0,021p + 2 \cdot 10^{-5}p^2} = \frac{5}{(1 + 0,02p)(1 + 10^{-3}p)}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

*Erreur de traînage < 5%*

$$\rightarrow \text{Erreur de traînage} \rightarrow \frac{1}{K_{BO}} < 0,05 \leftrightarrow \frac{1}{555K_i} < 0,05 \leftrightarrow K_i > 0,036$$

# PI – Proportionnel Intégral

## Le plus classique

Détermination des paramètres du correcteur

Réglage classique, à la décade (quelle que soit le type de BO)

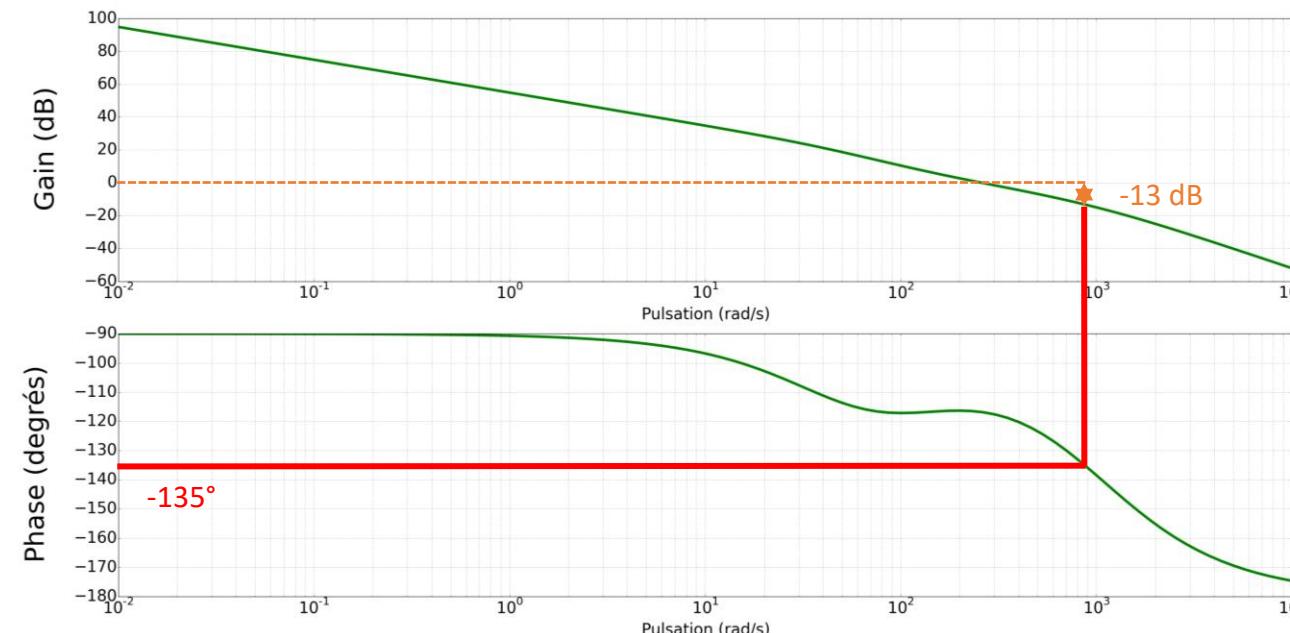
*Exemple*

$$\text{BO partiellement corrigée : } H_{BO}(p) = \frac{555K_i(1+0,009p)}{p(1+0,02p)(1+10^{-3}p)}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

*Erreur de traînage < 5%*



La marge de phase est respectée jusqu'à  $K_i = 4,5$

# Proportionnel Dérivé

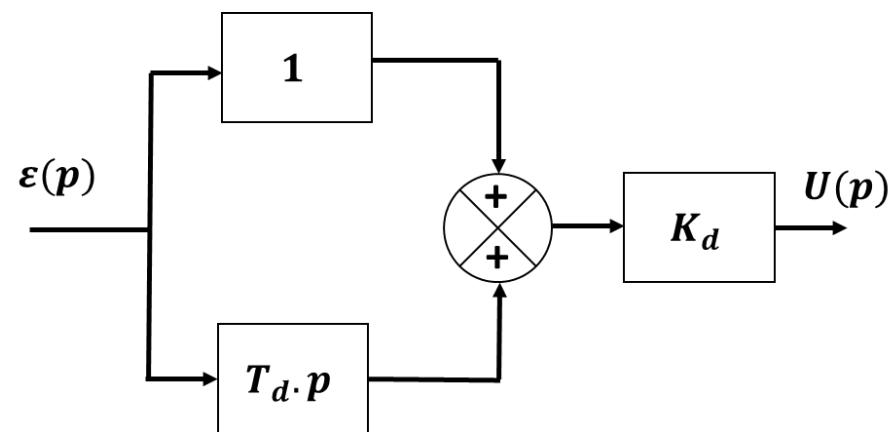
## Caractéristiques générales

### Fonction de transfert

$$C(p) = K_d (1 + T_d p)$$

### Ce correcteur :

- Agit sur les hautes fréquences
- ATTENTION : Il a donc tendance à amplifier les parasites et le bruit
- Il stabilise le système
- Il accélère le système
- Il réduit l'erreur statique



# Proportionnel Dérivé

## Caractéristiques générales

### Fonction de transfert

Mode d'action :

**Correcteur proportionnel dérivé → agit en régime transitoire (hautes fréquences / évolution de l'erreur est importante)**

**Correcteur proportionnel dérivé → Gain pur  $K_d$  en régime permanent (basses fréquences / erreur varie peu) + part de correction dérivée = 0 si Erreur = constante**

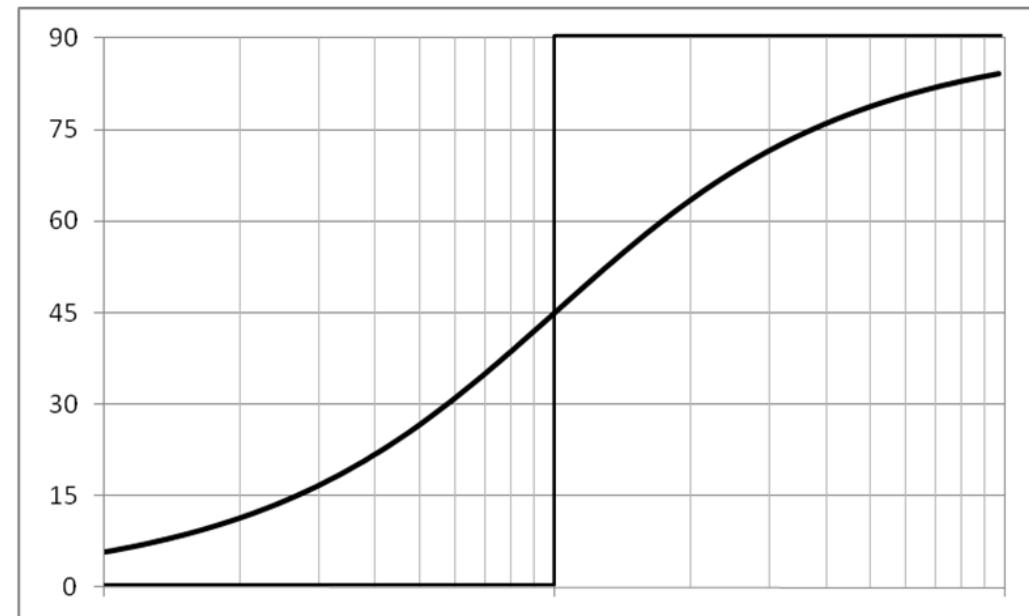
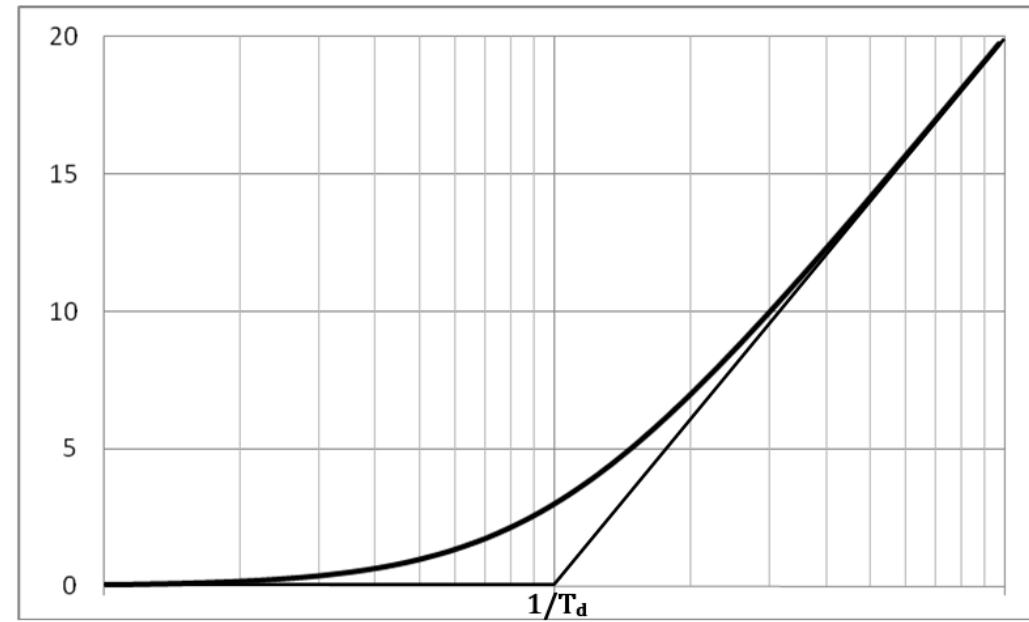
**Correcteur proportionnel dérivé** → diminuer l'erreur statique (sans l'éliminer totalement)  
→ AMPLIFIERA LES PERTURBATIONS DE TYPE PARASITE  
(SIGNAUX HAUTES FREQUENCES)

# Proportionnel Dérivé

## Caractéristiques générales

### Réponse fréquentielle

Avec  $K_d = 1$ . Il faut donc translater le gain de  $20 \log K_d$ .



# Proportionnel Dérivé

Détermination des paramètres du correcteur

Placement : élimination de la constante de temps

Si le polynôme caractéristique de la BO possède des racines réelles :

- **On choisit  $T_d$  de façon à éliminer le pôle dominant :  $T_d = -\frac{1}{p_{mini}}$**
- **On règle ensuite  $K_d$  de façon à respecter les contraintes du CdCF (marge de phase, dépassement en % de la BF, erreur statique ou de vitesse ...)**

# Proportionnel Dérivé

## Détermination des paramètres du correcteur

### Positionnement classique

#### **Méthode de réglage à partir du réglage de l'erreur**

**Erreur de traînage ou de l'erreur statique à respecter → gain statique du correcteur**

→ *Correcteur ajoute 20 dB au diagramme de gain une décade après  $1/T_d$*

**Pulsation  $\omega_{-20\text{dB}}$  du système partiellement corrigé ( $K_d$  compris) tq  $G\text{dB} = -20 \text{ dB}$**

**Pour  $T_d = 10 / \omega_{-20}$  → Gain (système corrigé à  $\omega_{-20}$ ) = 0 dB + Phase (système corrigé à  $\omega_{-20}$ ) = Phase + 84°**

# Proportionnel Dérivé

Détermination des paramètres du correcteur

Positionnement classique

**Positionnement par rapport à la phase**

**Correcteur → Relever la phase de n'importe quelle valeur comprise entre 0 et 90°**

→ Fixer précisément la pulsation que l'on souhaite prendre comme pulsation critique  $\omega_c$

Remarque : Correcteur Proportionnel Dérivé → amplifie les perturbations (« bruitage ») → ajout de filtres

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Caractéristiques générales

### Fonction de transfert

$$C(p) = K \frac{1 + aTp}{1 + Tp} \quad a > 1$$

En général  $a < 10$  de façon à limiter l'importance du zéro au numérateur.

### Mode d'action :

- **Agit aux hautes fréquences (= régime transitoire)**
- **Attention : susceptible d'augmenter → oscillations + perturbations HF (parasites)**
- **Réduit l'erreur statique sans l'annuler**
- **Effet stabilisant**
- **Accélère le système en remontant localement le gain en même temps que la phase :  
→ on augmente donc la pulsation critique**

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Caractéristiques générales

Fonctionnement et intérêt de ce type de correcteur

Hautes fréquences (temps faible, régime transitoire) → gain de valeur a.K

Basses fréquences (temps élevé, régime permanent) → gain de valeur K

Entre les deux → Correcteur dérivé

**En général, ce correcteur est placé au voisinage de la pulsation critique de la BO non corrigée.**

Dans cette zone : → Relève Phase + Gain

- Augmente pulsation de coupure
- Compromis

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Caractéristiques générales

### Réponse fréquentielle

L'avance de phase est maximum pour :

$$\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

On a alors :  $\varphi_M = \text{Arcsin} \left( \frac{a-1}{a+1} \right) = \text{Arctan} \left( \frac{a-1}{2\sqrt{a}} \right) \rightarrow a = \frac{1+\sin \varphi_M}{1-\sin \varphi_M}$

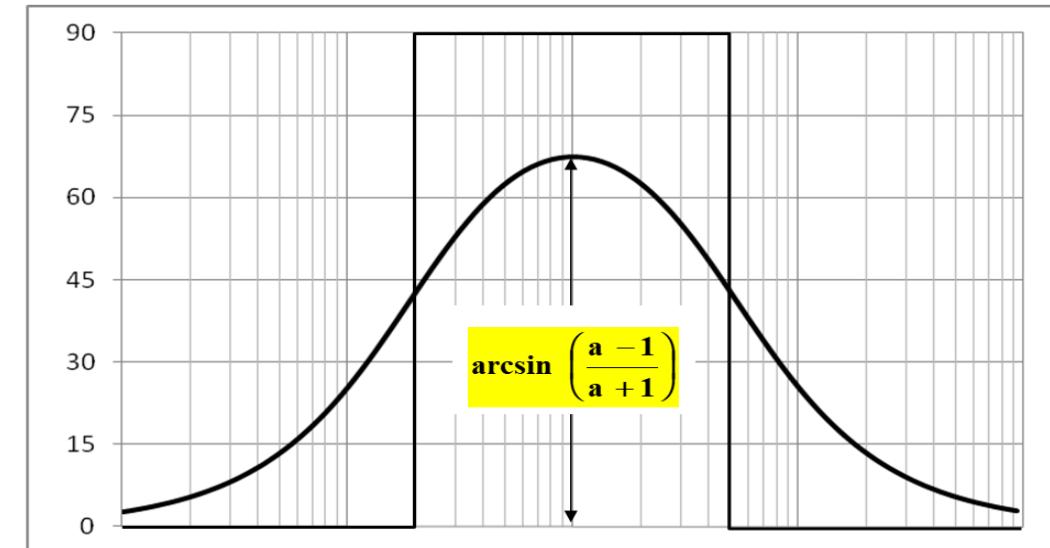
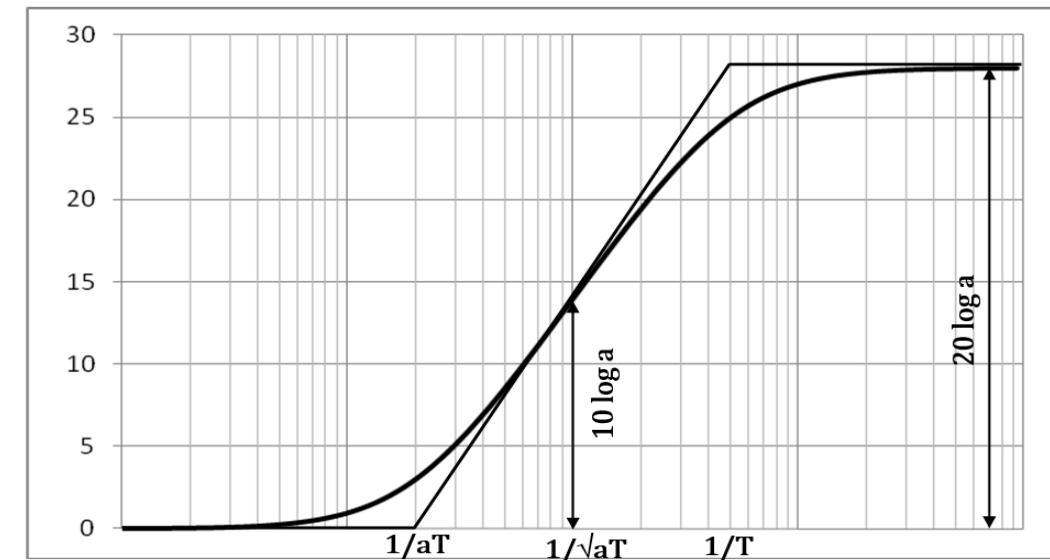
Et  $\text{GdB}(\omega_M) = 20 \log(K) + 10 \log(a)$

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Caractéristiques générales

### Réponse fréquentielle

Ici  $K = 1$  : il faut donc translater le gain de  $20 \log K$ .

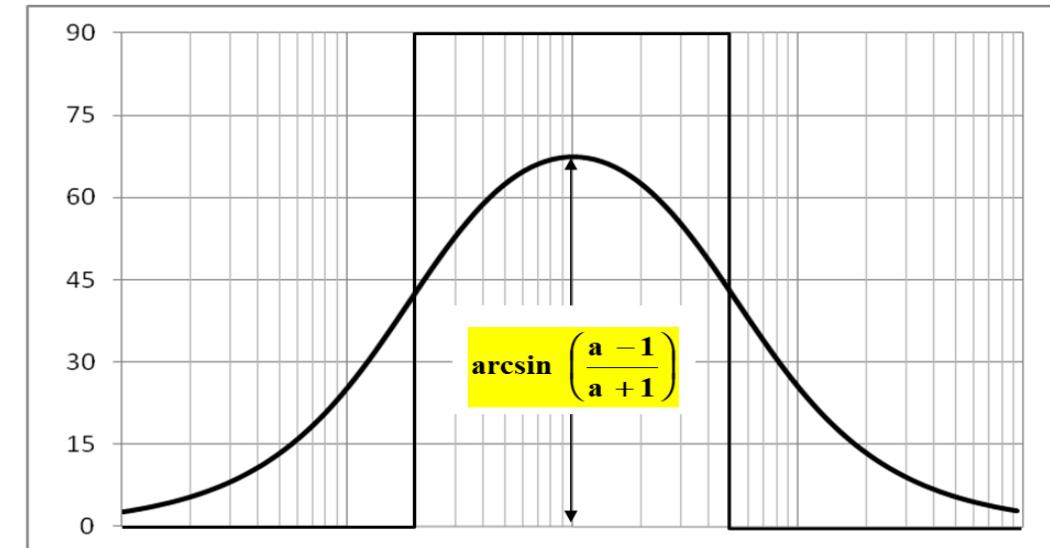
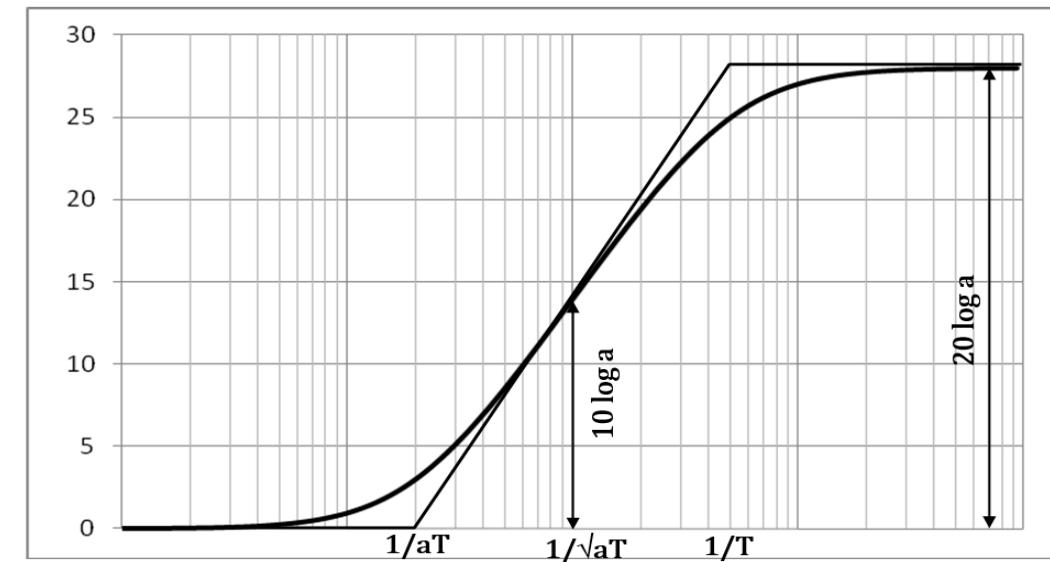


# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Correcteur

- Conserver un gain fixé ( $K$ )
- Déformation de la phase autour d'une pulsation donnée.



# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

Placement du correcteur

Elimination du Pôle dominant

- 1) Erreur statique  $\rightarrow K$
- 2)  $a \cdot T \rightarrow$  Eliminer la plus grande constante de temps (pôle dominant)
- 3)  $a \rightarrow M\varphi$  là où elle est nécessaire (ajustements par itérations)

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes ( compromis )

### Optimisation de la pulsation critique

- 1) Détermination de la zone de fréquence → pulsation critique
- 2) Choix de  $\varphi_M$  tq marge de stabilité au voisinage pulsation critique  $\omega_c$  de la BO corrigée
- 3)  $a = \frac{1+\sin \varphi_M}{1-\sin \varphi_M}$  puis  $T = \frac{1}{\omega_c \sqrt{a}}$
- 4) K → Compenser le réhaussement du GdB de  $20 \log(a)$

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Erreur imposée ainsi que la marge à 45° (par exemple...)

- 1) Erreur imposée → K
- 2) Calcul  $M\phi$  du système partiellement corrigé par K
- 3) Choix →  $\varphi_M$  (supérieure à ce qui est nécessaire pour avoir 45° de marge) →  $a = \frac{1+\sin \varphi_M}{1-\sin \varphi_M}$
- 4)  $\omega_a$  tq GdB =  $-10 \log(a)$  (=valeur du gain à  $\varphi_M$ ) + Vérification  $(M\phi + \varphi_M) \approx 45^\circ$   
*Si ce n'est pas le cas on recommence en choisissant un autre  $\varphi_M$*
- 5)  $T = \frac{1}{\omega_a \sqrt{a}}$

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes ( compromis )

Exemple de réglage

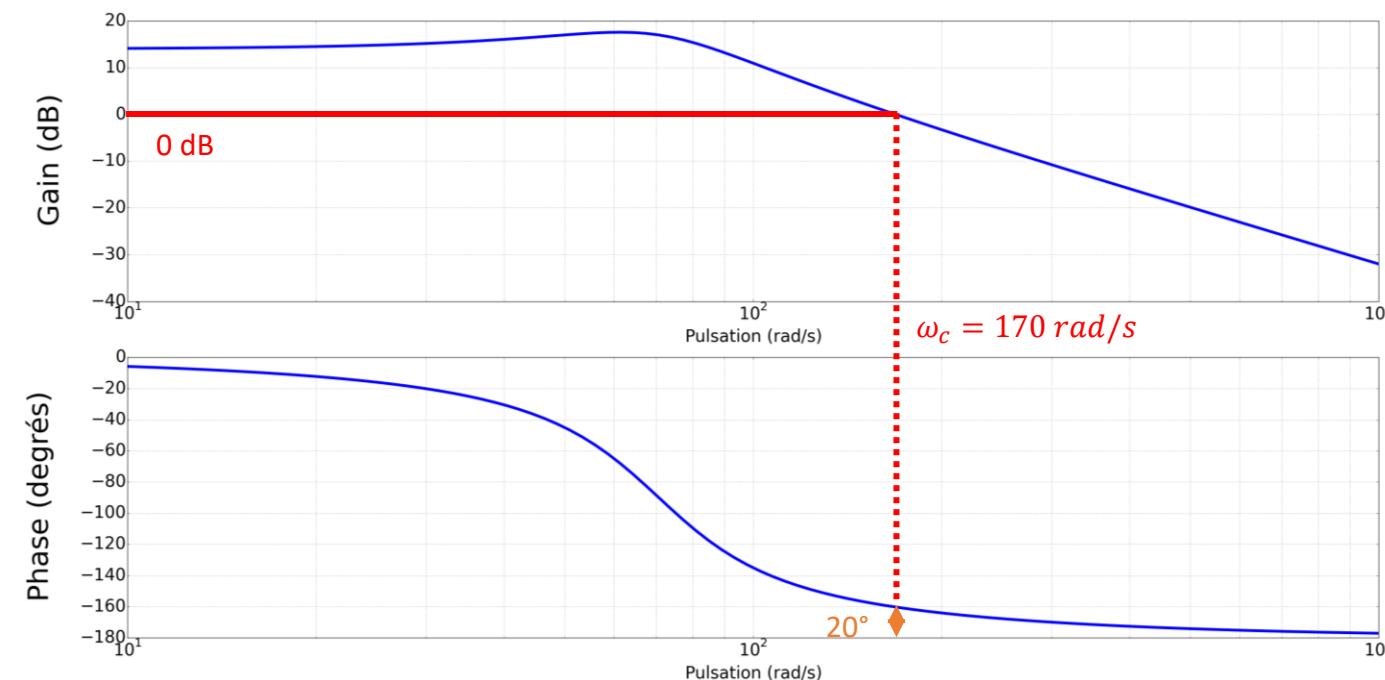
$$BO(p) = \frac{5}{1 + 0,01p + 0,0002p^2}$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur statique < 10%

Pulsation coupure  $\geq 220$  rad/s



Pulsation critique du système non corrigé  $\approx 170$  rad/s.

$M\varphi = 20^\circ$ .

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

**Exemple de réglage**

Correcteur PI → Nuirait à la rapidité (abaissement de la pulsation critique) + Erreur statique  $\neq 0$

→ Correcteur à Avance de Phase → Augmenter la pulsation critique + la marge de phase

$$C(p) = K \frac{1 + aTp}{1 + Tp}$$

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Exemple de réglage

$$\text{Précision} \rightarrow \frac{1}{1+5K} < 0,1 \rightarrow K > 1,8$$

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur statique < 10%

Pulsation coupure  $\geq 220 \text{ rad/s}$

Pulsion critique = 220 rad/s

MAIS  $M\varphi = 15^\circ \rightarrow$  relever la phase d'au moins  $30^\circ$

*Choix → Relever de  $40^\circ$  au voisinage de la pulsation critique du système partiellement corrigé*

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

Exemple de réglage

$$\varphi_M = 40^\circ \rightarrow a = \frac{1 + \sin \varphi_M}{1 - \sin \varphi_M} \rightarrow a = 4,6$$

$$\omega'_c = 220 = \frac{1}{T\sqrt{a}} \rightarrow T = 0,002 \text{ (s)}$$

$$C(p) = 1.8 \frac{1 + 0,0098p}{1 + 0,002p}$$

# Avance de phase : Proportionnel Dérivé approché

## Placement du correcteur

Placement du correcteur par étapes (compromis)

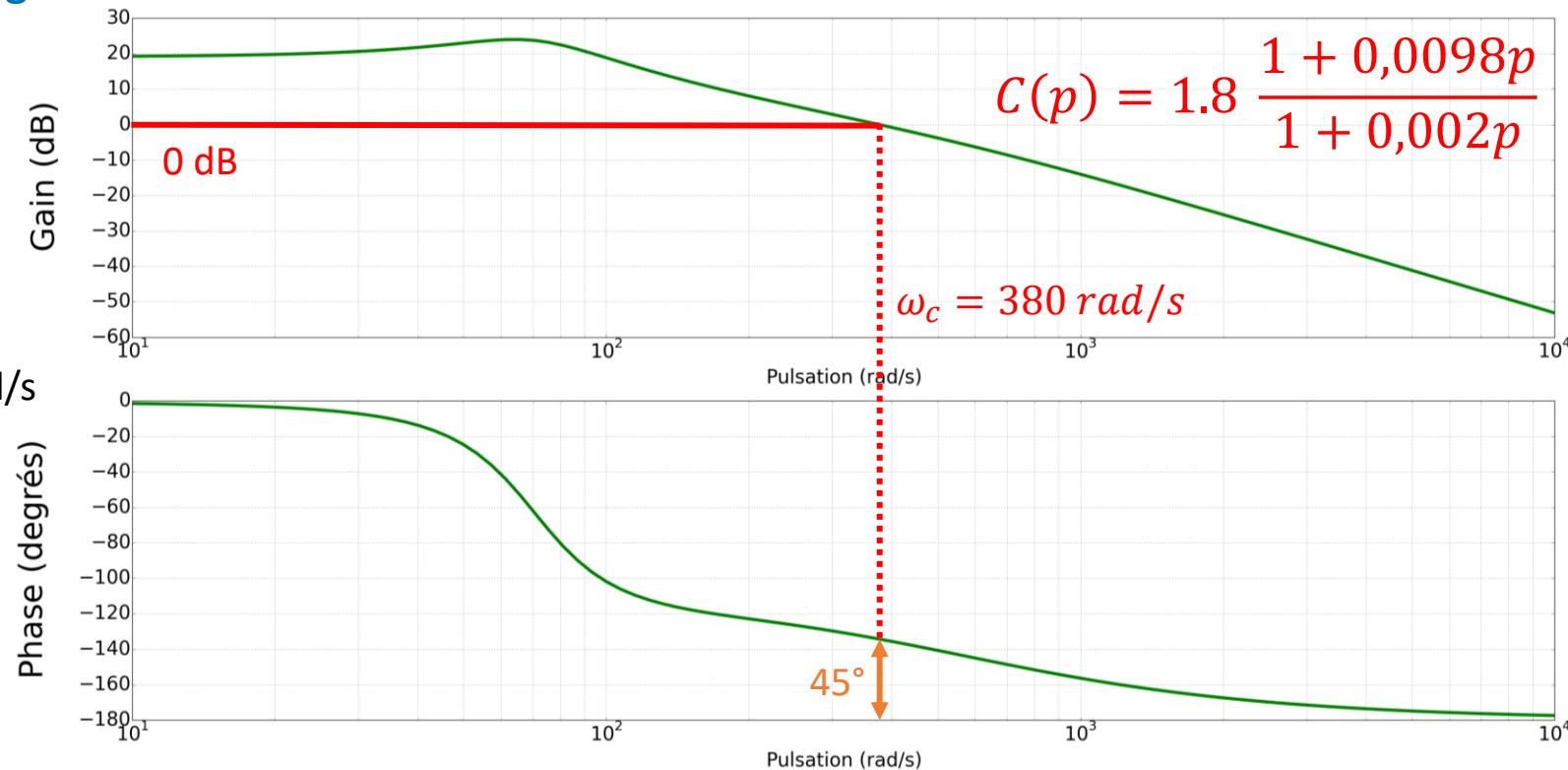
### Exemple de réglage

CDCF :

$M\varphi > 45^\circ$

Erreur statique < 10%

Pulsion coupure  $\geq 220$  rad/s



Pulsion critique du système corrigé = 380 rad/s et  $M\varphi = 45^\circ$

# PI imparfait : Correcteur à retard de phase

## Caractéristiques générales

### Fonction de transfert

$$C(p) = K \frac{1 + Tp}{1 + aTp} \quad a > 1$$

En général  $a < 10$  de façon à ne pas trop ralentir le système en imposant un nouveau pôle dominant.

### Mode d'action :

- **Agit aux basses fréquences + élimine les bruits de fond**
- **Réduit l'erreur statique sans l'annuler**
- **Peut permettre de stabiliser le système en abaissant localement le gain (ce qui augmente la marge de phase mais réduit la pulsation critique)**
- **Déstabilise et ralentit le système si mal placé**

# PI imparfait : Correcteur à retard de phase

## Caractéristiques générales

### Intérêt

Correcteur → effet voisin du PI tout en étant moins « déstabilisateur »

Correcteur → en amont de la pulsation critique de la BO non corrigé

**En l'associant à un correcteur à avance de phase → « pseudo PID »**

# PI imparfait : Correcteur à retard de phase (pour info)

Caractéristiques générales

Réponse fréquentielle

Le retard de phase est maximum pour :  $\omega_M = \frac{1}{T\sqrt{a}}$

On a alors :

$$\varphi_M = \text{Arcsin} \left( \frac{1-a}{1+a} \right) = \text{Arctan} \left( \frac{1-a}{2\sqrt{a}} \right) \rightarrow a = \frac{1-\sin \varphi_M}{1+\sin \varphi_M}$$

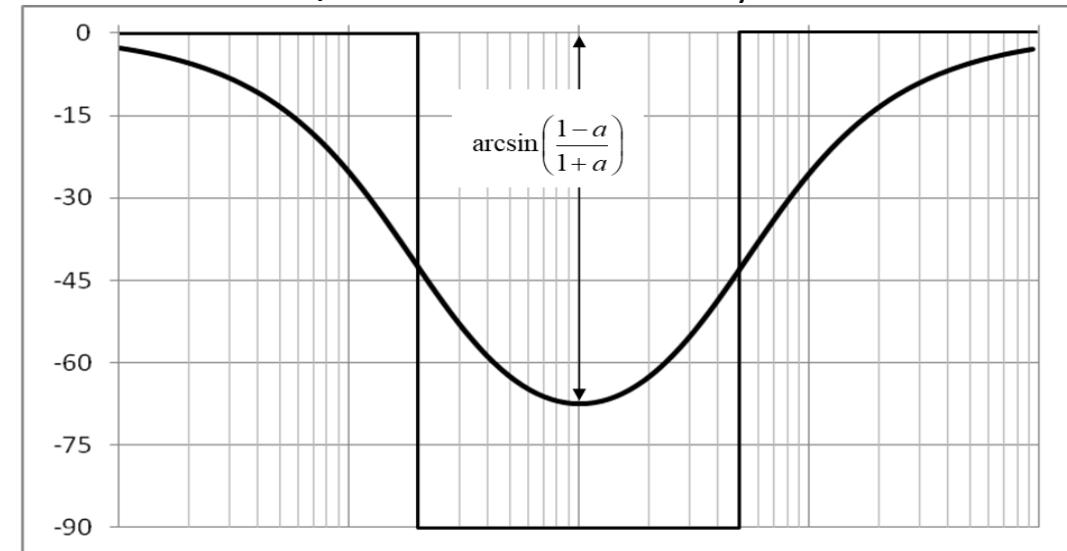
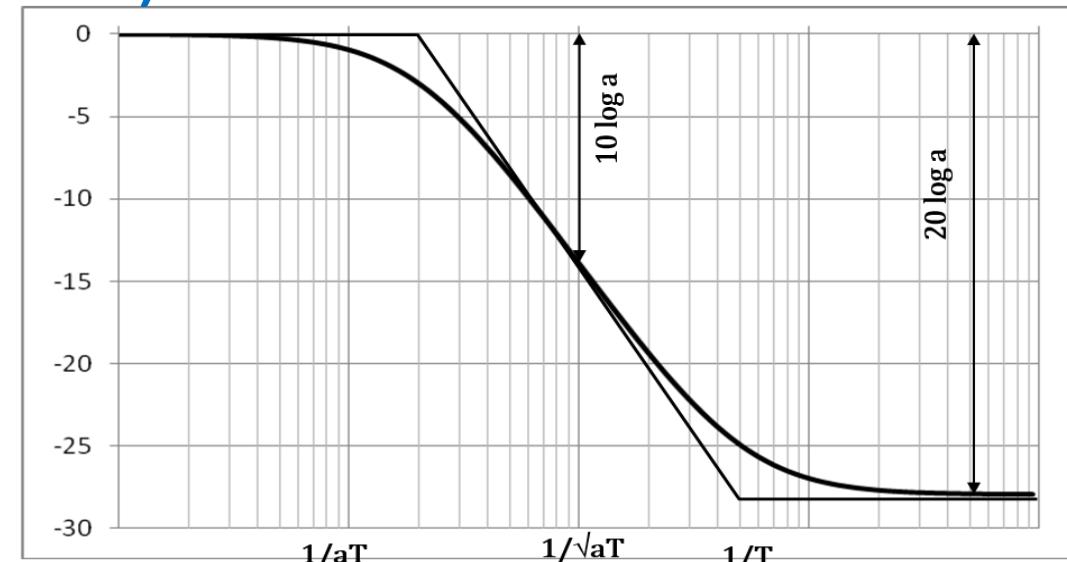
$$\text{GdB}(\omega_M) = 20 \log(K) - 10 \log(a)$$

# PI imparfait : Correcteur à retard de phase (pour info)

## Caractéristiques générales

### Réponse fréquentielle

Ici  $K = 1$ . Il faut donc translater le gain de  $20 \log K$ .



# Le correcteur à tout faire : le PID

## Caractéristiques générales

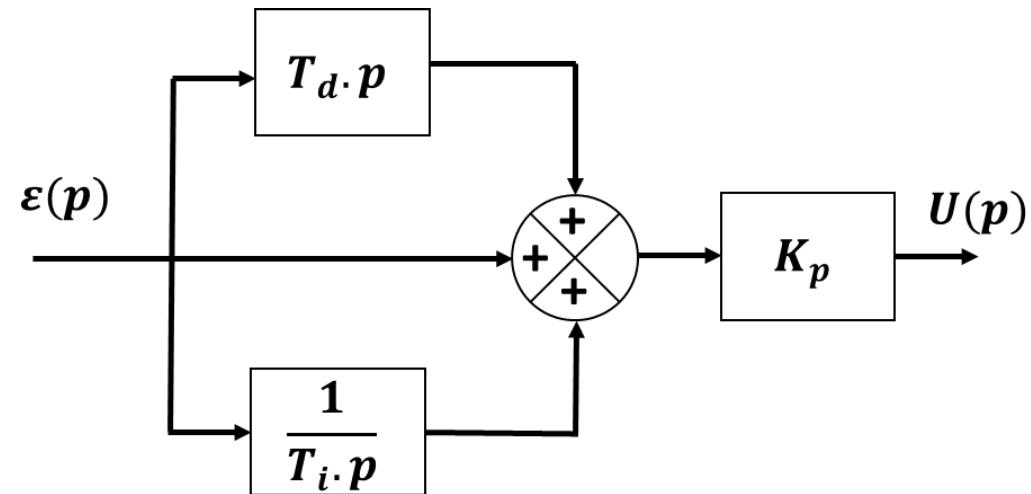
### Fonction de transfert

**PID parallèle et Mixte = P + I + D et P x (D + I + 1) ou PI + PD ...**

$$K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) = K_p \left( \frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p} \right)$$

**PID série = PI x PD**

$$K_p \frac{1+T_i p}{T_i p} (1 + T_d p) = K_p \left( \frac{1+(T_i+T_d)p+T_i T_d p^2}{T_i p} \right)$$



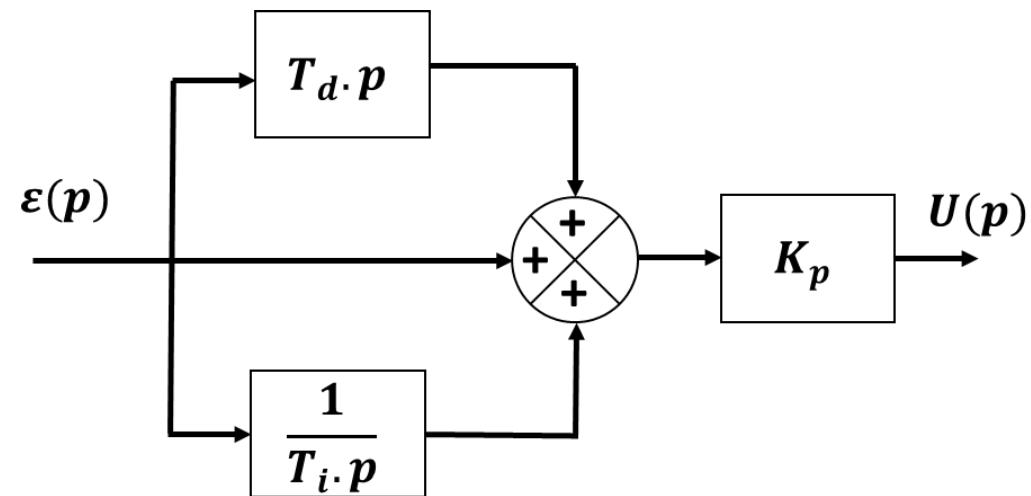
# Le correcteur à tout faire : le PID

## Caractéristiques générales

### Fonction de transfert

#### Mode d'action :

- Il agit à toutes les fréquences
- Il annule l'erreur statique
- Il est stabilisant
- Il augmente la rapidité



$$C(p) = K_p \left( \frac{1 + T_i p + T_i T_d p^2}{T_i p} \right)$$

# Le correcteur à tout faire : le PID

## Caractéristiques générales

### Réponse fréquentielle

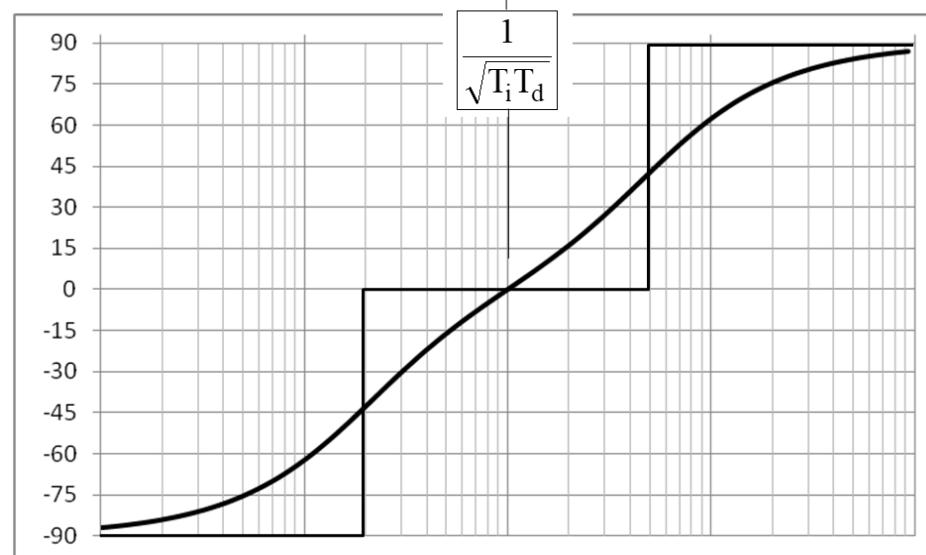
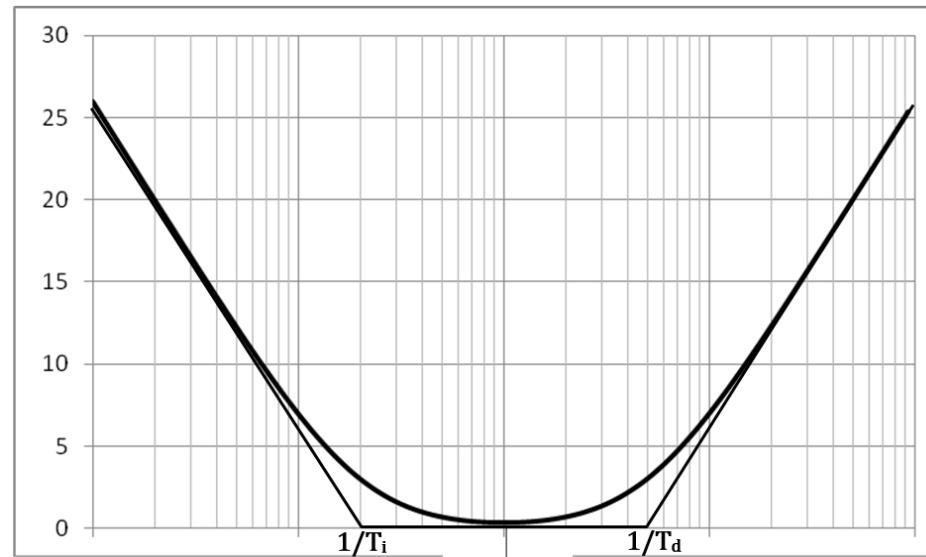
#### Cas du PID Parallèle classique

Ici  $K = 1$  : il faudra translater le gain de  $20 \log K$

Inconvénient (correcteurs dérivés) :

Gain infini aux hautes fréquences :

- Amplification des parasites
- Oscillations au début du régime transitoire



# Le correcteur à tout faire : le PID

## Caractéristiques générales

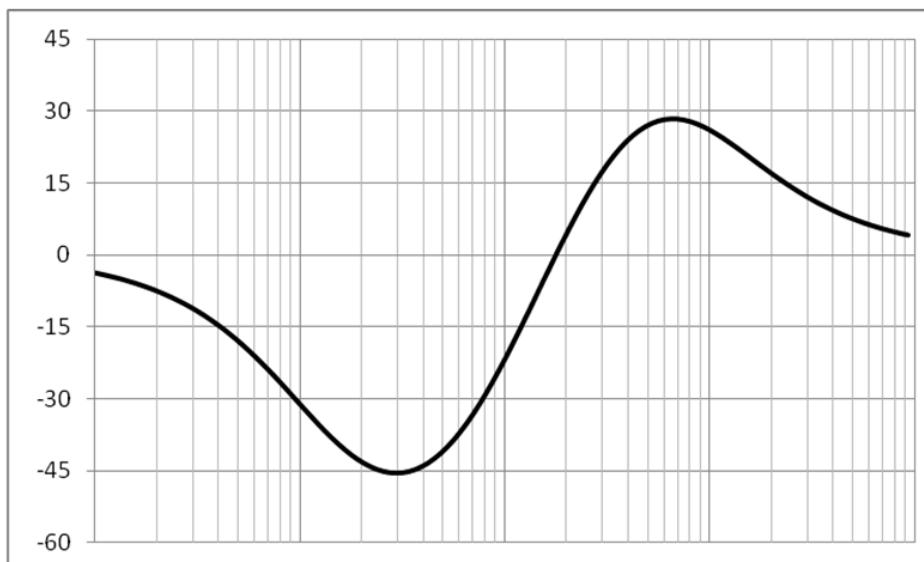
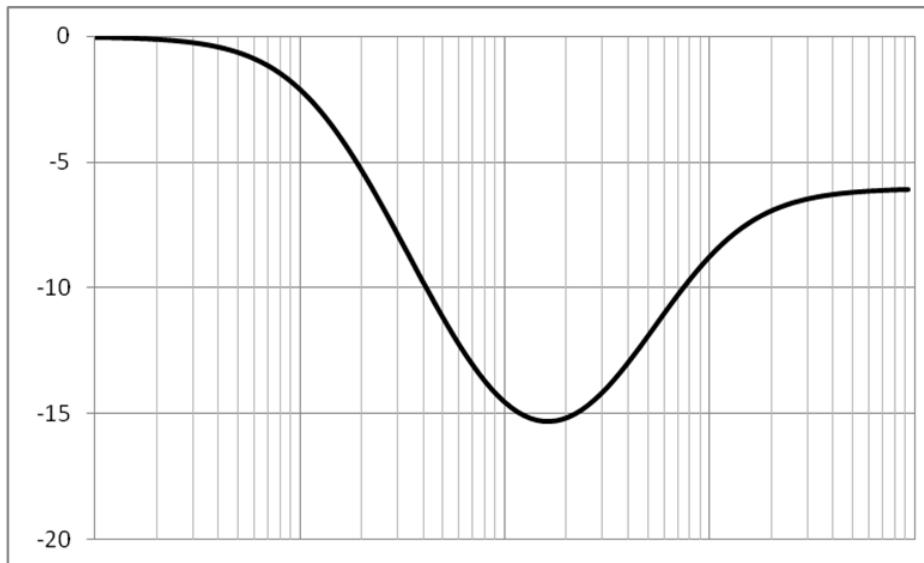
### Réponse fréquentielle

#### Cas du PID approché Avance - Retard

Ici  $K = 1$  : il faudra translater le gain de  $20 \log K$

Remarque : Correcteur  $\rightarrow$  pas « symétrique »

$\rightarrow$  valeurs de  $a \neq$  dans les correcteurs à avance et retard de phase



# Le correcteur à tout faire : le PID

## Caractéristiques générales

### Réglage du correcteur

#### Avec ce que nous savons faire (réglage en cascade)

- 1) Dans tous les cas : on règle les correcteurs **l'un après l'autre** (P → ... → PD)
- 2) **Gain statique imposé par l'erreur**
- 3) Etape par étape en corrigéant partiellement la FTBO au fur et à mesure
- 4) Réglage par compensation (quand c'est possible)

# Le correcteur à tout faire : le PID

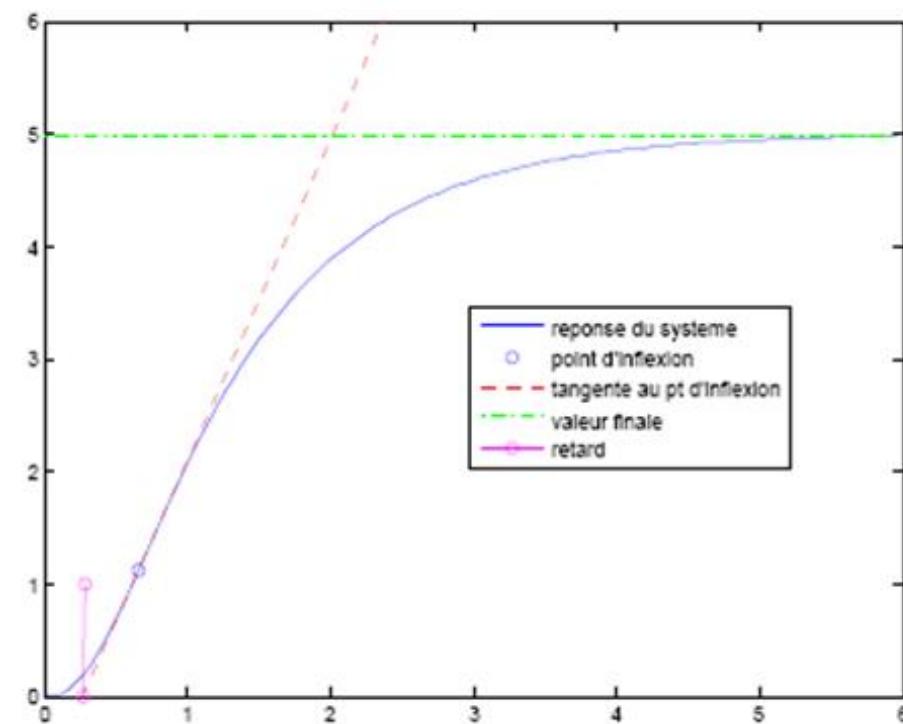
## Réglage par la méthode de Ziegler Nichols

Méthode empirique → ajuster les paramètres d'un correcteur PID à partir de la réponse indicielle en BO (ou en BF)

Méthode de Ziegler Nichols → processus dont la réponse  $s(t)$  à un échelon d'amplitude  $E$  en BO → oscillations  
 → Réponse assimilée → Premier ordre avec retard

- Mesure de  $S_\infty$
- Tangente au point d'infexion ≈ Tangente à l'origine du système du 1<sup>er</sup> ordre sans retard ( $a$  = pente de la tangente)
- Retard  $T_r$  → prolongement de la tangente

$$S(p) = \frac{S_\infty \cdot e^{-T_r \cdot p}}{1 + \frac{S_\infty}{a} \cdot p}$$



# Le correcteur à tout faire : le PID

## Réglage par la méthode de Ziegler Nichols

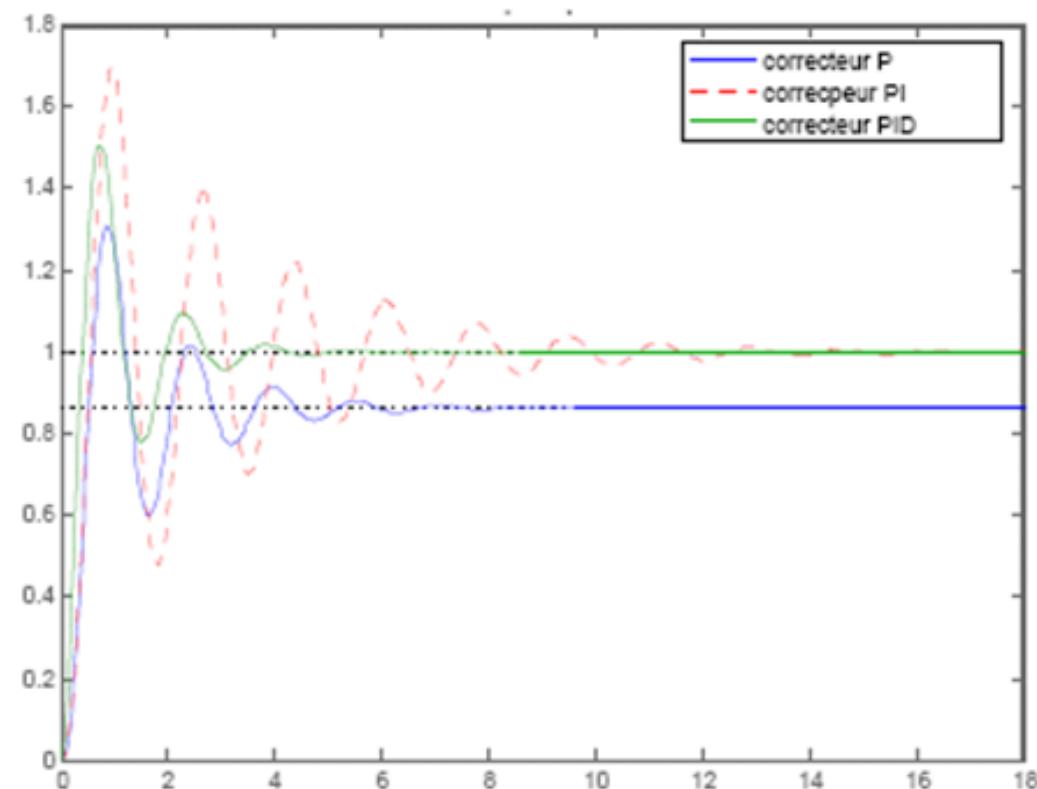
Ziegler Nichols → Réglages de correcteur P, PI ou PID

Critère utilisé → Rapport entre les deux premiers dépassements positifs = 0,25

$$\text{Correcteur PID : } C(p) = K \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p \right)$$

Type de correcteur	$K$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{E}{a \cdot T_r}$		
PI	$\frac{0,9E}{a \cdot T_r}$	$3,3 \cdot T_r$	
PID	$\frac{1,2E}{a \cdot T_r}$	$2 \cdot T_r$	$0,5 \cdot T_r$

Correcteur PID rend le système relativement stable et sans erreur statique



# Résumé des critères du CdCF à respecter

## CdCF :

- La stabilité :  $M\varphi$  (le plus souvent  $> 45^\circ$  calculée sur la BO)
- La précision : Erreur tolérée en **BF** (statique ou traînage, exprimée en % de l'entrée  
→ Calcul (Tableau des écarts) →  $K_{BO}$  + Classe de la BO)
- La rapidité : Temps de réponse en **BF** (en général à 5%)