

TD6 – Bilans des Correcteurs : ROBOT DE VINCENNES

Contexte

Lors des courses hippiques à l'hippodrome de Vincennes, un petit robot suspendu à un fil est capable de suivre un groupe de chevaux lors d'une course à Vincennes.

A partir d'une image fixe de la zone de course dans la ligne droite devant les gradins, un programme informatique est capable de repérer la position de chaque cheval. Il en déduit, par dérivation, la vitesse de chacun. Un opérateur choisi ensuite de suivre l'un des chevaux de la course. Le programme identifie la vitesse du cheval concerné et envoie cette vitesse en consigne au robot.



Lors du mouvement du cheval, on attend du robot qu'il soit capable de suivre le cheval :

- Lors de son accélération en début de course, supposée constante aux environs de 1 m/s^2 , en ayant au plus une erreur de trainage de 3 m/s . Puisque le cheval accélère en l'espace de quelques secondes, le robot prendra quelques mètres de retard qu'il rattrapera ensuite s'il est capable d'avoir un écart statique nul.
- Lors de chacun de ses passages devant les gradins où l'on supposera que le cheval a une vitesse constante (environ 20 km/h ou $5,5 \text{ m/s}$). On attend alors que le robot le suive à la même vitesse, soit un écart statique nul. Le robot sera donc légèrement en arrière du cheval, le temps d'accélérer jusqu'à obtenir la vitesse du cheval.

On attend du robot une aptitude à avoir atteint la vitesse du cheval en moins de 5 secondes.

Pour des raisons de stabilité de l'image, le robot ne doit pas avoir une réponse trop oscillante. Une étude préliminaire a permis de montrer qu'il faut une marge de phase supérieure à 70° .

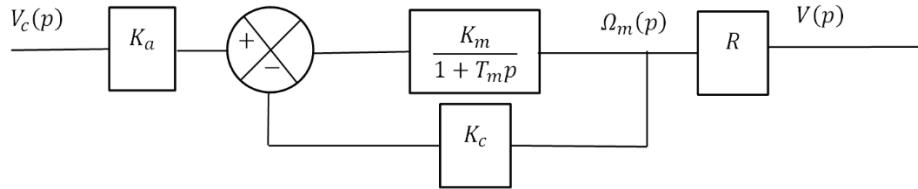
Les caractéristiques de l'asservissement attendues sont résumées dans le tableau suivant :

Marge de phase	$M\varphi \geq 70^\circ$
Temps de réponse à 5%	$t_{r5\%} \leq 5 \text{ s}$
Erreur statique en vitesse en % pour une entrée en échelon	$\varepsilon_s = 0$
Erreur de trainage en vitesse pour une entrée en rampe unitaire	$ \varepsilon_v \leq 3 \text{ m.s}^{-1}$

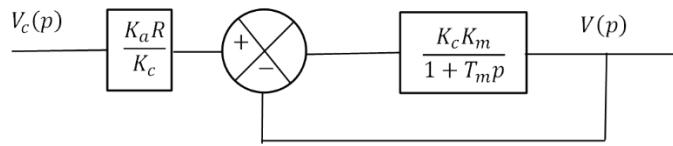
La structure de l'asservissement est la suivante : une consigne de vitesse V_c en entrée du système est convertie à l'aide d'un adaptateur de gain K_a en une tension qui est comparée à la tension renvoyée

par un capteur de gain K_c qui mesure la vitesse de rotation en sortie de l'arbre moteur et lui associe numériquement la valeur de la vitesse du robot en sortie de l'asservissement. L'écart en tension est envoyé au moteur à courant continu, qui génère une vitesse de rotation en sortie. Une roue roule sans glisser sur le fil sur lequel le robot est suspendu. Ainsi, la vitesse du robot est telle que $V = R \cdot \omega_m$, avec R le rayon de la roue.

Le schéma bloc de l'asservissement est donc le suivant :

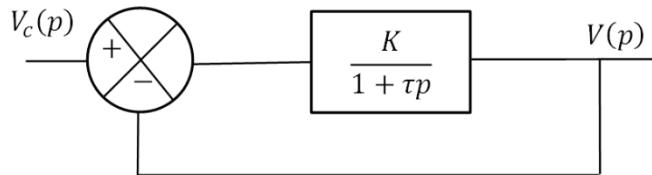


On propose alors la modification de schéma bloc suivante :



On choisit enfin le gain avant comparateur pour qu'écart et erreur soient proportionnels, soit $K_a = \frac{K_c}{R}$.

On obtient le modèle suivant :



Après avoir choisi le moteur, le capteur et le rayon de la roue, on obtient la fonction de transfert en boucle ouverte suivante :

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \quad ; \quad K = 2 \quad ; \quad \tau = 1 \text{ s}$$

Dans toute la suite, on notera $H(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{S(p)}{E(p)}$

Remarque importante : Dans tout l'exercice, à la question « Quelles sont les performances du système », on attendra une réponse concernant (les entrées considérées seront unitaires) :

- Stabilité
- Rapidité
- Précision

Q1 : Rappeler, pour chacune de ces caractéristiques, les critères étudiés.

Système bouclé

On place le système étudié dans une boucle à retour unitaire.

Q2 : Donner la forme canonique de la fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$ et ses coefficients caractéristiques.

Q3 : Etudier les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

Correction

On propose d'ajouter au système un correcteur de fonction de transfert $C(p)$ et d'identifier son effet sur les performances.

Q4 : Etablir le schéma bloc du système corrigé.

Q5 : Rappeler l'effet des corrections proportionnelle, intégrale et dérivée sur les performances des systèmes asservis.

Application 1 : Correction Proportionnelle

Dans un premier temps, on utilise un correcteur proportionnel de gain 10.

Q6 : Donner le schéma bloc du système ainsi corrigé.

Q7 : Donner la forme canonique de la fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$ et ses coefficients caractéristiques.

Q8 : Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

Q9 : Vérifier que la modification des performances annoncée par ce correcteur est respectée et conclure sur sa capacité à satisfaire le cahier des charges.

Application 2 : Correction Intégrale pure

Dans un second temps, on utilise un correcteur intégral de gain unitaire.

Q10 : Donner le schéma bloc du système ainsi corrigé.

Q11 : Donner la forme canonique de la fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$ et ses coefficients caractéristiques.

Q12 : Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

Q13 : Vérifier que la modification des performances annoncée par ce correcteur est respectée.

Application 3 : Correction Intégrale 1

Q14 : Déterminer le correcteur à action intégrale $\frac{K_i}{p}$ permettant d'obtenir le plus faible $t_{5\%}$.

Q15 : Donner les nouveaux coefficients caractéristiques de la fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$.

Q16 : Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

Le seul critère normalement non respecté est le critère de marge de phase. On se propose de régler différemment le correcteur intégral.

Application 4 : Correction Intégrale 2

On donne dans la suite les diagrammes de Bode du système avec la correction actuellement réalisée (système le plus rapide).

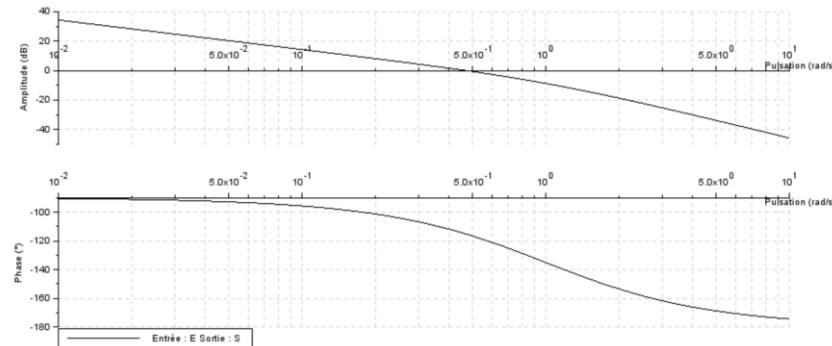
Q17 : Déterminer graphiquement le correcteur à action intégrale $\frac{K'_i}{p}$ permettant de respecter le critère de marge de phase en vous aidant des diagrammes de Bode.

Q18 : Donner les nouveaux coefficients caractéristiques de la fonction de transfert $\frac{S(p)}{E(p)}$.

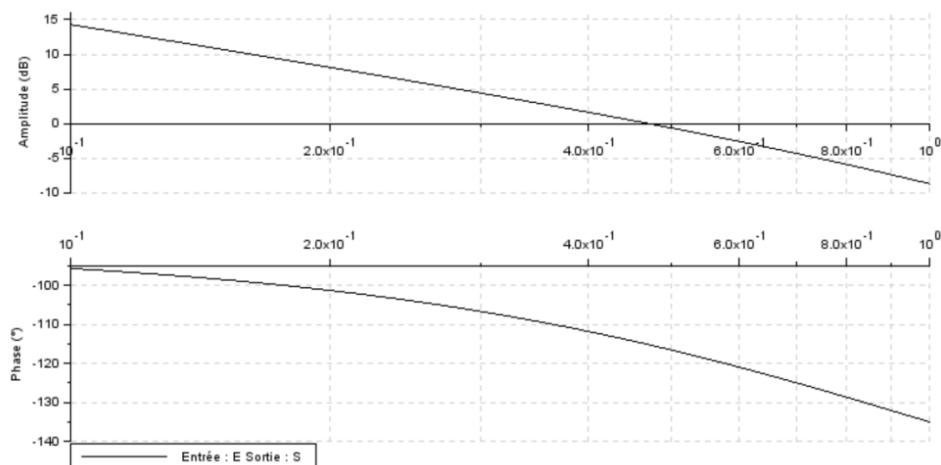
Q19 : Etudier l'influence du correcteur sur les 4 performances du cahier des charges pour ce système.

POUR LA SUITE : On gardera le correcteur de l'Application 3

Ci-dessous les diagrammes de Bode du système avec le correcteur optimisé déterminé dans cette application : $C(p) = \frac{0,26}{p}$



Avec un zoom sur la partie intéressante :



Bilan des corrections abordées

Q20 : Comparer les résultats précédents dans le tableau ci-dessous.

	Bouclé	Proportionnel	Intégral pur	Intégral 1	Intégral 2
$C(p)$					
$M\varphi$					
$t_{r5\%}$					
ε_s					
ε_v					
ω_{c0}					

Correction de la phase

On ajoute un correcteur à avance de phase au système corrigé dans l'Application 3.

Q21 : Proposer le correcteur $A(p)$ basé sur les formules du cours permettant de répondre à tous les critères du cahier des charges.

Q22 : Déterminer, par le calcul, la marge de phase réellement obtenue avec ce correcteur et expliquer l'origine d'une éventuelle de la différence.

Q23 : Proposer un correcteur complet (intégrale et avance de phase) pour lequel la marge de phase obtenue est exactement égale à 70° et qui permette de satisfaire à tous les critères du cahier des charges.

Q24 : Discuter des nouvelles performances obtenues.

Correcteur PI

Dans cette dernière partie, on oublie les correcteurs proposés précédemment, et on cherche à proposer un correcteur PI sur la FTBO :

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

Q25 : Rappeler la fonction de transfert de ce correcteur en fonction de K_i et T_i .

Q26 : Proposer le temps T_i du correcteur par compensation de pôles.

Q27 : Proposer un réglage K_i de afin de répondre au cahier des charges.

Q28 : Donner la fonction de transfert numérique du correcteur utilisé.

Annexe

