Modélisation des mécanismes

Compétences attendues :

- ✓ Proposer une modélisation des liaisons avec leurs caractéristiques géométriques.
- ✓ Proposer un modèle cinématique à partir d'un système réel ou d'une maquette numérique.

1. Mise en situation – Barrière Sinusmatic

Le système nommé Sinusmatic permet l'ouverture ou la fermeture, dans un plan vertical, des barrières de parking et de péage d'autoroute. Ce cours propose d'étudier le mécanisme de transformation de mouvement qui permet de mouvoir, à l'aide d'un moteur électrique, la barrière. Ce système est commercialisé par la société ELLIPSE Industrie.

Fonctionnement

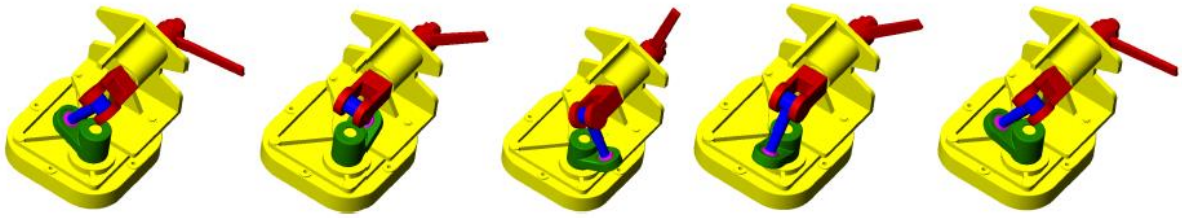
Ce système est commercialisé avec une motorisation par moteur à courant continu commandé à distance par l'utilisateur de la barrière ou par le système de gestion du péage.

La vitesse de rotation à la sortie de ce moteur est diminuée par un réducteur à engrenages. L'arbre de sortie du réducteur est lié au Sinusmatic par une liaison pivot réalisée par deux roulements à billes (non représentés sur le dessin d'ensemble).

Le Sinusmatic possède une cinématique particulière, brevetée, qui transforme la rotation de l'arbre de sortie du moteur en une rotation alternative d'axe horizontale par l'utilisation d'un mécanisme dit sphérique.

À chaque demi-tour correspond une position haute ou basse de la barrière. **Le moteur a toujours le même sens de rotation.**

L'avantage de ce mécanisme est d'autoriser des temps de manœuvre très courts, sans choc en bout de course.



2. Le mécanisme, un ensemble de solides et de liaisons

Un mécanisme est un ensemble (E) de pièces mécaniques reliées entre elles par des liaisons, en vue de réaliser une fonction déterminée. Pour modéliser un mécanisme, il faut identifier d'une part les pièces mécaniques (par groupes) et d'autre part les liaisons entre ces groupes de pièces.

2.1. Le solide, modélisation de pièce(s) mécanique(s)

Les pièces mécaniques sont modélisées par des solides. Un solide est une représentation mathématiques définie comme un ensemble de points.

2.1.1. Solide déformable ou indéformable ?

Définition : Une pièce mécanique (S) peut être considérée comme un solide indéformable si, quels que soient les points A et B de cette pièce (S), la distance AB reste constante au cours du temps t.

En réalité, aucun solide n'est indéformable. C'est néanmoins une hypothèse vraisemblable dans beaucoup de cas de pièces mécaniques, car les déformations sont très petites dans les mécanismes. Bien évidemment, certaines pièces ont justement pour rôle de se déformer, comme les ressorts. Dans ces cas-là, les déformations sont importantes et on les considère donc comme des solides déformables.

2.1.2. Solide parfait

Définition : Un solide parfait est un solide indéformable dont la géométrie est parfaite.

On considèrera que tout solide non déformable est un solide parfait. Autrement dit, on considèrera la géométrie des solides indéformables parfaite.

Remarque : On peut ajouter à cette définition qu'un solide parfait est un solide homogène (répartition de la masse) et isotrope (même comportement dans toutes les directions).

2.1.3. Classe d'équivalence cinématique

Il est possible de regrouper les solides (donc les pièces mécaniques) selon leur fonction. Ces groupes sont appelés sous-ensembles fonctionnels ou sous-ensembles cinématiquement liés, ou encore classes d'équivalence cinématique.

N.B.: Il existe un cas particulier de pièces que l'on exclut des classes d'équivalence cinématique : les solides déformables, comme le ressort. Le bas est fixé à une pièce, le haut à une autre... Ne sachant pas dans quel groupe mettre le ressort, on le retire.

Question 1 : Identifier les sous-ensembles cinématiquement liés

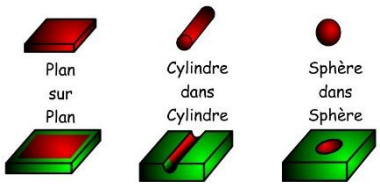
2.2. La liaison, modélisation du mouvement relatif

Il s'agit de chercher maintenant les mouvements relatifs qui existent entre ces classes d'équivalence cinématique. Pour les trouver, il faut examiner les contacts qui les relient : leur nombre et leur type.

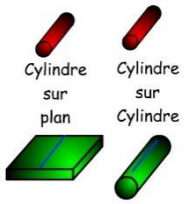
2.2.1. Contacts

Il existe 4 grands types de contacts :

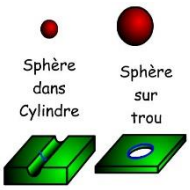
- **le contact surfacique (selon une surface) :**
  - un plan sur un plan ;
  - un cylindre dans un cylindre ;
  - une sphère dans une sphère
  - un cône dans un cône.



- **le contact linéique rectiligne (selon une ligne droite) :**
  - un cylindre sur un plan ;
  - un cylindre sur un cylindre ;
  - un cône sur un cône.



- **le contact linéique circulaire (selon une ligne courbe) :**
  - une sphère dans un cylindre ;
  - une sphère sur un trou.



- **le contact ponctuel (sur un point) :**
  - une sphère sur un plan ;
  - une sphère sur une sphère;
  - une sphère sur un cylindre ;
  - un cylindre sur un cylindre.

Astuce : Pour trouver de quel type de contact il s'agit, on peut imaginer tremper un des deux sous-ensembles cinématiquement liés dans un pot de peinture avant de le remettre en place contre le second sous-ensemble. En l'enlevant de nouveau, il apparaîtrait alors une trace... Ce serait soit une surface, soit une ligne, soit un point.

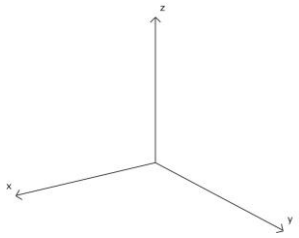
Question 2 : Identifier les contacts entre les sous-ensembles définis en Question 1

Les contacts déterminés, on peut en déduire les degrés de liberté, c'est-à-dire les mouvements possibles entre deux classes d'équivalence cinématique.

2.2.2. Degrés de liberté (DDL)

Comme on est dans un monde à 3 dimensions, il faut 3 axes pour définir l'espace, que l'on appellera $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$.

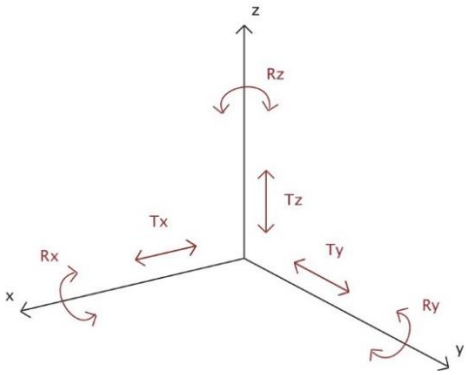
(a) Dessin d'un cube



(b) Système d'axes

On a alors dans notre espace 6 mouvements possibles :

- **3 translations :**
  - suivant l'axe $\vec{x}$, notée T_X
  - suivant l'axe $\vec{y}$, notée T_Y
  - suivant l'axe $\vec{z}$, notée T_Z
- **3 rotations :**
  - autour de l'axe $\vec{x}$, notée R_X
  - autour de l'axe $\vec{y}$, notée R_Y
  - autour de l'axe $\vec{z}$, notée R_Z.



Ces 6 mouvements élémentaires (3 translations et 3 rotations) sont appelés les degrés de liberté.

On appelle degrés de liberté d'une liaison les mouvements relatifs d'une classe d'équivalence cinématique par rapport à une autre, autorisés par cette liaison.

Un sous-ensemble peut se déplacer librement suivant ces 6 degrés de liberté. Mais lorsqu'il est mis en contact avec un autre sous-ensemble, certains de ces mouvements deviennent impossibles. Les mouvements qui restent possibles caractérisent alors la liaison entre ces sous- ensembles.

N.B. : Pour trouver les degrés de liberté d'une liaison, on associe un repère local au contact entre les deux classes, appelé repère local associé. Le choix du repère dépend des caractéristiques géométriques du contact, il est défini par :

- son origine O, centre géométrique du contact
- une base locale, constituée de 3 axes $\vec{x}$, $\vec{y}$ et $\vec{z}$, orthonormée directe

$\vec{x}$ sera porté par l'axe de symétrie ou par la normale au plan tangent commun ; si une seconde direction privilégiée existe, normale à $\vec{x}$, elle sera appelée $\vec{y}$.

Question 3: Identifier les ddl entre les sous-ensembles définis en Question 1

Les degrés de liberté déterminés, on peut en déduire la nature de la liaison associée.

2.2.3. Liaisons parfaites

On appelle liaison la relation qui existe entre deux solides en contact entre eux.

Une liaison est dite liaison parfaite lorsque :

- la géométrie du contact est parfaite (condition vérifiée par les solides parfaits)
- le contact entre les solides est sans adhérence
- les jeux entre les solides sont nuls

Il existe 10 liaisons, que l'on considèrera parfaites, répertoriées dans le tableau en fin du cours. Ce tableau permet notamment de trouver la désignation d'une liaison à partir des degrés de liberté qu'elle autorise.

N.B. : Le vocabulaire attaché à la liaison (”axe”, ”normale”, etc.) est lié au(x) mouvement(s) que celle-ci autorise ou bloque.

Question 4 : Identifier les liaisons associées aux contacts

3. Les deux outils de représentation d'un mécanisme

Sachant modéliser les pièces mécaniques d'une part et les liaisons entre elles d'autre part, il est possible de représenter le mécanisme. Il existe pour cela deux outils : le graphe de liaisons et le schéma cinématique minimal.

3.1. Le graphe de liaisons ou graphe de structure

Le graphe de liaison est un outil de représentation de mécanisme. Il est composé de :

- sommets, qui symbolisent les différentes classes d'équivalence cinématique du mécanisme
- arcs, qui symbolisent les liaisons entre les classes

Question 5 : Dessiner le graphe des liaisons de la barrière sinusmatic

3.2. Le schéma cinématique minimal

Le schéma cinématique est un outil de représentation géométrique de mécanisme. Il est composé :

- des symboles des différentes liaisons entre les classes d'équivalence cinématique du mécanisme
- de lignes reliant ces symboles, qui représentent les classes d'équivalence cinématique

C'est une représentation géométrique du mécanisme dans le sens où les propriétés géométriques sont respectées (parallélisme, perpendicularité, position relative, etc.). Chaque liaison possède un repère local associé au contact, mais se situe dans un repère global de référence, ce qui permet de positionner les liaisons les unes par rapport aux autres et de donner ainsi un sens au mécanisme. Le schéma cinématique correspond ainsi à la configuration générale du mécanisme, et permet d'établir un aller-retour avec le réel, notamment dans la compréhension du fonctionnement du mécanisme.

Méthode de tracé du schéma cinématique :

Sur les repères locaux associés aux zones de contact, dessiner correctement les symboles de chacune des liaisons, selon ses caractéristiques (axe, direction, centre, normale) et en respectant le code couleurs des sous-ensembles cinématiquement liés. Attention à choisir le bon symbole suivant la vue. Relier ensuite les liaisons avec les bonnes couleurs.

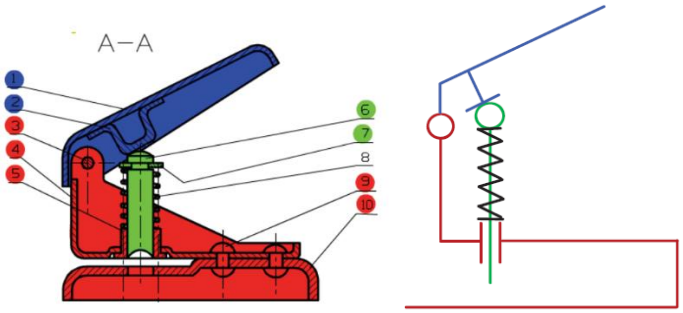
Question 6 : Dessiner le schéma cinématique de la barrière sinusmatic

3.3. Les avantages de chaque outil

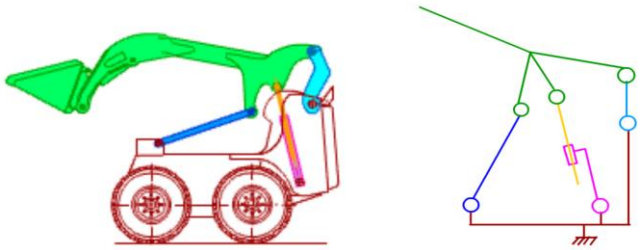
Le schéma cinématique est une représentation plus complète du mécanisme, donc plus représentative de la réalité. Le graphe de liaison est une représentation plus simple, mais suffisante pour certaines études (statique notamment).

Exemples de schémas cinématiques

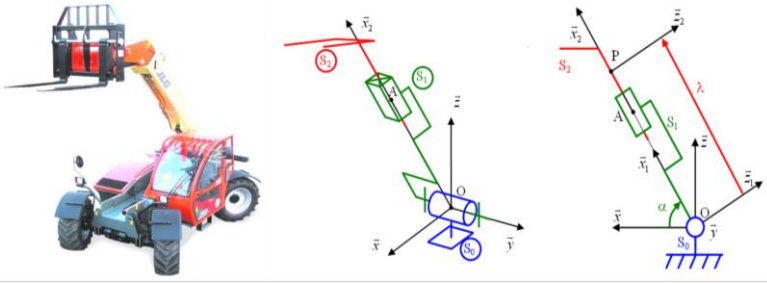
Perforateur 2 trous



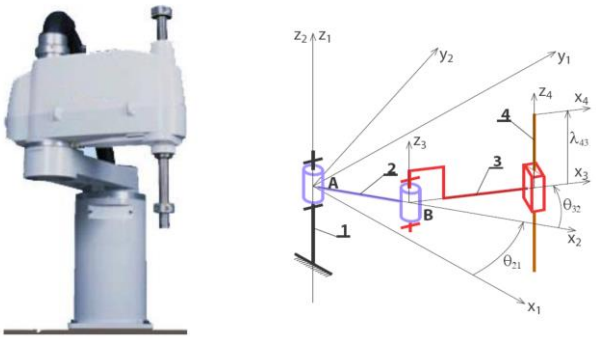
Chargeur Bobcat

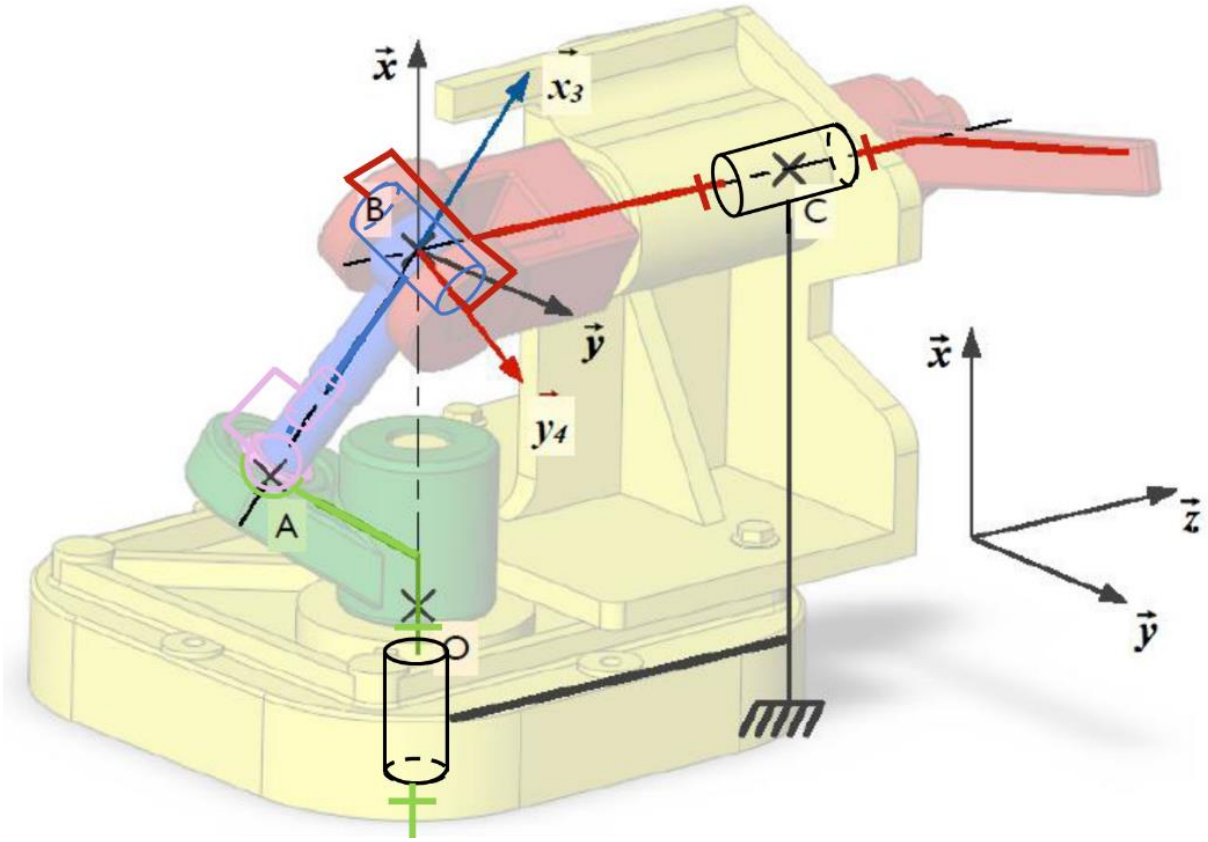


Nacelle élévatrice



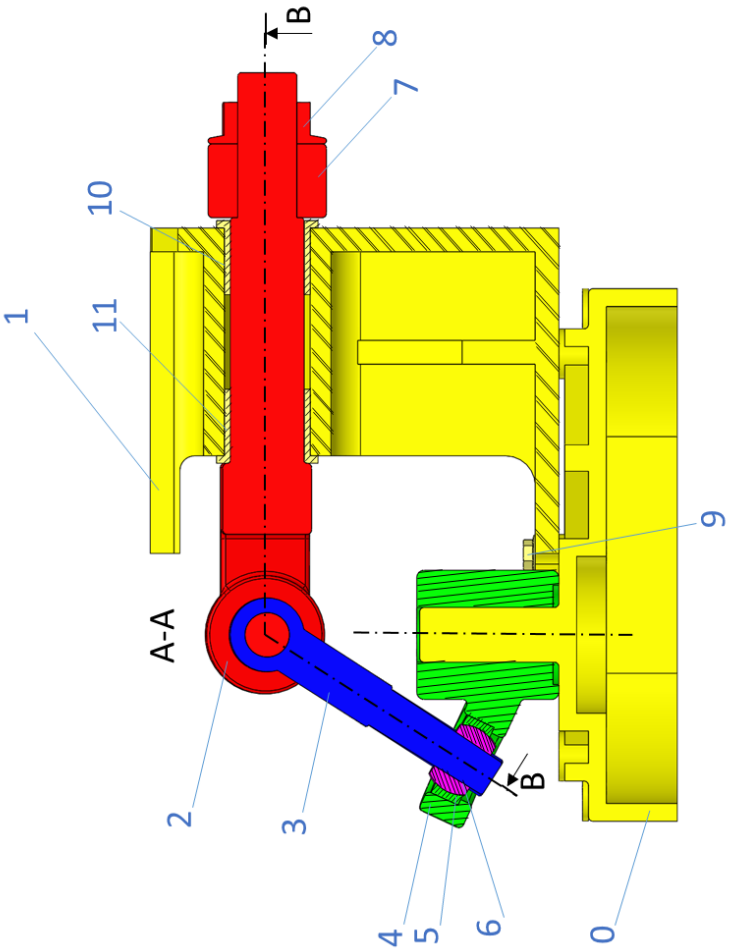
Robot 3 axes

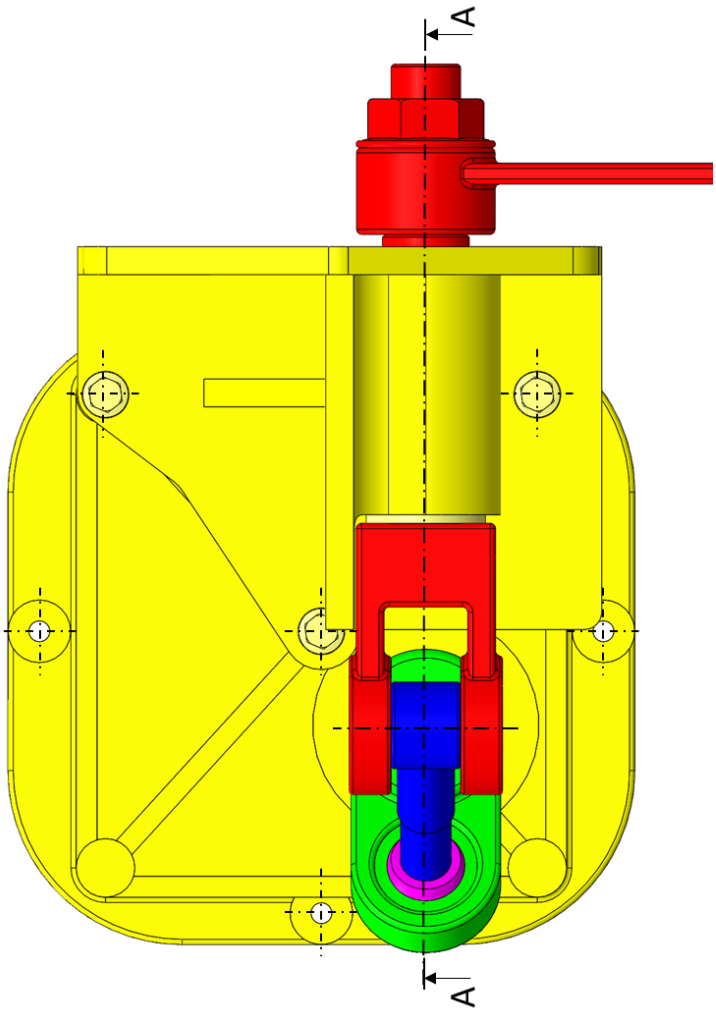


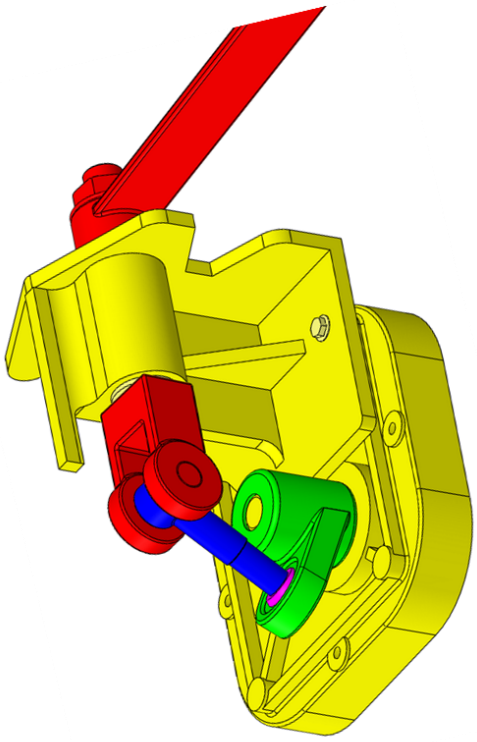


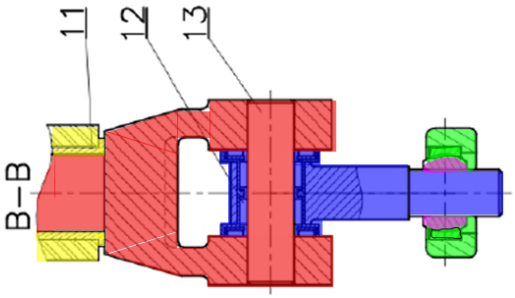
Entre les sous-ensembles	Contacts		DDL		Nombre de		Liaison normalisée
	Nombre	Zone(s)			R	T	
S0 et S1	2	Surface cylindrique + Surface plane	Rx ~~Ry~~ ~~Rz~~	~~Tx~~ ~~Ty~~ ~~Tz~~	1	0	Liaison **PIVOT** (O,x)
S1 et S2	1	Surface sphérique	Rx Ry Rz	~~Tx~~ ~~Ty~~ ~~Tz~~	3	0	Liaison **ROTULE** (A)
S2 et S3	1	Surface cylindrique	Rx3 ~~Ry3~~ ~~Rz3~~	Tx3 ~~Ty3~~ ~~Tz3~~	1	1	Liaison **PIVOT GLISSANT** ($A/B,x_3$)
S3 et S4	2	Surface cylindrique + Surface plane	~~Rx4~~ Ry4 ~~Rz4~~	~~Tx4~~ ~~Ty4~~ ~~Tz4~~	1	0	Liaison **PIVOT** (B,y_4)
S4 et S0	2	Surface cylindrique + Surface plane	~~Rx~~ ~~Ry~~ Rz	~~Tx~~ ~~Ty~~ ~~Tz~~	1	0	Liaison **PIVOT** (C,z)

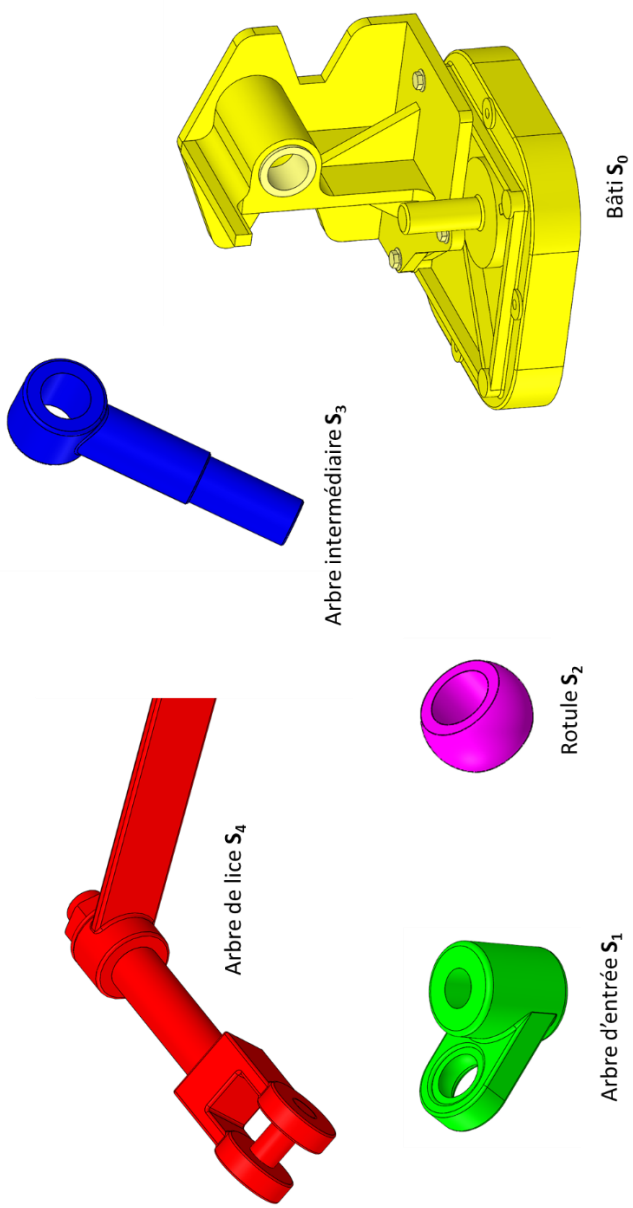
Repère	Nombre	Désignation
0	1	Bâti
1	1	Support supérieur
2	1	Arbre de lisse
3	1	Doigt
4	1	Arbre de sortie moteur
5	1	Rotule
6	1	Bague interieure
7	1	Lisse
8	1	Ecrou de serrage
9	3	Vis H M6-20
10	1	Coussinet
11	1	Coussinet
12	1	Roulement à aiguilles
13	1	Axe

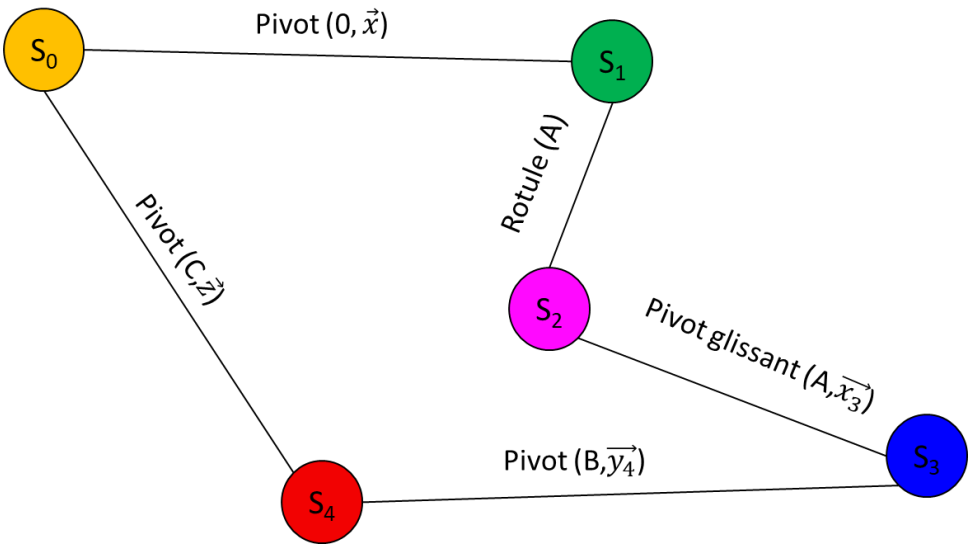

B
8
7
10
11
1
A-A
9
2
3
B
4
5
6
0


A
A




11
12
13
B–B


Bâti S_0
Arbre intermédiaire S_3
Rotule S_2
Arbre de lice S_4
Arbre d'entrée S_1


S_0
S_1
S_2
S_3
S_4
Pivot $(0, \vec{x})$
Rotule (A)
Pivot $(C, \vec{z})$
Pivot glissant $(A, \overrightarrow{x_3})$
Pivot $(B, \overrightarrow{y_4})$