

TD – Manège SPIN FLY

POINT METHODE :

- Composition des mouvements (Vitesses) (« Indiana Jones ») (Q4) :

$$\overrightarrow{V_{A \in R_n / R_0}} = \overrightarrow{V_{A \in R_n / R_{n-1}}} + \overrightarrow{V_{A \in R_{n-1} / R_{n-2}}} + \cdots + \overrightarrow{V_{A \in R_1 / R_0}}$$

- Formule de changement de point (calcul de vitesse) (Formule de Varignon / « BABAR ») (Q4) :

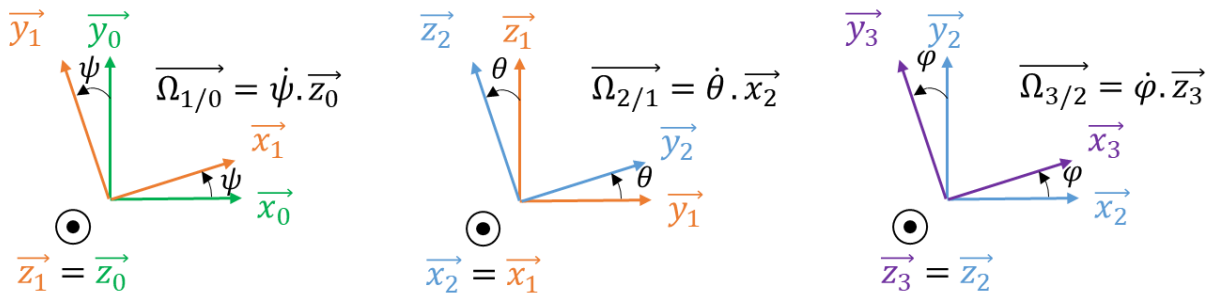
$$\overrightarrow{V_{B \in R_1 / R}} = \overrightarrow{V_{A \in R_1 / R}} + \overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{R_1 / R}}$$

- Dérivation vectorielle (Q7) :

$$\left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_R = \left[\frac{d\vec{U}}{dt} \right]_{R_1} + \overrightarrow{\Omega_{R_1 / R}} \wedge \vec{U}$$

ELEMENTS DE CORRECTION :

Q1 :



Q2 :

$T_{D \in 3/2}$: Cercle de centre B et de rayon [BD], dans le plan $(O, \vec{x}_3, \vec{y}_3)$

$T_{D \in 2/1}$: Cercle de centre D_1 et de rayon $[D_1D]$ avec D_1 projeté de D sur (B, \vec{x}_1)

$T_{D \in 1/0}$: Cercle de centre D_2 et de rayon $[D_2D]$ avec D_2 projeté de D sur (O, \vec{z}_0)

$T_{D \in 3/0}$: Sphère de centre B et de rayon [BD]

Q3 :

$$\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\psi} \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

$$\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \cdot \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

$$\{V_{3/2}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \cdot \vec{z}_3 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

Q4 :

$$\overrightarrow{V(D \in 3/0)} = \overrightarrow{V(D \in 3/2)} + \overrightarrow{V(D \in 2/1)} + \overrightarrow{V(D \in 1/0)}$$

$$\overrightarrow{V(D \in 3/2)} = \overrightarrow{V(B \in 3/2)} + \overrightarrow{DB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{3/2}} = c \cdot \dot{\phi} \cdot \vec{y}_3$$

$$\overrightarrow{V(D \in 2/1)} = \overrightarrow{V(B \in 2/1)} + \overrightarrow{DB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = c \cdot \dot{\theta} \cdot \sin\phi \cdot \vec{z}_3$$

$$\overrightarrow{V(D \in 1/0)} = \overrightarrow{V(B \in 1/0)} + \overrightarrow{DB} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = c \cdot \dot{\psi} \cdot (\cos\phi \cdot \vec{y}_1 - \sin\phi \cdot \cos\theta \cdot \vec{x}_1)$$

Q5 :

$$\{V_{3/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\psi} \cdot \vec{z}_0 + \dot{\theta} \cdot \vec{x}_2 + \dot{\phi} \cdot \vec{z}_3 \\ c \cdot \dot{\psi} \cdot (\cos\phi \cdot \vec{y}_1 - \sin\phi \cdot \cos\theta \cdot \vec{x}_1) + c \cdot \dot{\theta} \cdot \sin\phi \cdot \vec{z}_3 + c \cdot \dot{\phi} \cdot \vec{y}_3 \end{array} \right\}_D$$

Q6 :

$$\|\overline{V(D \in 3/0)}\|_{max} = 10 \text{ m/s} = 36 \text{ km/h}$$

Q7 :

$$\begin{aligned} \overline{\Gamma(D \in 3/0)} = & (-c \cdot \ddot{\psi} \cdot \sin\phi \cdot \cos\theta - c \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos\theta + 2 \cdot c \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\theta} \cdot \sin\phi \cdot \sin\theta - 2 \cdot c \cdot \dot{\phi} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos\phi \cdot \cos\theta) \cdot \overline{x_1} \\ & + (c \cdot \ddot{\psi} \cdot \cos\phi - 2 \cdot c \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin\phi - c \cdot \dot{\psi}^2 \cdot \sin\phi \cdot \cos\theta) \cdot \overline{y_1} + (-c \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\phi) \cdot \overline{y_2} \\ & + (-c \cdot \dot{\phi}^2) \cdot \overline{x_3} + (c \cdot \ddot{\phi}) \cdot \overline{y_3} + (c \cdot \ddot{\theta} \cdot \sin\phi + 2 \cdot c \cdot \dot{\phi} \cdot \dot{\theta} \cdot \cos\phi) \cdot \overline{z_3} \end{aligned}$$

Q8 :

$$\begin{aligned} & \|\overline{\Gamma(D \in 3/0)}\| \\ = & \sqrt{(c \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi} \cdot \cos\phi + c \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\phi \cdot \cos\phi)^2 + (c \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\phi)^2 + (c \cdot \dot{\theta} \cdot \dot{\phi} \cdot \sin\phi)^2 + 2 \cdot c \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \sin\phi \cdot c \cdot \dot{\phi} \cdot \sin^2\phi} \end{aligned}$$

Q9 :

$$\|\overline{\Gamma(D \in 3/0)}\|_{max} = 18,5 \text{ m/s}^2 = 2 \cdot g$$