TD 5
Comportement dynamique d'un Segway®

Présentation du système

Le support de l'étude est le véhicule auto-balancé SEGWAY®. Il s'agit d'un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. En termes de prestations, il est moins rapide qu'une voiture ou qu'un scooter, mais il est plus maniable, plus écologique, moins encombrant et nettement plus moderne.

Le SEGWAY® comporte à cet effet des capteurs et des microprocesseurs transmettant des consignes aux deux moteurs électriques équipant les deux roues.

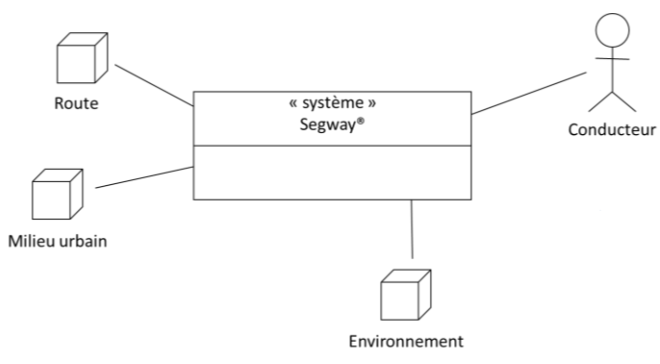


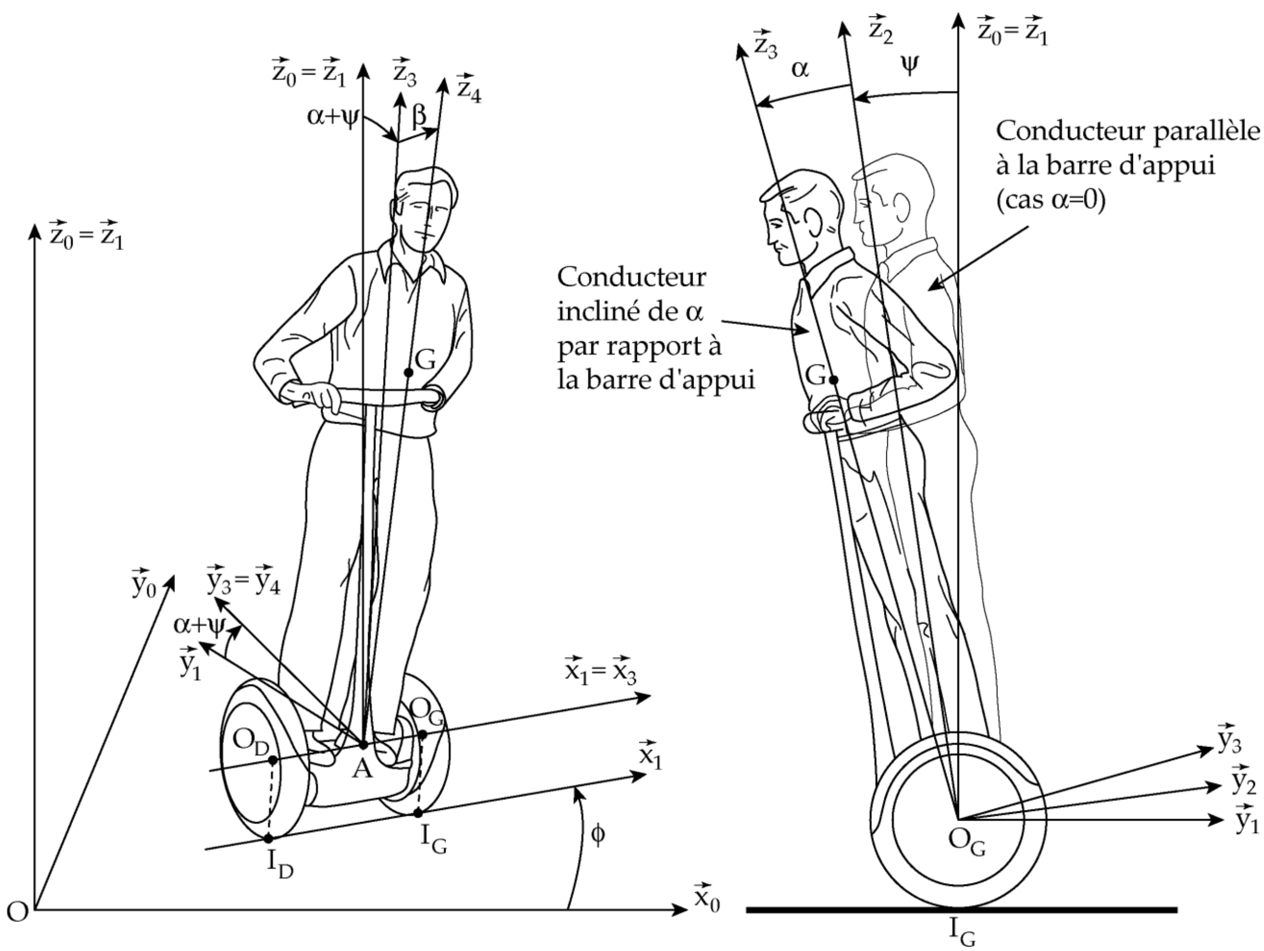
Diagramme de contexte

<u>Exigences principales :</u>

E1 : Permettre au conducteur de se déplacer aisément sur la route
E2 : Donner au conducteur une sensation de stabilité
E3 : Rester insensible aux perturbations provenant de la route
E4 : Rester manœuvrable dans la circulation
E5 : Être peu encombrant
E6 : Contribuer au respect de l'environnement

<u>Objectif :</u> Proposer des relations entre les paramètres du mouvement.

Modèle de paramétrage



Paramètres du système et figure simplifiée (à droite) dans le cas où β=0

- Soit $R_0(O,\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{z_0})$ un repère supposé galiléen lié à la route tel que $\overrightarrow{z_0}$ soit dirigé suivant la verticale.

- Soit $R_1(A,\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_0})$ un repère en rotation par rapport à R_0 autour de $\overrightarrow{z_0}$ tel que $\overrightarrow{x_1}$ soit colinéaire à l'axe commun des roues et A le point milieu de l'axe des roues. On pose $\varphi = (\overrightarrow{x_0},\overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0},\overrightarrow{y_1})$ l'angle de virage.

- $R_2(A,\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ est un repère lié au châssis du chariot (noté S ou 2) tel que la base $B_2 = (\overrightarrow{x_2},\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{z_2})$ soit en rotation autour de la direction $\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{x_2}$ par rapport à la base B_1 et que la direction $\overrightarrow{z_2}$ soit colinéaire à la barre d'appui. On pose $\psi = (\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_1},\overrightarrow{z_2})$ l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale (l'asservissement consiste à maintenir cet angle nul). On suppose que le point A est le centre de gravité du chariot de masse m_s.

- $R_3(A,\overrightarrow{x_3},\overrightarrow{y_3},\overrightarrow{z_3})$ est un repère tel que la base B_3 soit en rotation par rapport à la base B_2 autour de la direction $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_3}$. On pose $\alpha = (\overrightarrow{y_2},\overrightarrow{y_3}) = (\overrightarrow{z_2},\overrightarrow{z_3})$ l'angle d'inclinaison avant/arrière du conducteur.

- $R_4(A, \overrightarrow{x_4}, \overrightarrow{y_4}, \overrightarrow{z_4})$ est un repère lié au conducteur (noté H ou 4) considéré comme un solide indéformable, tel que la base B_4 soit en rotation par rapport à la base B_3 autour de la direction $\overrightarrow{y_3} = \overrightarrow{y_4}$ et tel que l'axe $(A, \overrightarrow{z_4})$ passe par le centre de gravité G du conducteur défini par $\overrightarrow{AG} = h\overrightarrow{z_4}$ (avec h une constante positive). On pose $\beta = (\overrightarrow{z_3}, \overrightarrow{z_4}) = (\overrightarrow{x_3}, \overrightarrow{x_4})$ l'angle d'inclinaison gauche/droite du conducteur.

- $R_D(O_D, \overrightarrow{x_D}, \overrightarrow{y_D}, \overrightarrow{z_D})$ où O_D est le centre de gravité de la roue droite, est un repère lié à la roue droite R_D : la base B_D est en rotation autour de la direction $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_D}$ et on pose alors $\theta_D = (\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_D}) = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_D})$ l'angle de rotation de la roue droite par rapport au châssis. I_D est le point de contact de la roue droite avec la route et est donc tel que $\overrightarrow{I_D O_D} = R.\overrightarrow{z_0}$.

- $R_G(O_G, \overrightarrow{x_G}, \overrightarrow{y_G}, \overrightarrow{z_G})$ où O_G est le centre de gravité de la roue gauche, est un repère lié à la roue gauche R_G : la base B_G est en rotation autour de la direction $\overrightarrow{x_2} = \overrightarrow{x_G}$ et on pose alors $\theta_G = (\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_G}) = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_G})$ l'angle de rotation de la roue gauche par rapport au châssis. I_G est le point de contact de la roue gauche avec la route et est donc tel que $\overrightarrow{I_G O_G} = R.\overrightarrow{z_0}$.

Les deux roues R_D et R_G ont donc le même rayon R et roulent sans glisser sur le sol au niveau des deux points de contact I_D et I_G. On note m_r la masse d'une roue. La masse du conducteur est notée m_H, celle du chariot m_C.

On note L l'empattement du chariot tel que $\overrightarrow{O_D O_G} = L.\overrightarrow{x_1}$ et donc $\overrightarrow{O_D A} = \overrightarrow{A O_G} = \frac{L}{2}.\overrightarrow{x_1}$

La pesanteur est définie par $\vec{g} = -g.\overrightarrow{z_0}$.

Etude cinématique

<u>Q1 :</u> Dessiner les figures de changement de base représentant les angles $\varphi, \psi, \alpha, \beta, \theta_D, \theta_G$.

<u>Q2 :</u> Exprimer en fonction du paramétrage les torseurs cinématiques :

- Du châssis 2 par rapport au sol 0 $\{V_{2/0}\}$ au point A en notant $\overrightarrow{V_{A\in 2/0}} = U.\overrightarrow{x_1} + V.\overrightarrow{y_1}$.
- De la roue droite R_D par rapport au châssis 2 $\{V_{R_D/2}\}$ en un point à choisir.
- De la roue gauche R_G par rapport au châssis 2 $\{V_{R_G/2}\}$ en un point à choisir.

On suppose qu'il y a roulement sans glissement au point I_D.

<u>Q3 :</u> Déduire de la relation de roulement sans glissement deux relations scalaires exprimant les vitesses U et V en fonction de $R, L, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$ et $\dot{\theta}_D$.

On suppose qu'il y a roulement sans glissement au point I_G.

<u>Q4 :</u> En appliquant la même démarche, déduire les vitesses U et V en fonction de $R, L, \dot{\psi}, \dot{\varphi}$ et $\dot{\theta}_G$.

<u>Q5 :</u> En déduire une relation liant les vitesses angulaires $\dot{\theta}_D$ et $\dot{\theta}_G$. Conclure en considérant deux cas : le Segway® avançant en ligne droite ou empruntant un virage.

Etude de la transmission de puissance

La transmission de puissance choisie possède deux moteurs électriques (un pour chaque roue), associé chacun à un réducteur de rapport de réduction $|K_r| = \frac{1}{24}$.

Q6 : Une voiture ne possède généralement qu'un seul moteur et qu'un seul réducteur (la boîte de vitesses). Le différentiel permet de répartir la puissance motrice sur les deux roues motrices. Expliquer pourquoi le constructeur du Segway® n'a pas adopté cette solution.

Un pré-dimensionnement des réducteurs a conduit à adopter les contraintes suivantes :

- $[OO_M]$ = 90 mm.
- Module m = 1 mm pour tous les engrenages.
- Nombre de dents minimum pour chaque roue dentée : $Z_{mini} = 15$.

Les points O et O_M correspondent respectivement aux projections, dans le plan $(O_D, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$, des axes de rotation d'une roue et du moteur associé.

Q7 : Proposer, sur le schéma ci-dessous, une architecture du réducteur s'intégrant dans le carter et dont le rapport de réduction vaut $|K_r| = \frac{1}{24}$ en dessinant une épure de la solution adoptée.

Représenter uniquement les diamètres primitifs des roues dentées, récapituler sous forme de tableau les nombres de dents choisis.