

## TD6 - Cinématique des solides

### Robot SPHERO (d'après Centrale MP 2018)



#### Présentation du support

##### *Description du robot Sphero*

Une nouvelle génération de robots à mobilité non conventionnelle a vu le jour avec la conception de robots en forme de sphère. Ces robots commencent à être utilisés dans des environnements difficiles (centrale nucléaire, terrain irrégulier) pour des missions d'inspection et de surveillance. Ce type de robot est aussi présent dans l'industrie du divertissement sous la forme d'objets connectés contrôlables avec un smartphone (ou tablette). C'est le cas du robot **Sphero** créé par la société Orbotix et qui sert de support d'étude pour ce sujet.

Créé pour le loisir et l'éducation, le robot Sphero roule sur lui-même pour se déplacer. Une base robotique appelée module interne et dite différentielle (plateforme munie de deux roues motrices indépendantes, de même axe) est placée dans une sphère (le corps du robot) qui sert de liaison au sol et permet le déplacement (figure 1).

Le Sphero est commandé par un smartphone avec lequel l'utilisateur guide le robot.



Figure 1 Constitution du Sphero

Même si les consignes de l'utilisateur correspondent au comportement attendu du Sphero (cap et vitesse du corps sphérique), c'est en réalité le module interne que l'utilisateur commande grâce à son smartphone. Le principe de déplacement du Sphero peut être comparé à celui d'une roue de hamster : quand l'animal court à l'intérieur, il déplace le centre de gravité du système, ce qui fait tourner la roue. Ainsi, les deux roues motrices du module interne créent le roulement du corps sphérique du Sphero.

##### *Manipulation et déplacement du robot Sphero*

Pour commander le robot l'utilisateur dispose d'une application sur son smartphone (ou sa tablette). Une fois la connexion bluetooth établie entre le Sphero et le smartphone, l'utilisateur peut mettre en mouvement le robot grâce à une interface tactile (figure 2). L'utilisateur place son doigt au centre du cadran (sur le curseur ayant le sigle Sphero) puis le déplace dans le cadran. La position du doigt sur le cadran fournit une consigne de cap (par rapport à la marche avant) et de vitesse au robot : plus le doigt est éloigné du centre du cadran plus le robot va vite.

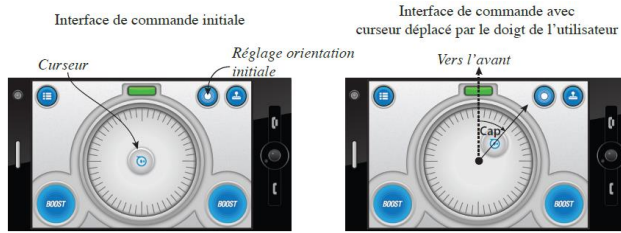


Figure 2 Interface homme-machine (IHM) de commande du Sphero

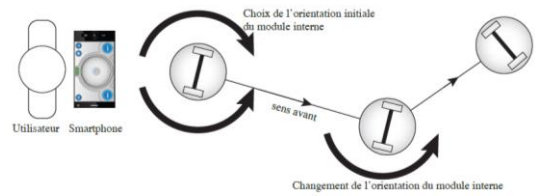


Figure 3 Déplacement du robot

Un exemple de déplacement du robot Sphero est décrit par la figure 3. Pour un cap donné le Sphero se déplace selon une trajectoire rectiligne. Lorsque le cap est changé par l'utilisateur, le module interne change son orientation autour d'un axe vertical de lacet et une nouvelle direction est ainsi imposée au Sphero. Ce dernier reprend un déplacement en ligne droite suivant le nouveau cap.

Afin que l'utilisation du robot soit à la hauteur des attentes de l'utilisateur, le robot Sphero doit satisfaire les exigences définies figure 4.

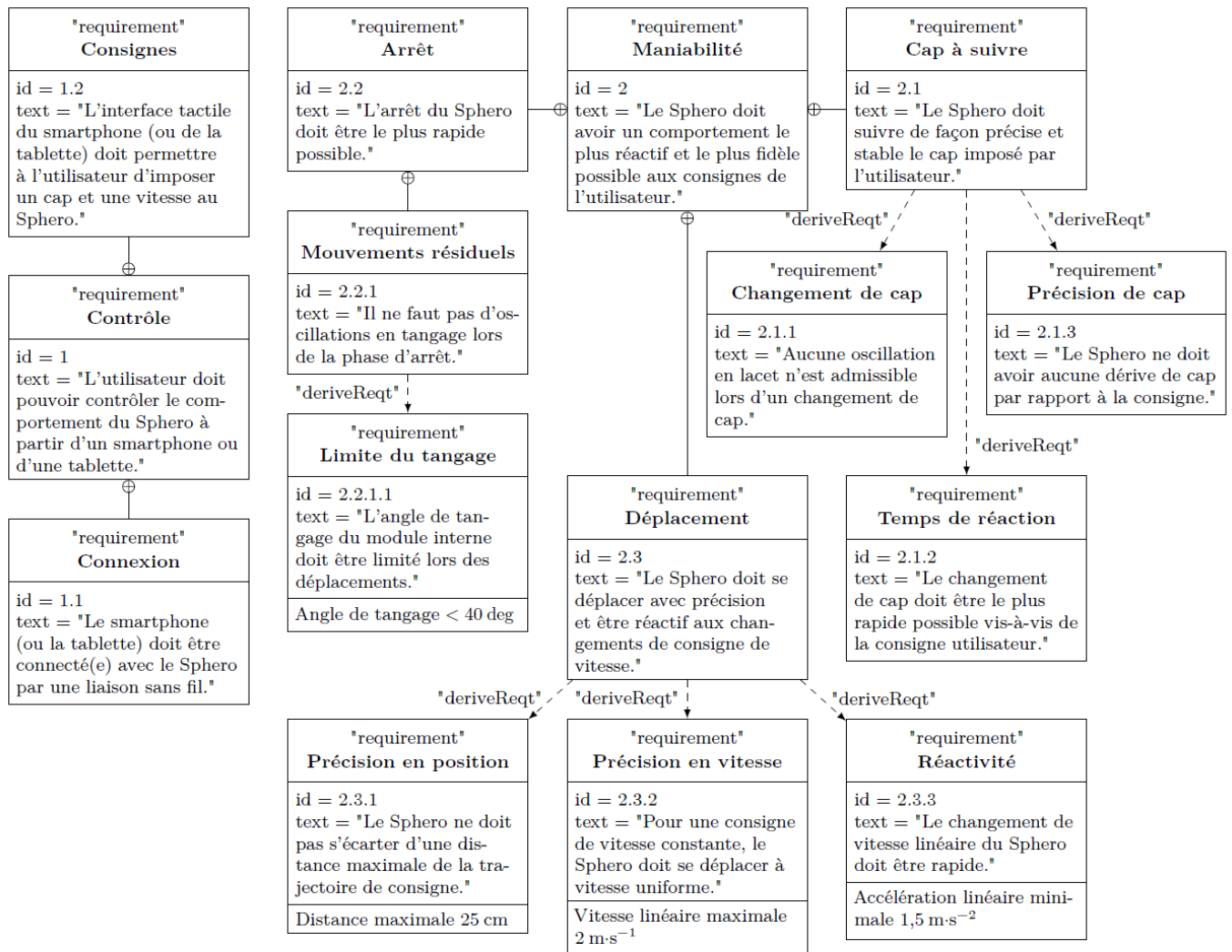


Figure 4 Diagramme des exigences du Sphero

## Déplacement et réglage de cap du robot Sphero

Le robot est équipé de deux actionneurs (moteurs électriques à courant continu) indépendants. Il est de fait nécessaire de mettre en évidence le lien entre le comportement du robot Sphero et celui des actionneurs.

### Objectif :

Mettre en évidence la relation entre les actionneurs et le comportement du Sphero, afin de déterminer la façon dont les actionneurs doivent être commandés.

### Modélisation et paramétrage

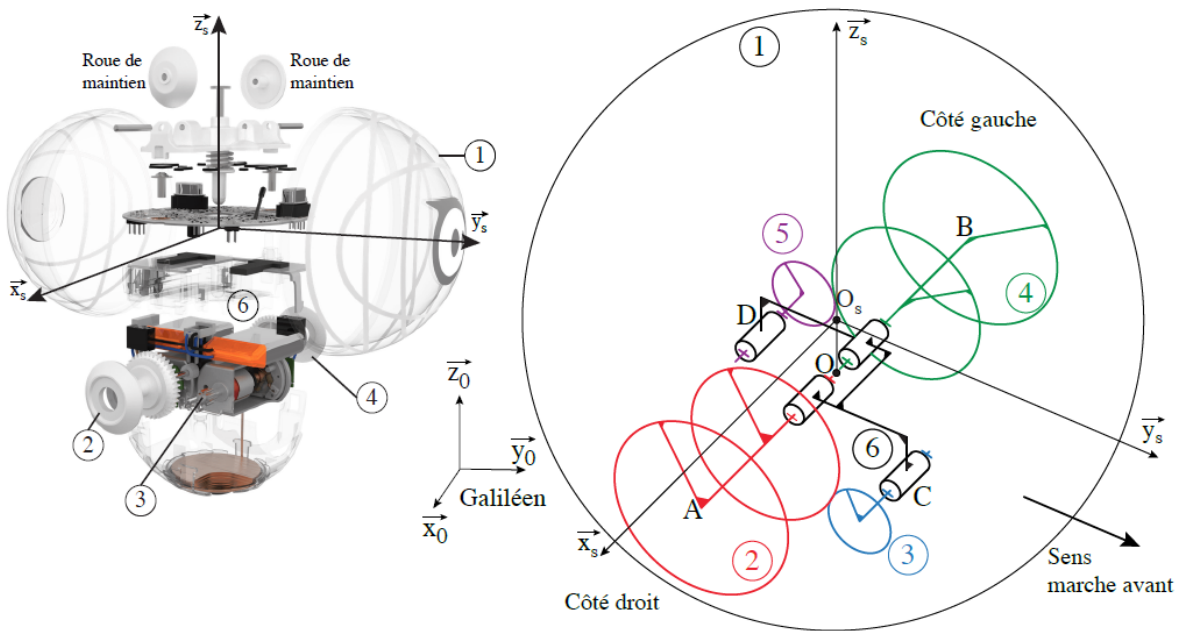


Figure 10 Schéma cinématique 3D du Sphero (sans le système de maintien)

1 désigne le corps sphérique du robot, 2 la roue motrice droite, 3 l'arbre moteur denté droit, 4 la roue motrice gauche, 5 l'arbre moteur denté gauche et 6 le châssis du module interne. Par la suite la désignation « **module interne** » correspond à l'ensemble {2+3+4+5+6}.

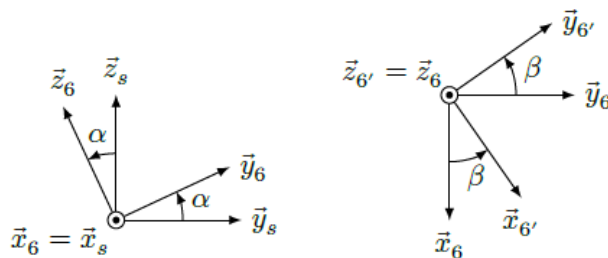


Figure 11 Définition des repères  $\mathcal{R}_6$  et  $\mathcal{R}_{6'}$

Le repère  $R_S(O_S; \vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S)$  accompagne le robot Sphero et est tel que  $\vec{z}_S = \vec{z}_0$  à chaque instant du mouvement, avec  $\vec{z}_0$  la verticale du lieu et  $\vec{y}_S$  dans la direction d'avance du robot. Le point  $O_S$  correspond au centre du corps sphérique du robot.

Le châssis du module interne possède une mobilité en lacet et une en tangage par rapport au corps du Sphero.

Le roulis du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 n'est pas possible du fait de la forme des roues et de leur matière.

Le repère  $R_6(O; \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$  se déduit du repère  $R_S$  par rotation d'angle  $\alpha$  autour de l'axe  $(O; \vec{x}_S)$ . Cet angle  $\alpha$  définit l'angle de tangage du châssis du module interne par rapport au repère  $R_S$ .

Le repère  $R_{6'}(O; \vec{x}_{6'}, \vec{y}_{6'}, \vec{z}_{6'} = \vec{z}_6)$  lié au châssis du module interne, se déduit du repère  $R_6$  par rotation d'angle  $\beta$  autour de l'axe  $(O, \vec{z}_6)$ . Cet angle  $\beta$  définit l'angle de lacet du châssis du module interne par rapport au repère  $R_S$ .

La figure 12 propose un schéma cinématique du Sphero projeté dans le plan  $(O; \vec{y}_S, \vec{z}_S)$  ainsi que dans le plan  $(O; \vec{x}_S, \vec{y}_S)$  (le système de maintien n'est pas pris en compte).

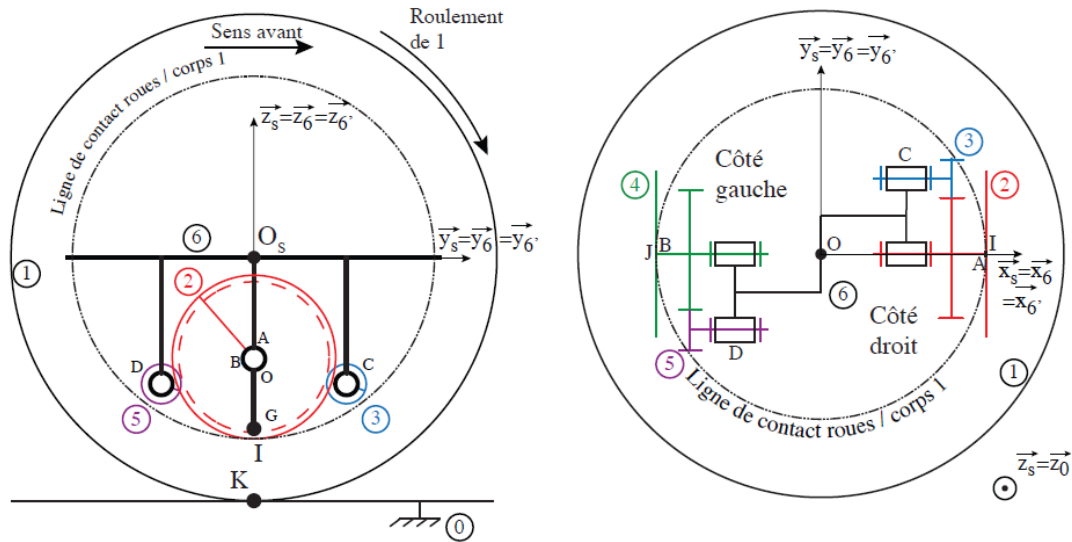


Figure 12 Schémas cinématiques du Sphero vu de côté et de dessus avec  $\alpha = 0$  et  $\beta = 0$

Le graphe des liaisons du robot Sphero (sans le système de maintien) est présenté figure 13.

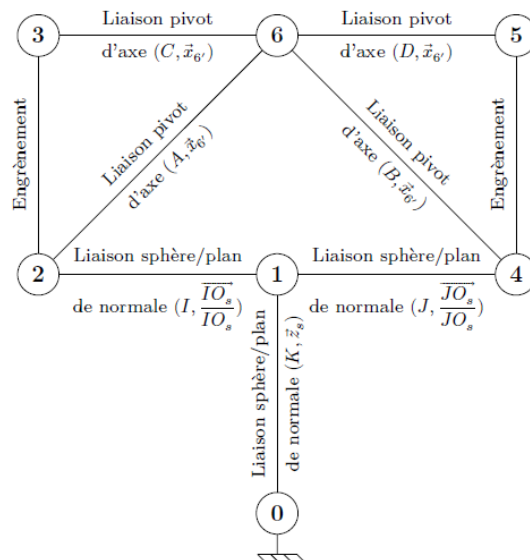


Figure 13 Graphe des liaisons du Sphero

## Hypothèses

L'hypothèse de roulement sans glissement sera adoptée au point  $I$  (point de contact 2/1), au point  $J$  (point de contact 4/1) et au point  $K$  (point de contact 1/0)

## Modèles cinématiques

- Les torseurs cinématiques sont notés  $\{v_{S_i/S_j}\} = \begin{Bmatrix} p_{ij} & u_{ij} \\ q_{ij} & v_{ij} \\ r_{ij} & w_{ij} \end{Bmatrix}_{X,B_{6i}}$
- Du fait de l'hypothèse de roulement sans glissement au point  $I$ , le torseur cinématique de la liaison 2/1 s'écrit en  $I$  et dans la base  $B_{6'}(\vec{x}_{6'}, \vec{y}_{6'}, \vec{z}_{6'})$  :  $\{v_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} p_{21} & 0 \\ q_{21} & 0 \\ r_{21} & 0 \end{Bmatrix}_{I,B_{6'}}$
- Pour les mêmes raisons,  $\{v_{4/1}\} = \begin{Bmatrix} p_{41} & 0 \\ q_{41} & 0 \\ r_{41} & 0 \end{Bmatrix}_{J,B_{6'}}$
- Le torseur cinématique  $\{v_{6/1}\}$  en  $O$  est de la forme  $\{v_{6/1}\} = \begin{Bmatrix} p_{61} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{61} & 0 \end{Bmatrix}_{O,B_{6'}}$   
 $p_{61}$  correspond au taux de rotation en tangage du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero, et  $r_{61}$  correspond au taux de rotation en lacet du châssis du module interne par rapport au corps sphérique 1 du Sphero.
- Les autres liaisons mécaniques ont aussi leur torseur cinématique défini dans le repère  $R_{6'}$ .

## Données

- $\vec{IA} = R \cdot \vec{z}_{6'} = \vec{JB}$  avec  $R = 8$  mm rayon de la roue motrice 2.
- $\vec{OA} = L \cdot \vec{x}_{6'} = -\vec{OB}$ .
- $\vec{OSK} = -R_s \cdot \vec{z}_S$  avec  $R_s = 74$  mm rayon du corps sphérique 1.
- Le rapport de réduction entre 2 et 3 (et entre 4 et 5) est noté  $k$  avec  $k = 0,21 = \frac{p_{26}}{p_{36}} = \frac{p_{46}}{p_{56}}$ .

En exploitant la fermeture cinématique 2-6-4-1, il est possible d'écrire  $r_{21} = k \cdot \frac{R}{2L} \cdot (p_{36} - p_{56})$  avec  $p_{36}$  le taux de rotation du moteur droit et  $p_{56}$  celui du moteur gauche.

**Q1 :** Ecrire au point  $A$  les torseurs cinématiques suivants :  $\{v_{6/1}\}_A$ ,  $\{v_{2/6}\}_A$ ,  $\{v_{1/2}\}_A$ .

**Q2 :** Par composition des mouvements faisant intervenir les solides 1, 2 et 6, montrer que l'expression de  $r_{61}$  en fonction de  $p_{36}$  et  $p_{56}$  est de la forme  $r_{61} = \lambda \cdot (p_{36} - p_{56})$  avec  $\lambda$  à déterminer.

**Q3 :** Donner l'expression de  $p_{21}$  en fonction de  $p_{36}$ , de  $p_{56}$  et de  $k$ .

**Q4 :** Montrer que l'expression de  $p_{61}$  est de la forme  $p_{61} = \mu \cdot (p_{36} + p_{56})$  avec  $\mu$  à déterminer.

Par la suite, il est considéré que  $\lambda = 0,074$  et  $\mu = 0,105$ .

Lors d'un changement de cap du Sphero le châssis du module interne admet un mouvement de lacet autour de l'axe  $(O, \vec{z}_6)$ . Le cap du robot Sphero est en fait imposé par celui du module interne. Le lacet du châssis du module interne ne doit pas induire de tangage car l'avance et le changement de cap du Sphero doivent être indépendants.

### *Comportement des actionneurs pour un changement de cap*

**Q5 :** Quelle doit être la valeur de  $p_{61}$  lors d'un changement de cap ?

**Q6 :** En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero lors d'un changement de cap.

### *Comportement des actionneurs pour un déplacement en ligne droite*

**Q7 :** Quelle est la valeur de  $r_{61}$  lorsque le Sphero se déplace en ligne droite ?

**Q8 :** En déduire la relation entre les taux de rotation des moteurs du Sphero afin que ce dernier puisse se déplacer en ligne droite.

### *Vitesse d'avance et respect de l'exigence 2.3 de déplacement*

Au point  $K$  de contact entre le corps 1 et le sol noté 0 il y a roulement sans glissement et donc le torseur cinématique

de la liaison 1/0 s'écrit en  $K$  et dans la base  $B_S(\vec{x}_S, \vec{y}_S, \vec{z}_S) : \{v_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} p_{10} & 0 \\ q_{10} & 0 \\ r_{10} & 0 \end{Bmatrix}_{K, B_S}$ .

**Q9 :** Lors d'un mouvement d'avance en ligne droite, donner la relation entre  $p_{10}$ ,  $R_S$  et  $v$  la vitesse d'avance du robot par rapport au sol ( $v = \overrightarrow{V_{0S,1/0}} \cdot \vec{y}_S$ ).

Pour cette étude, on se place en régime établi où l'angle de tangage  $\alpha$  du module interne est constant.

**Q10 :** Pour  $\alpha$  constant et toujours lors d'un déplacement en ligne droite ( $\vec{x}_S = \vec{x}_6 = \vec{x}_{6'}$ ), que vaut la composante  $p_{60} = \overrightarrow{\Omega_{6/0}} \cdot \vec{x}_S$  correspondant à la vitesse de tangage du module interne par rapport au sol ?

**Q11 :** En déduire la relation entre  $p_{10}$  et  $p_{61}$ .

Le constructeur du robot Sphero annonce une vitesse maximale en ligne droite  $v = \overrightarrow{V_{0S,1/0}} \cdot \vec{y}_S = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  alors que les moteurs possèdent un taux de rotation maximal de 1200 tr/min.

**Q12 :** Déterminer l'expression de  $v$  en fonction de  $p_{36}$  et  $p_{56}$ . Faire l'application numérique et conclure sur le respect de l'exigence 2.3.