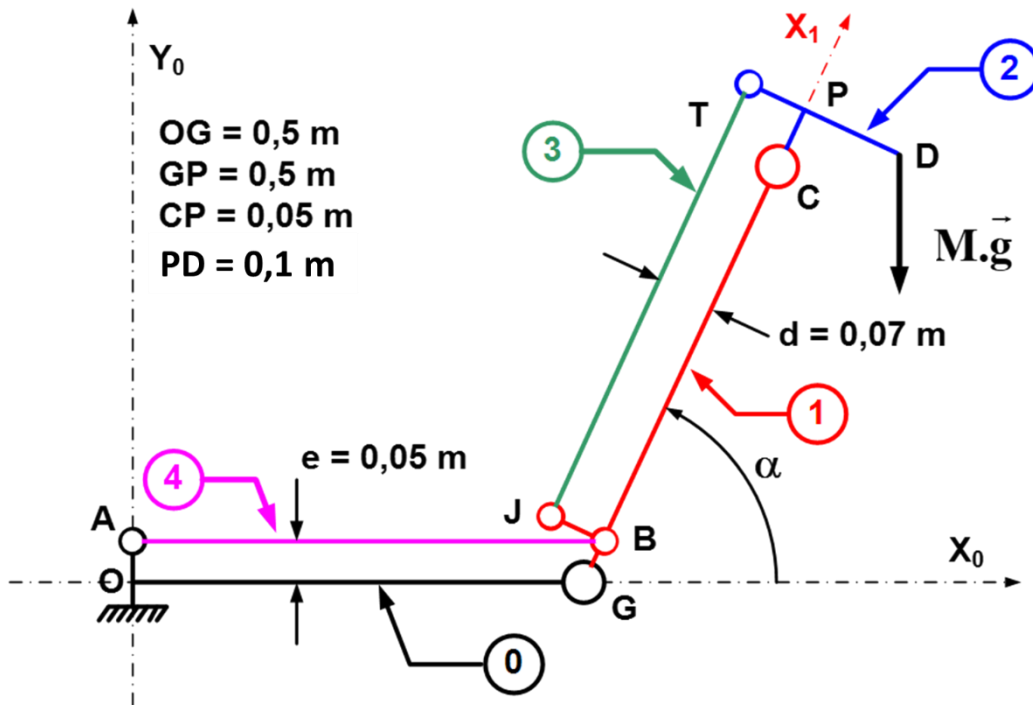


TD 2

Analyse statique du membre inférieur sous charge dans le plan sagittal Calcul des efforts musculaires



Dans ce problème, nous nous intéresserons à l'équilibre statique du membre inférieur en position allongée et avec une flexion du genou. Nous chercherons à évaluer les efforts développés par les muscles de la jambe permettant de conserver l'équilibre. La figure ci-dessous représente la modélisation choisie. La seule action mécanique extérieure prise en compte sera celle d'une masse **M** placée au point **D** du pied **2** (les masses des solides seront négligées).

La modélisation « torseur » retenue pour cette force sera la suivante :

$$\{\mathcal{T}_{masse \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} -M \cdot g \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$

Le tibia **1** s'articule avec le fémur **0** en **G** et avec le pied **2** en **C**. La ligne d'action des muscles fléchisseurs du genou est représentée par le câble **4** qui s'articule avec le fémur **0** en **A** et avec le tibia **1** en **B**; cette ligne d'action est parallèle à l'axe X_0 . La ligne d'action des extenseurs de la cheville est représentée par le câble **3** qui s'articule avec le tibia **1** en **J** et le pied **2** en **T**; cette ligne d'action est parallèle à la droite **(GC)**. Les différentes distances sont précisées sur la figure ci-dessus. Le tibia **1** fait un angle α avec l'horizontale X_0 ; nous noterons X_1 l'axe définissant le tibia **1**.

On se place dans le cas où α vaut **53,13°**. On a alors $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$ et $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$

Q1 : Faire le graphe de liaisons du système étudié. Bien définir les liaisons entre solides (centre de liaison, axe, normale, ...) ainsi que les efforts extérieurs.

Etude des muscles

Q2 : Isoler le muscle **3**. En déduire que les torseurs d'action mécanique de **1** sur **3** et de **2** sur **3** s'écrivent :

$$\{\mathcal{J}_{2 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} +F_3 \cdot \vec{X}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_T \quad \text{et} \quad \{\mathcal{J}_{1 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} -F_3 \cdot \vec{X}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$$

Q3 : Isoler le muscle **4**. En déduire que les torseurs d'action mécanique de **0** sur **4** et de **1** sur **4** s'écrivent :

$$\{\mathcal{J}_{0 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} -F_4 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A \quad \text{et} \quad \{\mathcal{J}_{1 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} +F_4 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

Equilibre du pied

Q4 : Isoler le pied **2**. Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à ce solide. Ecrire les éléments de réduction du torseur d'action mécanique de **1** sur **2** par rapport aux axes \mathbf{X}_1 et \mathbf{Y}_1 .

Q5 : Ecrire le Principe Fondamental de la Statique pour le pied **2**. En déduire que :

$$\mathbf{F}_3 = \frac{11}{7} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{g} \quad \text{et} \quad \{\mathcal{J}_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{M} \cdot \mathbf{g} \cdot \left(\frac{83}{35} \cdot \vec{X}_1 + \frac{3}{5} \cdot \vec{Y}_1 \right) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$$

Etude de la jambe complète

Q6 : Isoler l'ensemble de solides **{1, 2, 3, 4}**. Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à cet ensemble de solides.

Q7 : Préciser quelles sont les actions mécaniques connues et inconnues à ce stade de l'étude. Combien y a-t-il d'inconnues scalaires ? Peut-on maintenant résoudre complètement le problème ?

Q8 : Calculer l'effort dans le câble **4** permettant de maintenir l'équilibre de ce système.

Q9 : Calculer l'action mécanique transmise au niveau de l'articulation entre **0** et **1** en **G**.

Q10 : Commenter les résultats obtenus aux questions précédentes.