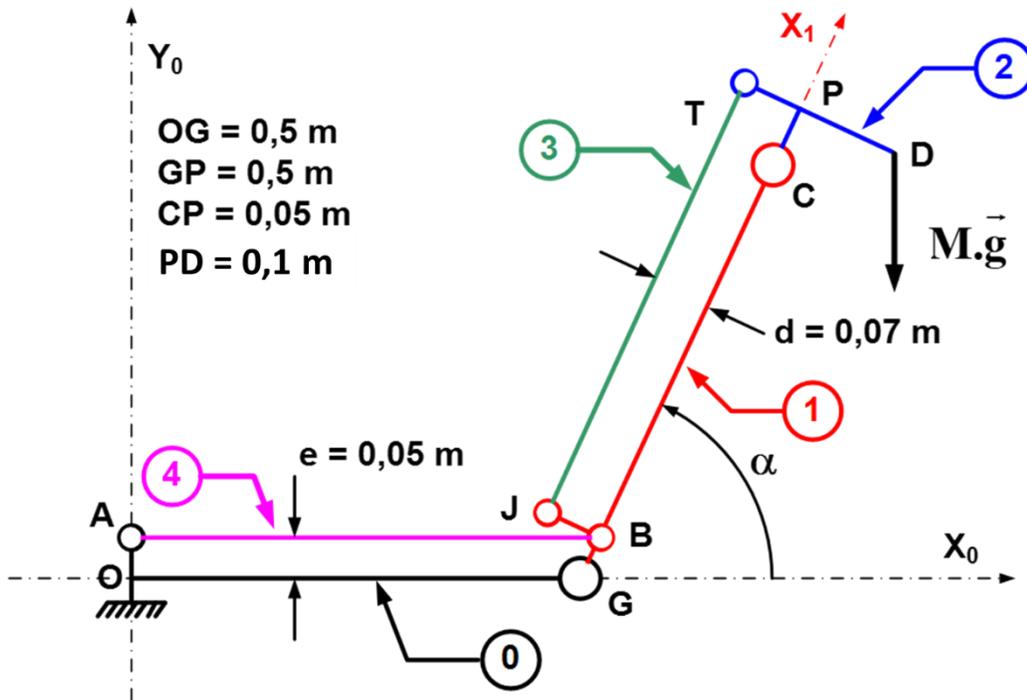


## TD 2

### Analyse statique du membre inférieur sous charge dans le plan sagittal Calcul des efforts musculaires



Dans ce problème, nous nous intéresserons à l'équilibre statique du membre inférieur en position allongée et avec une flexion du genou. Nous chercherons à évaluer les efforts développés par les muscles de la jambe permettant de conserver l'équilibre. La figure ci-dessous représente la modélisation choisie. La seule action mécanique extérieure prise en compte sera celle d'une masse  $M$  placée au point  $D$  du pied 2 (les masses des solides seront négligées).

La modélisation « torseur » retenue pour cette force sera la suivante :

$$\{\mathcal{T}_{masse \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} -M \cdot g \cdot \vec{Y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D$$

Le tibia 1 s'articule avec le fémur 0 en G et avec le pied 2 en C. La ligne d'action des muscles fléchisseurs du genou est représentée par le câble 4 qui s'articule avec le fémur 0 en A et avec le tibia 1 en B ; cette ligne d'action est parallèle à l'axe  $X_0$ . La ligne d'action des extenseurs de la cheville est représentée par le câble 3 qui s'articule avec le tibia 1 en J et le pied 2 en T ; cette ligne d'action est parallèle à la droite (GC). Les différentes distances sont précisées sur la figure ci-dessus. Le tibia 1 fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale  $X_0$  ; nous noterons  $X_1$  l'axe définissant le tibia 1.

On se place dans le cas où  $\alpha$  vaut **53,13°**. On a alors  $\sin(\alpha) = \frac{4}{5}$  et  $\cos(\alpha) = \frac{3}{5}$

**Q1 :** Faire le graphe de liaisons du système étudié. Bien définir les liaisons entre solides (centre de liaison, axe, normale, ...) ainsi que les efforts extérieurs.

### Etude des muscles

**Q2 :** Isoler le muscle **3**. En déduire que les torseurs d'action mécanique de **1** sur **3** et de **2** sur **3** s'écrivent :

$$\{\mathcal{J}_{2 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} +F_3 \cdot \vec{X}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_T \quad \text{et} \quad \{\mathcal{J}_{1 \rightarrow 3}\} = \begin{Bmatrix} -F_3 \cdot \vec{X}_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_J$$

**Q3 :** Isoler le muscle **4**. En déduire que les torseurs d'action mécanique de **0** sur **4** et de **1** sur **4** s'écrivent :

$$\{\mathcal{J}_{0 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} -F_4 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A \quad \text{et} \quad \{\mathcal{J}_{1 \rightarrow 4}\} = \begin{Bmatrix} +F_4 \cdot \vec{X}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

### Equilibre du pied

**Q4 :** Isoler le pied **2**. Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à ce solide. Ecrire les éléments de réduction du torseur d'action mécanique de **1** sur **2** par rapport aux axes  $\mathbf{X}_1$  et  $\mathbf{Y}_1$ .

**Q5 :** Ecrire le Principe Fondamental de la Statique pour le pied **2**. En déduire que :

$$\mathbf{F}_3 = \frac{11}{7} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{g} \quad \text{et} \quad \{\mathcal{J}_{1 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{M} \cdot \mathbf{g} \cdot \left( \frac{83}{35} \cdot \vec{X}_1 + \frac{3}{5} \cdot \vec{Y}_1 \right) \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$$

### Etude de la jambe complète

**Q6 :** Isoler l'ensemble de solides **{1, 2, 3, 4}**. Faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures (BAME) appliquées à cet ensemble de solides.

**Q7 :** Préciser quelles sont les actions mécaniques connues et inconnues à ce stade de l'étude. Combien y a-t-il d'inconnues scalaires ? Peut-on maintenant résoudre complètement le problème ?

**Q8 :** Calculer l'effort dans le câble **4** permettant de maintenir l'équilibre de ce système.

**Q9 :** Calculer l'action mécanique transmise au niveau de l'articulation entre **0** et **1** en **G**.

**Q10 :** Commenter les résultats obtenus aux questions précédentes.