

TD 8

AUDI A6 sur un tremplin de saut à ski

Présentation

Afin de démontrer l'efficacité de la transmission intégrale quattro (quatre roues motrices) équipant certains de ses modèles une firme automobile a tourné une publicité montrant une de ses voitures gravissant la piste d'envol d'un tremplin de saut à ski.



Le tremplin de Pitkävuori, situé à Kaipola en Finlande à 300 km au nord d'Helsinki a servi de lieu à deux tournages, le premier en 1986 mettait en scène une Audi 100 équipée d'un moteur développant 136 ch.



En 2005, pour fêter les 25 ans de la transmission quattro, c'est une Audi A6 mue par un moteur V8 développant 335 ch avec un couple de 420 Nm qui gravit la rampe.

Pour ces essais la voiture chaussée de pneus neige munis de crampons en acier de longueur 6 mm, est déposée sur le bas de la piste par une grue.

Un dispositif de freinage de sécurité, constitué d'un câble déroulé sur la piste et d'un mécanisme d'une masse 65 kg fixé sous l'avant de la voiture permet à la voiture de ne pas glisser vers le bas de la piste en cas de problème.

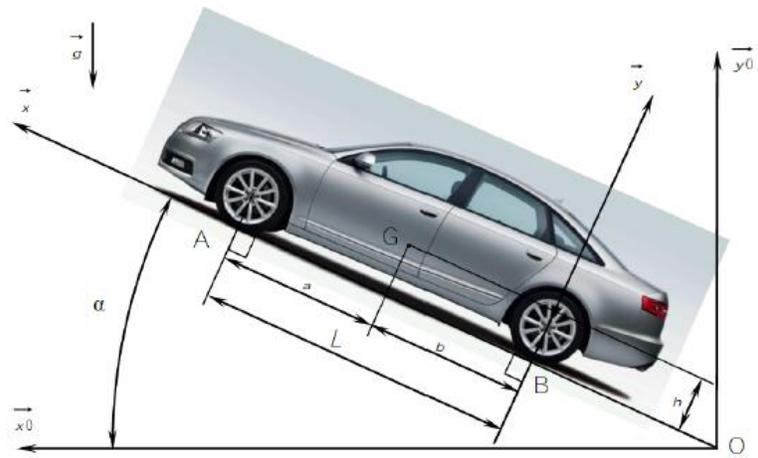
Le haut de la piste est rectiligne et présente une inclinaison de $37,5^\circ$. La cabine de départ du tremplin est située à 47 m au-dessus du sol. Le véhicule gravit la pente en première vitesse, la partie rectiligne étant parcourue à une vitesse constante de 60 km/h, le moteur tournant à 4200 tr/mn. La montée dure environ 9 secondes. La voiture redescend la piste en marche arrière, retenue par le câble de sécurité. On désire analyser mécaniquement les conditions de l'essai.

L'axe \vec{y}_0 est vertical ascendant $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$ avec $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ pour les applications numériques.

La direction de la rampe est définie par l'axe \vec{x} : $(\vec{x}, \vec{x}_0) = (\vec{y}, \vec{y}_0) = \alpha = 37,5^\circ$

On note M la masse totale du véhicule, L l'empattement ($L = AB$ distance entre les essieux) et f le coefficient de frottement entre la neige tassée et glacée de la piste et les roues.

Dans toute l'étude on fait l'hypothèse que le véhicule présente une symétrie géométrique et matérielle par rapport au plan (G, \vec{x}, \vec{y}) , G étant le centre de gravité de la voiture, \vec{x} et \vec{y} étant les axes définis sur la figure ci-contre.



Modélisation de l'action mécanique exercée par le sol sur une roue : en un point de contact P l'action

de contact se réduit à un glisseur $\left\{ \begin{matrix} \vec{F}_p \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_P$ situé

dans le plan (P, \vec{x}, \vec{y}) avec $\vec{F}_p = R_p \cdot \vec{x} + T_p \cdot \vec{y}$

Il est possible de montrer que sur la partie rectiligne de la piste, comme la voiture se déplace en translation à vitesse constante V (accélération nulle), les équations de la dynamique sont équivalentes aux équations de la statique d'un véhicule immobile (équilibre).

Translation à vitesse constantes

On note R_A et T_A les composantes de l'action mécanique sur chacune des roues avant et R_B et T_B les composantes de l'action mécanique sur chacune des roues arrière. On néglige dans un premier temps la résistance au roulement des pneus sur la piste.

Q1 : Expliquer cette hypothèse sur les composantes du torseur $\left\{ \begin{matrix} T_A \cdot \vec{x} + R_A \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$ et quelle loi est utilisée lors de cette modélisation. Représenter une roue et les actions mécaniques qui s'appliquent sur elle.

Q2 : Établir littéralement les trois équations scalaires de la dynamique pour la voiture (2 résultantes et 1 moment).

Q3 : Faire le bilan du système d'équations. Le système est-il isostatique ? Exprimer littéralement R_A et R_B .

Q4 : Déterminer littéralement la somme $T_A + T_B$.

Q5 : En admettant qu'aucune roue ne patine ni ne glisse sur la piste, déterminer la valeur minimale du coefficient de frottement roue cloutée - piste permettant à la voiture de gravir la rampe.

Q6 : En considérant une voiture à traction avant uniquement, exprimer la valeur minimale du coefficient de frottement permettant le franchissement de la rampe. Montrer au préalable que l'effort tangentiel est nul pour une roue non motrice non freinée. Calculer la valeur numérique du coefficient de frottement en admettant $b = \frac{L}{2}$ et $h = \frac{L}{5}$. Cette valeur vous paraît-elle atteignable ? Conclusion.

Q7 : On considère maintenant une voiture à propulsion seule. Exprimer la valeur minimale du coefficient de frottement permettant le franchissement de la rampe, puis faire l'application numérique pour $b = \frac{L}{2}$ et $h = \frac{L}{5}$. Conclusion.