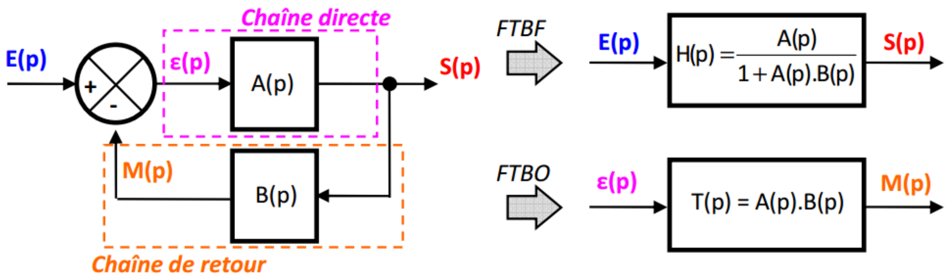
TD – Aileron de Boeing 787

POINT METHODE :

- Détermination du coefficient d'amortissement (**Q2**) :

$$G_{db}(\omega = \omega_0) = 20.\log\left(\frac{1}{2.z}\right)$$

- FTBO/FTBF (**Q5/Q9**) :



- Tracé de BODE (**Q6**) :

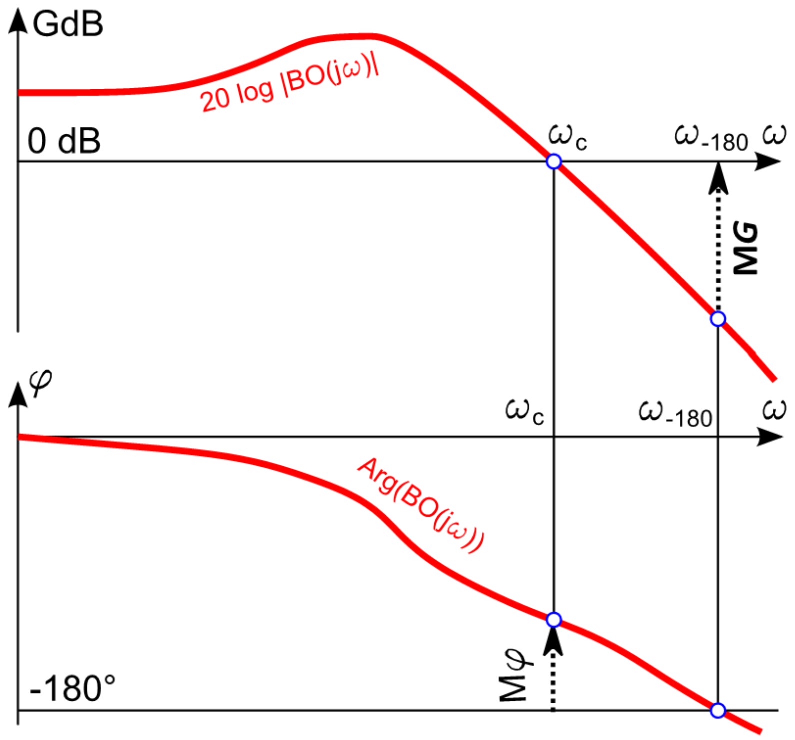
Méthodologie de tracé

Pour réaliser le tracé d'un diagramme de Bode, il faut procéder dans l'ordre selon les 5 étapes suivantes :

- Déterminer l'expression du gain en décibels et de la phase en degrés de la fonction de transfert considérée.
- Déterminer la direction des asymptotes quand ω tend vers 0 et quand ω tend vers + ∞ pour le gain et la phase.
- Déterminer le lieu de l'intersection des asymptotes pour le gain (ω = 1/τ).
- Réaliser le tracé des asymptotes sur le diagramme.
- Réaliser le tracé réel approximatif en s'aidant des asymptotes.

Pour un diagramme d'ordre 2 avec z > 1 on superpose deux diagrammes d'ordre 1.
On peut donc aussi se référer à cette méthode sauf si z < 1.

- Marge de Phase / Marge de Gain (**Q7**) :



- Détermination de l'erreur en BF en fonction de la classe de la BO et de l'entrée (**Q8**) :

X(p)	Classe 0	Classe 1	Classe 2	Classe 3
	ε	ε	ε	ε
$\frac{A}{p}$	$\frac{A}{K_{BO}+1}$	0	0	0
$\frac{A}{p^2}$	∞	$\frac{A}{K_{BO}}$	0	0
$\frac{A}{p^3}$	∞	∞	$\frac{A}{K_{BO}}$	0

- Décomposition en Eléments Simples (DES) (**Q10**) :

$$S(p) = \frac{K}{1+\frac{2z}{\omega_0}p+\frac{p^2}{\omega_0^2}}\cdot\frac{1}{p} \quad \text{avec } z < 1$$

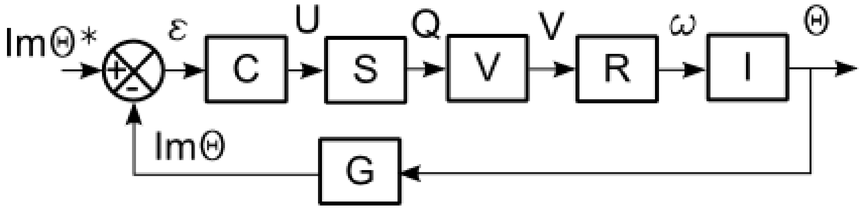
Deux pôles complexes conjugués : $p_{1,2} = \omega_0(-z \pm i\sqrt{1-z^2})$

$$\rightarrow S(p) = \frac{K\omega_0^2}{(p+z\omega_0)^2+(\omega_0\sqrt{1-z^2})^2}\cdot\frac{1}{p}$$

$$\boldsymbol{s(t) = Ke_0[1 - e^{-\omega_0 zt}\left(\cos\left(\omega_0\sqrt{1-z^2}t\right) + \frac{z}{\sqrt{1-z^2}}\sin\left(\omega_0\sqrt{1-z^2 t}\right)\right)]u(t)}$$

ELEMENTS DE CORRECTION :

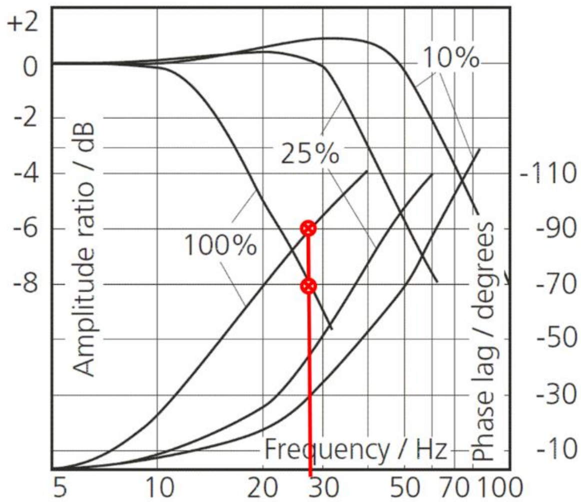
Q1 :



$$S(p) = \frac{K_S}{1 + \frac{2\xi_S}{\omega_{0S}} p + \frac{1}{\omega_{0S}^2} p^2} \qquad V(p) = \frac{K_V}{1 + \frac{2\xi_V}{\omega_{0V}} p + \frac{1}{\omega_{0V}^2} p^2} \qquad G(p) = \frac{1}{\pi/2} = \frac{2}{\pi}$$

$$I(p) = \frac{1}{p} \qquad R(p) = 0.4$$

Q2 :



$$\boxed{\begin{aligned} S(p) &= \frac{10^{-4}}{1 + 0.0147\,p + 0.000038\,p^2} \\ S(p) &= \frac{10^{-4}}{(1 + 0.0114\,p)(1 + 0.0033\,p)} \end{aligned}}$$

Q3 :

$$\boxed{V(p) = \frac{77}{1 + 6.6\times10^{-5}\,p + 4\times10^{-8}\,p^2}}$$

Q4 :

La pulsation propre du vérin est beaucoup plus élevée que celle de la servovalve. Sur la gamme de fréquence d'utilisation de cette dernière, le vérin se comporte effectivement comme un gain pur.

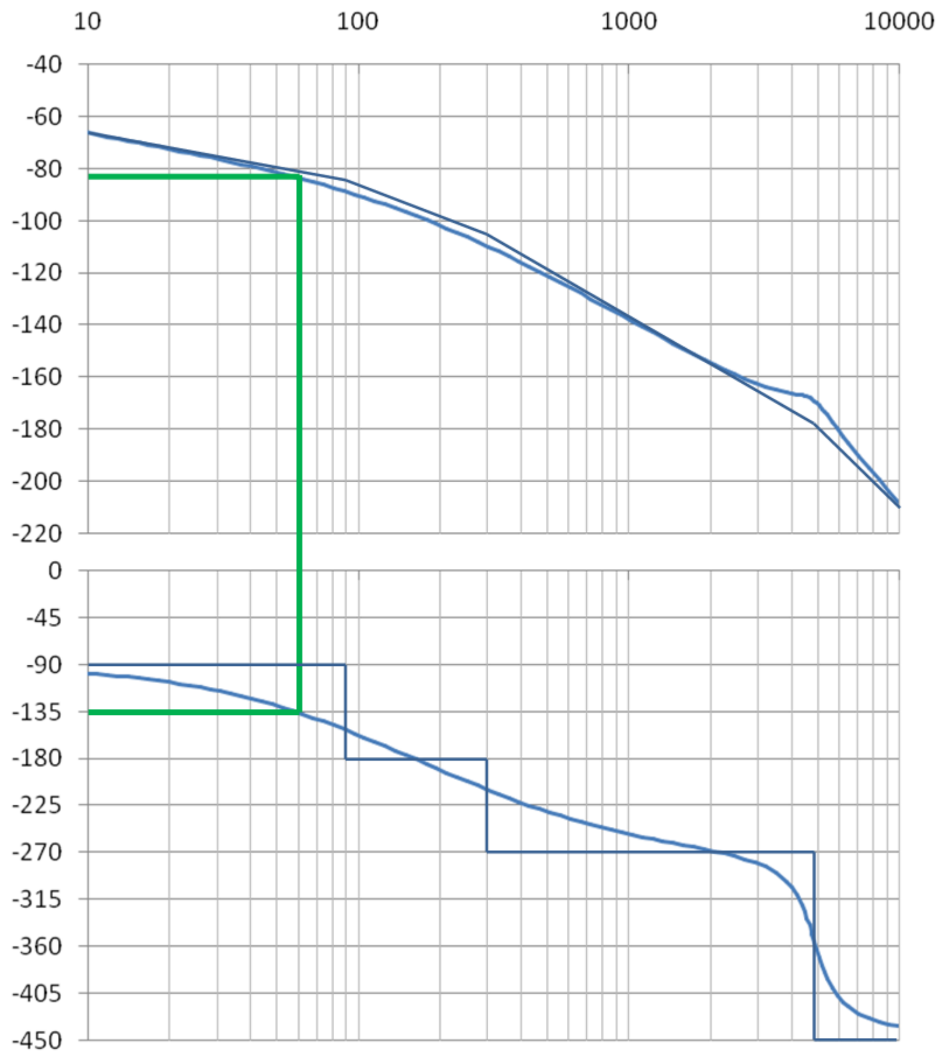
Q5 :

$$\boxed{\begin{aligned} BO(p) &= \frac{CK_S K_V RG}{p\left(1+\frac{2\xi_S}{\omega_{0S}}p+\frac{1}{\omega_{0S}^2}p^2\right)\left(1+\frac{2\xi_V}{\omega_{0V}}p+\frac{1}{\omega_{0V}^2}p^2\right)} \\ BO(p) &= \frac{0.002C}{p(1+0.0114p)(1+0.0033p)\left(1+6.6\times10^{-5}p+4\times10^{-8}p^2\right)} \end{aligned}}$$

Avec l'approximation :

$$\boxed{BO(p)=\frac{0.002C}{p(1+0.0114p)}}$$

Q6 :



Q7 :

$M\phi = 45° \rightarrow \ \omega_c = 59\frac{rad}{s}$ et $G_{dB}(\omega = \omega_c) = -83\ dB$

Il faut remonter le gain de $+83\ dB = 20.\log(C)$

$C \ = \ 14125$

Q8 :

Erreur statique nulle.

Erreur de trainage = 1/69,2 (1,4%).

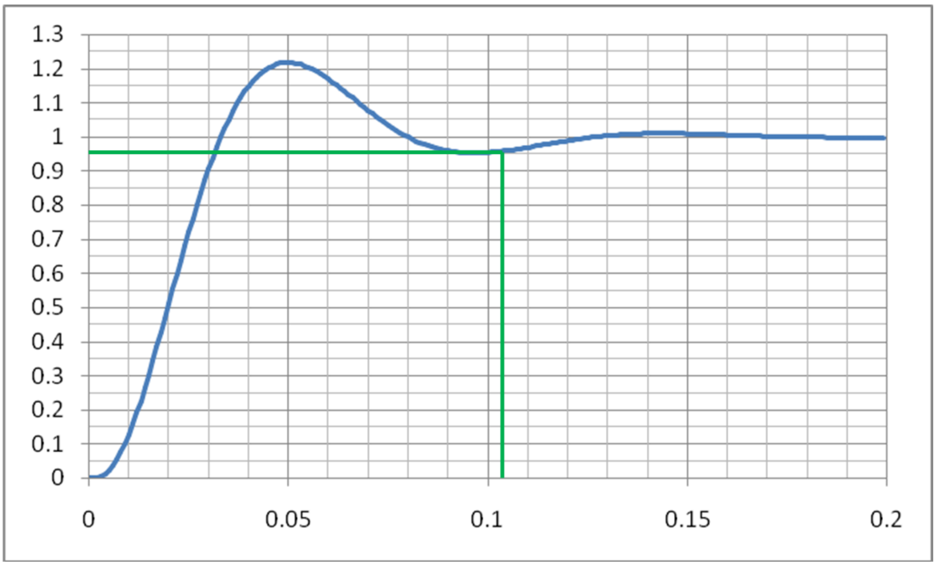
Q9 :

$$\boxed{BF(p) = \frac{1}{1 + 0.01445\,p + 0.00021\,p^2 + 5.6\times10^{-7}\,p^3 + 4.5\times10^{-11}\,p^4 + 2.3\times10^{-14}\,p^5}}$$

Système stable car les parties réelles des pôles sont négatives : les pôles de la BF sont :

-780 $\pm$ 4800j ; -330 ; -32 $\pm$ 68j.

Q10 :



Q11 :

La BO étant du 5[e] ordre, on ne peut déterminer proprement la valeur de C optimisant le temps de réponse à 5% sans dépassement sauf en faisant de la simulation.

On peut toutefois faire des tentatives astucieuses.

PREMIÈRE SOLUTION : on utilise une **BO approchée** (vérin assimilé à un gain pur et servovalve considérée comme un premier ordre).

$$BO(p) \approx \frac{0.0049\,C}{p(1+0.0114\,p)}$$

$$BF(p) \approx \frac{1}{1+\dfrac{1}{0.0049\,C}p+\dfrac{0.0114}{0.0049\,C}p^2}$$

La BO et la BF sont données ci-contre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{0.0049\,C}{0.0114}} \quad \text{et} \quad \frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{0.0049\,C}$$

On veut $\xi = 1 \rightarrow$ La résolution donne $\boxed{C = 4475}$

La pulsation propre vaut alors 44 rad/s.

Avec $t_{r5\%}\,\omega_0 = 5$ correspondant à $\xi = 1$ on obtient un temps de réponse tr5% = 0.11 (s)

$$BF(p) \approx \frac{1}{1+0.045\,p+0.00052\,p^2}$$

DEUXIÈME SOLUTION : on exploite les calculs précédents en recherchant une BO approchée donnant la BF obtenue pour la marge de phase à 45°. Cette BO est forcément de la forme

$$BO(p) \approx \frac{0.0049\,C}{p(1+0.017\,p)}$$

$$BF(p) \approx \frac{1}{1+\dfrac{1}{0.0049\,C}p+\dfrac{0.017}{0.0049\,C}p^2}$$

La BO et la BF sont données ci-contre

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{0.0049\,C}{0.017}} \quad \text{et} \quad \frac{2\xi}{\omega_0} = \frac{1}{0.0049\,C}$$

On veut $\xi = 1 \rightarrow$ La résolution donne $\boxed{C = 3001}$

La pulsation propre vaut alors 29 rad/s.

Avec $t_{r5\%}\,\omega_0 = 5$ correspondant à $\xi = 1$ on obtient un temps de réponse tr5% = 0.17 (s)

$$BF(p) \approx \frac{1}{1+0.019\,p+0.00115\,p^2}$$

Les réponses simulées avec la fonction de transfert non approchée pour les valeurs de gains calculés sont données ci-contre. Dans les deux cas, c'est très bon au niveau prévisionnel, mais la première solution offre un très léger dépassement …

On retiendra donc un gain de C = 3000