

EXERCICE 1 : GYROLOCK

Contexte

Les recours aux opérations chirurgicales pour traiter les pathologies cardiaques sont de plus en plus courants. La plupart de ces opérations est actuellement réalisée après avoir arrêté le cœur du patient et mis en place une circulation et une oxygénation extérieures du sang. Cette procédure et les suites opératoires sont lourdes.

Il est possible d'opérer sans arrêter le cœur, mais ce type d'opération à cœur battant est plus délicat pour le chirurgien à cause des mouvements de la zone à opérer dus à la respiration et aux battements du cœur. Les battements cardiaques, contrairement aux mouvements respiratoires, ne sont pas cycliques et engendrent un déplacement rapide de la zone à opérer. Une intervention robotisée type maître-esclave avec prise en compte des battements cardiaques pour le déplacement du robot esclave est compliquée et dangereuse.

Lors d'une opération à cœur battant, un maintien mécanique de la zone à opérer est indispensable. Ce maintien en position est réalisé par un stabilisateur composé de deux doigts en contact avec la zone à opérer. Le déplacement de la zone à opérer est ainsi diminué. Le stabilisateur est lié à la table d'opération par une attache reconfigurable. La stabilisation (figure 1) peut être active ou passive. Dans le cas d'une stabilisation active, un actionneur génère une action mécanique de compensation dans le but de diminuer le mouvement de la zone à opérer qui n'a pas été filtré par le stabilisateur passif. Ce mouvement constitue un déplacement résiduel.

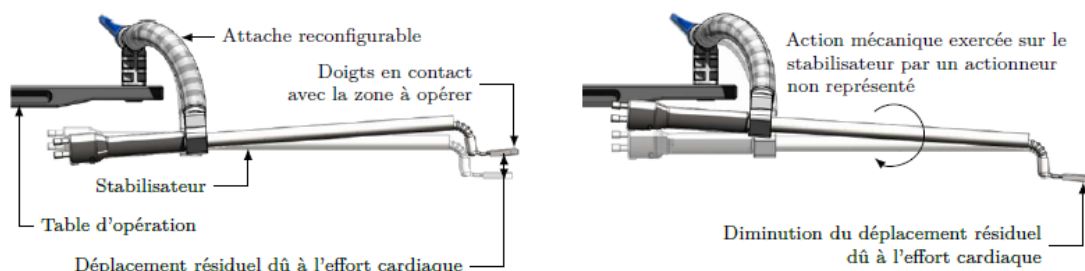


Figure 1 Stabilisations passive (à gauche) et active (à droite)

Une équipe de chercheurs de l'Université de Strasbourg a mis au point un dispositif utilisant l'effet gyroscopique (figure 2).

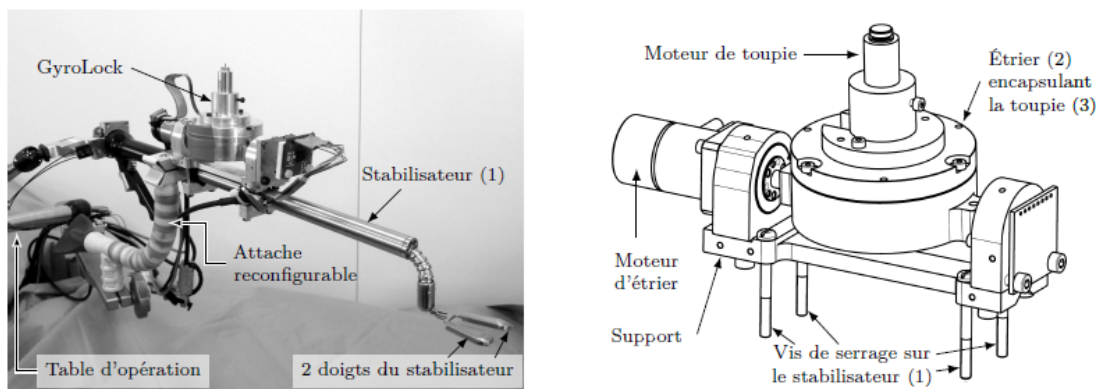


Figure 2 Photo du GyroLock installé sur un stabilisateur (à gauche) et son modèle volumique (à droite)

Ce système, nommé GyroLock, présente deux avantages par rapport aux autres stabilisateurs actifs existants :

- il peut être mis en place sur la plupart des stabilisateurs passifs afin de limiter l'investissement financier des structures hospitalières voulant s'équiper de stabilisateurs actifs ;
- il ne nécessite pas de liaison avec la table d'opération donc le stabilisateur peut être placé dans n'importe quelle position. En effet, contrairement aux autres stabilisateurs actifs existants, le GyroLock ne comporte pas d'actionneur dont le stator est lié à la table d'opération.

Le GyroLock est muni de deux actionneurs. Le moteur de toupie met en rotation la toupie (3) par rapport à l'étrier (2) autour d'un axe initialement vertical. Un second moteur électrique, appelé moteur d'étrier, entraîne

en rotation l'étrier (2) par rapport au support lié au stabilisateur (1) autour d'un axe colinéaire à la direction du stabilisateur (1). Cette seconde rotation génère un effet dynamique appelé effet gyroscopique. Cet effet peut être considéré comme une action mécanique permettant d'atténuer le déplacement résiduel de la zone à opérer en contact avec les doigts du stabilisateur (1).

Exigences fonctionnelles

Le diagramme des exigences partiel de la stabilisation cardiaque est donné figure 3.

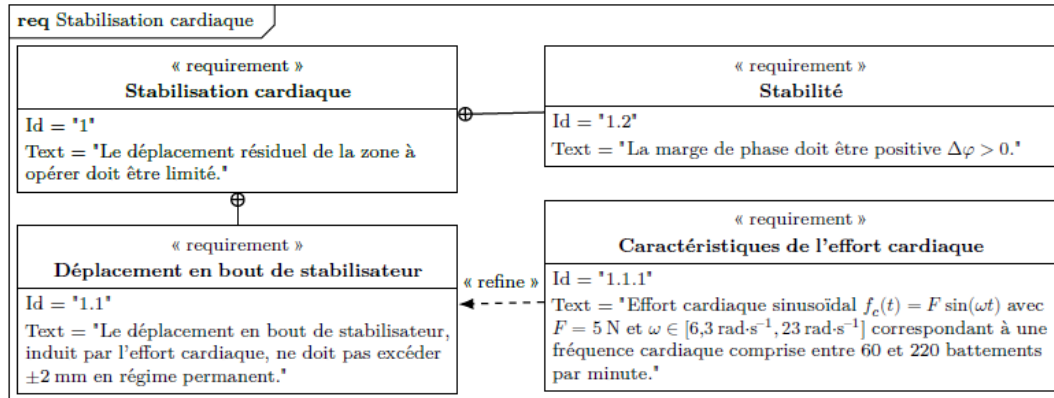


Figure 3 Diagramme des exigences partiel

L'objectif de ce sujet est de montrer que l'utilisation d'un actionneur à effet gyroscopique permet d'améliorer le maintien de la zone à opérer. Les étapes nécessaires à la validation de cet objectif sont les suivantes :

- dans un premier temps, l'analyse de résultats expérimentaux permettra de modéliser le mécanisme ;
- après avoir analysé l'effet gyroscopique et réglé le correcteur empêchant la dérive de l'étrier, une étude dynamique du stabilisateur permettra de déterminer un modèle de comportement du stabilisateur ;
- enfin, la partie III traitera du choix d'une loi de commande permettant de respecter les exigences figure 3.

I Résultats expérimentaux et modélisation du mécanisme

— Objectif —

Exploiter les résultats d'une campagne expérimentale afin de modéliser la liaison entre la table d'opération et le stabilisateur, puis exprimer le déplacement en bout de stabilisateur.

I.A – Mesure du déplacement en bout de stabilisateur

Un stabilisateur passif (sans système de stabilisation active) a été testé sur un sujet porcin de 40 kg sous assistance respiratoire et anesthésie générale. Les volume et fréquence respiratoires sont respectivement de 300 mL et 15,6 respirations par minute. Une mesure du déplacement et de l'effort cardiaque au bout du stabilisateur passif a été effectuée.

Le système cardiovasculaire porcin étant similaire à celui d'un être humain, il est possible, grâce à une méthode non détaillée dans cette étude, d'estimer les valeurs équivalentes pour un homme de 90 kg. La figure 4 donne l'évolution temporelle, pour un patient humain, du déplacement du point P situé au bout du stabilisateur (figure 5).

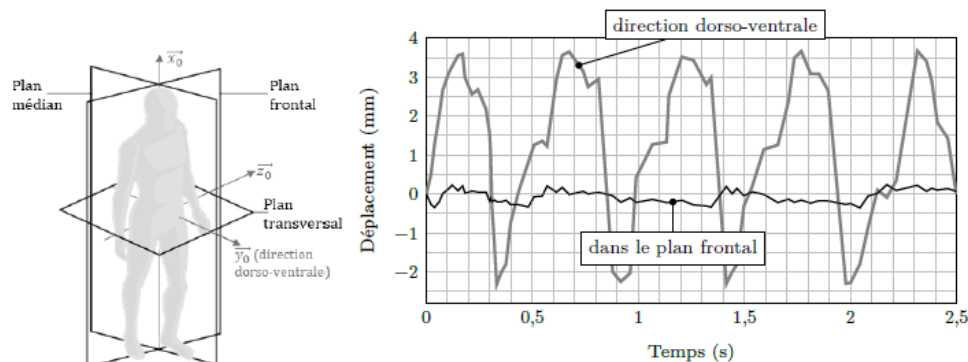


Figure 4 Plans anatomiques, déplacements résiduels dans le plan frontal et dans la direction dorso-ventrale

Q 1. Déterminer, à partir de la figure 4, les valeurs minimales et maximales de déplacement du point P dans la direction dorso-ventrale, notées u_d^{\max} et u_d^{\min} , et dans le plan frontal, notées u_f^{\max} et u_f^{\min} . Déterminer laquelle des deux stabilisations (passive ou active) est nécessaire pour respecter le diagramme des exigences figure 3.

La liaison entre le stabilisateur (1) et la table d'opération (0) sera modélisée de trois façons différentes selon la finalité :

- par une liaison sphérique (partie I.B) afin de déterminer quelles rotations doivent être prises en compte pour représenter le mouvement du stabilisateur par rapport à la table d'opération ;
- par un encastrement (partie II.A) afin d'étudier l'effet gyroscopique sans prendre en compte le mouvement du stabilisateur ;
- par une liaison non parfaite (partie II.C) modélisant la flexibilité de l'attache reconfigurable.

I.B – Formulation du modèle de la liaison entre la table d'opération et le stabilisateur

La modélisation retenue pour estimer le déplacement du point P situé au bout du stabilisateur (1) est donnée figure 5. La direction \vec{y}_0 correspond à la direction dorso-ventrale, le plan $(O_0, \vec{z}_0, \vec{x}_0)$ est le plan frontal et l'axe « pied-tête » du patient est représenté par le vecteur \vec{x}_0 . Le point O_0 est un point de référence choisi, considéré comme fixe par rapport à la table d'opération (0).

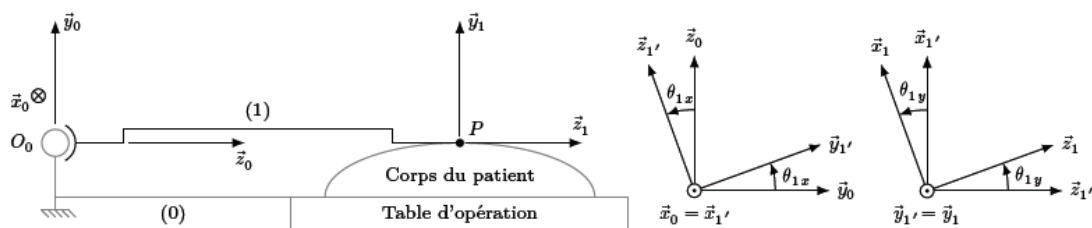


Figure 5 Modélisation du stabilisateur (1) en position de référence ($\theta_{1x} = \theta_{1y} = 0$) et figures de changement de base

Le déplacement du point P situé au bout du stabilisateur (1) correspond à une trop grande flexibilité de l'attache reconfigurable (figures 1 et 2) utilisée pour lier le stabilisateur à la table d'opération (0). La liaison entre les solides (0) et (1) est modélisée par une liaison sphérique de centre O_0 .

Deux rotations successives permettent de positionner la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ liée au stabilisateur par rapport à la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ liée à la table d'opération :

- une rotation autour de \vec{x}_0 d'angle θ_{1x} permet de définir une base intermédiaire $\mathcal{B}'_1(\vec{x}_0, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$;
- une rotation autour de \vec{y}'_1 d'angle θ_{1y} permet d'orienter la base \mathcal{B}_1 par rapport à la base \mathcal{B}'_1 .

Les figures de changement de base sont données figure 5. La position du point P par rapport à la table d'opération (0) est donnée par $\vec{O}_0\vec{P} = L\vec{z}_1$ avec $L = 0,3$ m. Le point P_0 tel que $\vec{O}_0\vec{P}_0 = L\vec{z}_0$ correspond à la position de référence du point P pour laquelle $\theta_{1x} = \theta_{1y} = 0$.

Q 2. Exprimer le vecteur $\vec{P}_0\vec{P}$ dans la base \mathcal{B}_0 . En déduire l'expression de $u_d = \vec{P}_0\vec{P} \cdot \vec{y}_0$ correspondant au déplacement en bout de stabilisateur dans la direction dorso-ventrale et $u_f = \|\vec{P}_0\vec{P} - u_d\vec{y}_0\|$ traduisant le déplacement en bout de stabilisateur dans le plan frontal.

Q 3. Déterminer les expressions linéarisées à l'ordre 1 de u_d et u_f (θ_{1x} et θ_{1y} sont proches de 0). En utilisant le résultat de la question 1, donner la valeur numérique (en radian) des déviations angulaires $\Delta\theta_{1x} = \max(\theta_{1x}) - \min(\theta_{1x})$ et $\Delta\theta_{1y}$ du stabilisateur. En déduire qu'une rotation peut être négligée (en précisant laquelle). En supposant que la rotation d'axe (O_0, \vec{z}_0) est également négligeable, proposer une « nouvelle » liaison (en précisant ses caractéristiques géométriques) modélisant le mouvement du stabilisateur (1) par rapport à la table d'opération (0).

Q 4. Préciser alors la direction du moment de compensation que devra générer le système GyroLock afin de réduire le déplacement du point P .

II Effet gyroscopique et modélisation du stabilisateur

— Objectif —

Étudier les actions mécaniques créées par le système GyroLock, définir et régler la chaîne d'asservissement de l'étrier puis modéliser le comportement du stabilisateur grâce à une étude dynamique.

II.A – Étude de l'effet gyroscopique généré par le système GyroLock

Pour déterminer les actions mécaniques créées par le système GyroLock sur le stabilisateur (1), un modèle simplifié du mécanisme, donné figure 6, est utilisé.

Ce modèle simplifié, dans lequel la liaison entre le stabilisateur (1) et la table d'opération (0) est modélisée par un encastrement, permet :

- d'étudier l'effet gyroscopique $c_x(t)$ créé par le système GyroLock permettant de compenser l'effet de l'effort cardiaque, sans prendre en compte le mouvement du stabilisateur (1) ;
- de déterminer les conditions d'utilisation du système GyroLock afin de minimiser les autres actions mécaniques créées et considérées comme indésirables.

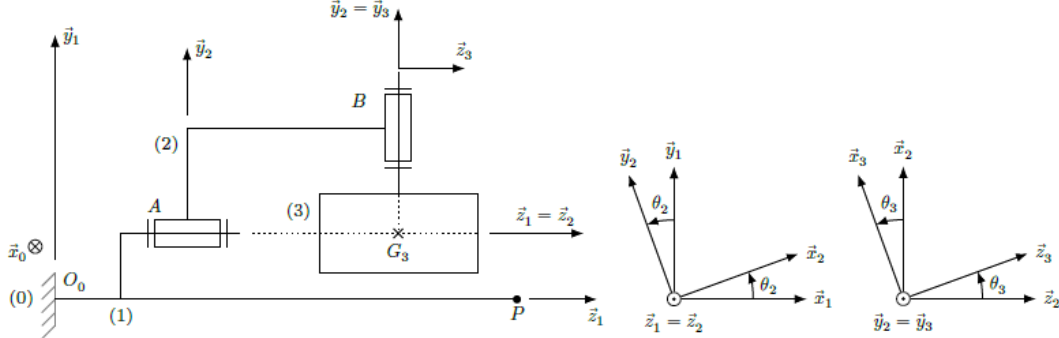


Figure 6 Schéma cinématique simplifié du mécanisme (représenté pour $\theta_2 = \theta_3 = 0$) et figures de changement de base

Le système GyroLock, dont la modélisation est donnée figure 6, est composé de trois solides :

- le support, relié au stabilisateur (1) de repère associé $\mathcal{R}_1(O_0, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$, en liaison encastrement au point O_0 avec la table d'opération (0) ;
- l'étrier (2) de repère associé $\mathcal{R}_2(A, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_1 = \bar{z}_2)$ tel que $\theta_2 = (\bar{x}_1, \bar{x}_2) = (\bar{y}_1, \bar{y}_2)$;
- la toupie (3) de repère associé $\mathcal{R}_3(B, \bar{x}_3, \bar{y}_2 = \bar{y}_3, \bar{z}_3)$ tel que $\theta_3 = (\bar{x}_2, \bar{x}_3) = (\bar{z}_2, \bar{z}_3)$.

Les figures de changement de base sont données figure 6. Toutes les liaisons sont supposées parfaites et les caractéristiques inertielles des solides sont les suivantes

- étrier (2) : masse et inertie négligeables ;
- toupie (3) : masse m_3 , centre d'inertie G_3 tel que $\overline{O_0 G_3} = L_{G_3} \bar{z}_1 + H_{G_3} \bar{y}_1$. L'axe $(G_3, \bar{y}_3 = \bar{y}_2)$ étant un axe de symétrie de révolution de la toupie (3), sa matrice d'inertie au point G_3 s'exprime dans la base \mathcal{B}_2 sous

$$\text{la forme } \mathcal{J}(G_3, 3) = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_2}$$

Pour la modélisation des actions mécaniques extérieures, les hypothèses suivantes sont adoptées :

- les actions mécaniques dues à la pesanteur sont négligées devant les effets dynamiques ;
- l'action mécanique transmise par la liaison encastrement entre les solides (0) et (1) est modélisée au point

$$G_3 \text{ par } \{\mathcal{J}_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} X_{01} \bar{x}_1 + Y_{01} \bar{y}_1 + Z_{01} \bar{z}_1 \\ L_{01} \bar{x}_1 + M_{01} \bar{y}_1 + N_{01} \bar{z}_1 \end{Bmatrix}_{G_3}.$$

Le référentiel $\mathcal{R}_0(O_0, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ lié à la table d'opération (0) est galiléen.

Q 5. Exprimer, dans la base \mathcal{B}_2 , le moment cinétique au point G_3 du solide (3) en mouvement dans le référentiel \mathcal{R}_0 , noté $\vec{\sigma}(G_3, 3/0)$.

Q 6. En déduire, dans la base \mathcal{B}_2 , le moment dynamique au point G_3 du solide (3) en mouvement dans le référentiel \mathcal{R}_0 , noté $\vec{\delta}(G_3, 3/0)$.

Q 7. Après avoir clairement précisé le système isolé et le théorème utilisé, exprimer L_{01} , M_{01} et N_{01} en fonction de θ_2 , θ_3 (et leurs dérivées temporelles), A_3 et B_3 .

Lorsque la toupie (3) tourne avec une vitesse constante ω_3 par rapport à l'étrier (2), l'expression des moments L_{01} , M_{01} et N_{01} est la suivante :

$$\begin{cases} L_{01}(t) = -c_x(t) \cos \theta_2(t) \\ M_{01}(t) = -c_x(t) \sin \theta_2(t) \\ N_{01}(t) = A_3 \dot{\theta}_2(t) \end{cases}$$

où $c_x(t) = B_3 \omega_3 \dot{\theta}_2(t) = K_3 \dot{\theta}_2(t)$ correspond à l'effet gyroscopique.

L'action du cœur sur le stabilisateur est modélisée par un glisseur de résultante $\vec{R}_{c \rightarrow 1} = f_c \bar{y}_1$ au point P tel que $\overline{O_0 P} = L \bar{z}_1$.

Les moments L_{01} , M_{01} et N_{01} doivent rester faibles afin de limiter les déformations de l'attache reconfigurable liant le stabilisateur (1) à la table d'opération (0).

Q 8. En supposant que la toupie (3) tourne à vitesse constante par rapport à l'étrier (2), exprimer $\dot{\theta}_2$ en fonction de K_3 , θ_2 , f_c et $L - L_{G_3}$ permettant de garantir $L_{01} = 0$ et de compenser l'effet de l'effort cardiaque f_c .

Q 9. Donner une condition sur l'angle θ_2 et sur l'accélération angulaire $\ddot{\theta}_2$ afin que les moments M_{01} et N_{01} soient faibles.

L'étrier (2) doit être piloté en vitesse de rotation pour que l'effet gyroscopique $c_x(t) = K_3 \dot{\theta}_2(t)$ compense l'effet de l'effort cardiaque. La campagne expérimentale présentée en partie I a permis de déterminer que la fréquence fondamentale de l'effort cardiaque $f_c(t)$ est de 1,5 Hz.

La réponse de l'étrier (2) sera considérée comme suffisamment réactive si le temps de réponse à 5% de la vitesse $\dot{\theta}_2(t) = \omega_2(t)$ pour une consigne $\dot{\theta}_{c2}(t) = \omega_{c2}(t)$ en échelon est d'un ordre inférieur à la demi-période du signal perturbateur $f_c(t)$.

La réponse expérimentale à un échelon de vitesse $\omega_{c2}(t)$ d'amplitude $2000 \text{ deg}\cdot\text{s}^{-1}$ est représentée figure 7.

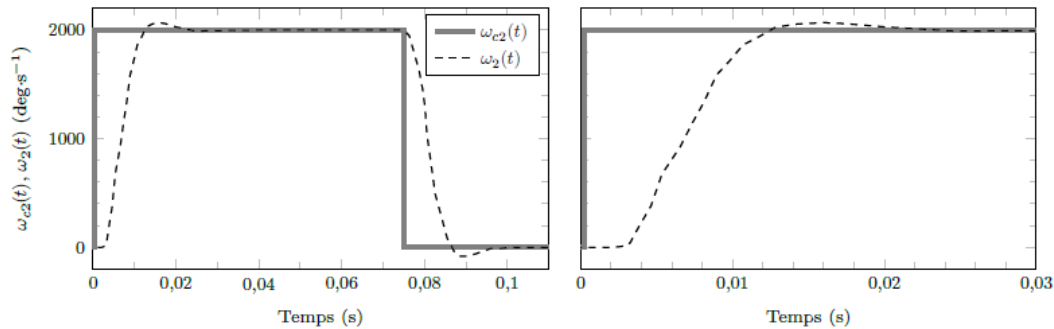


Figure 7 Réponse expérimentale de l'étrier et consigne associée (à droite, zoom sur le régime transitoire)

Les Questions 10/11/12/13 ne seront pas traitées dans ce DM

II.C – Comportement dynamique du stabilisateur

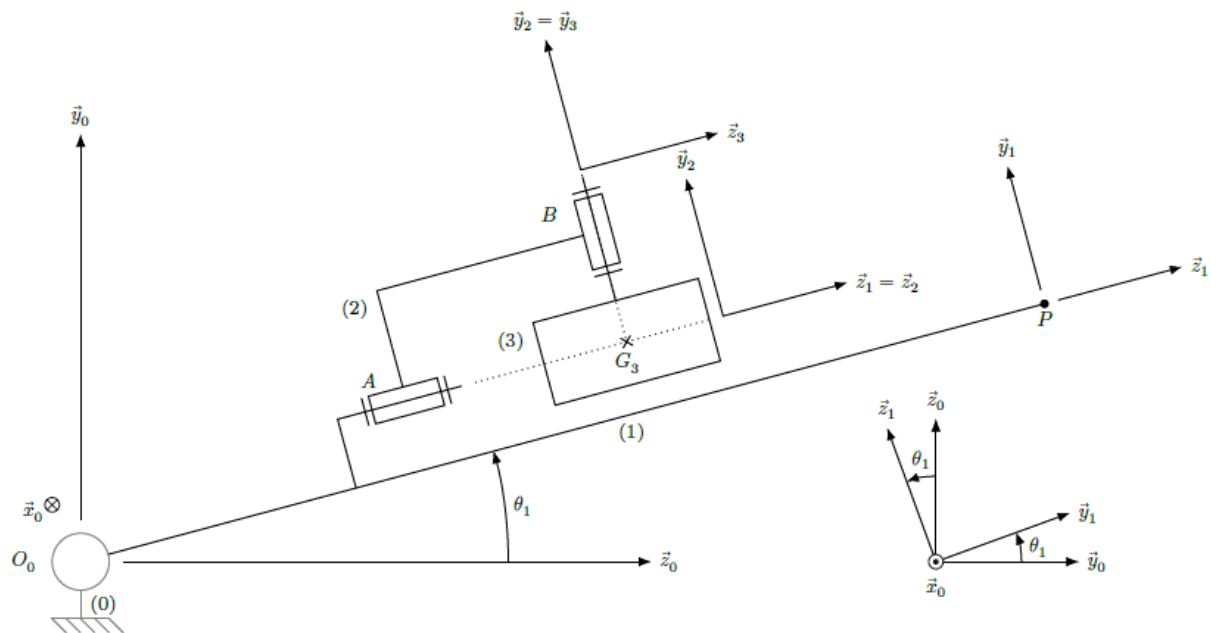


Figure 9 Modèle cinématique du système GyroLock (représenté pour $\theta_2 = \theta_3 = 0$)

Dans la modélisation retenue (figure 9), une liaison pivot non parfaite permet de représenter la flexibilité de l'attache reconfigurable. La table d'opération (0) est supposée fixe et le référentiel $\mathcal{R}_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié à la table (0) est galiléen. Au stabilisateur (1) est associé le repère $\mathcal{R}_1(O_0, \vec{x}_0 = \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ avec $\theta_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$. Le point P tel que $O_0P = L$ représente le bout du stabilisateur (1) en contact avec la zone à opérer.

Paramétrage, notations et hypothèses

- La liaison pivot d'axe (O_0, \vec{x}_0) entre les solides (0) et (1) possède une raideur k et un coefficient de frottement visqueux f , d'où $\vec{M}(O_0, 0 \rightarrow 1) \cdot \vec{x}_0 = -(k\theta_1 + f\dot{\theta}_1)$;
- les autres liaisons sont supposées parfaites ;
- l'action du cœur sur le stabilisateur (1) est modélisée par $\{\mathcal{T}_{c \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{matrix} f_c \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_P$;
- seul le déplacement vertical du point P est pris en compte. On note $y(t) = -\overline{O_0 P} \cdot \vec{y}_0$;
- le stabilisateur (1) est de masse m_1 et possède un centre d'inertie G_1 tel que $\overline{O_0 G_1} = L_{G_1} \vec{z}_1$ et l'opérateur d'inertie est $\mathcal{J}(G_1, 1) = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_1}$;
- la masse et l'inertie de l'étrier (2) sont négligeables ;
- la toupie (3) est de masse m_3 et possède un centre d'inertie G_3 tel que $\overline{O_0 G_3} = L_{G_3} \vec{z}_1 + H_{G_3} \vec{y}_1$;
- les figures de changement de base sont données figures 6 et 9 ;
- les actions mécaniques dues à la pesanteur sont négligées devant les effets dynamiques.

Q 14. Sans détailler les calculs, donner la méthode permettant de déterminer la loi de mouvement du stabilisateur (équation différentielle en $\theta_1(t)$). L'ensemble isolé, l'inventaire des actions mécaniques extérieures, le théorème utilisé et sa projection scalaire sont à préciser clairement.

Q 15. Exprimer $\vec{\delta}(O_0, 1/0) \cdot \vec{x}_0$, la projection sur \vec{x}_0 du moment dynamique au point O_0 du solide (1) en mouvement dans le référentiel \mathcal{R}_0 .

Q 16. Exprimer littéralement la vitesse $\vec{V}(G_3, 3/0)$ dans la base \mathcal{B}_1 , puis l'accélération $\vec{\Gamma}(G_3, 3/0)$ dans la base \mathcal{B}_1 .

Q 17. En conservant les conditions de fonctionnement issues de la partie II.A ($\ddot{\theta}_2 \approx 0$, $\theta_2 \approx 0$ et $\dot{\theta}_3 = \omega_3$ constante), il est possible de montrer que $\vec{\delta}(G_3, 3/0) \cdot \vec{x}_0 = A_3 \ddot{\theta}_1 - c_x(t)$ avec $c_x(t) = B_3 \omega_3 \dot{\theta}_2$ (résultat admis sans démonstration). En déduire $\vec{\delta}(O_0, 3/0) \cdot \vec{x}_0$, en fonction de A_3 , $c_x(t)$, m_3 , L_{G_3} , H_{G_3} et $\ddot{\theta}_1(t)$.

Q 18. Exprimer J_x en fonction de A_1 , A_3 , m_1 , m_3 , L_{G_1} , L_{G_3} et H_{G_3} permettant d'écrire la loi de mouvement du stabilisateur (1) sous la forme suivante :

$$J_x \ddot{\theta}_1(t) + f \dot{\theta}_1(t) + k \theta_1(t) = c_x(t) - L f_c(t)$$

EXERCICE 2 : Étude du chariot JacXson U70

Contexte de l'étude

L'entretien des avions représente un budget conséquent pour les compagnies aériennes (de l'ordre de 10 % des dépenses d'exploitation). Chaque type d'avion possède son propre programme de maintenance. Des opérations de " petits entretiens " sont prévues à partir de quelques centaines d'heures de vol et annuellement ; celles-ci intègrent des inspections détaillées des éléments de mécanique, de tuyauterie ou de câblage, ainsi que des essais fonctionnels avec mesures de performance.

Tous les 6 à 7 ans en moyenne, l'avion subit un entretien approfondi sur plusieurs semaines, durant lequel certaines parties sont refaites à neuf, de nombreux sous-assemblages sont démontés et des matériels sont systématiquement changés.

Parmi ces opérations, la révision d'un moteur s'avère l'une des plus contraignantes. En effet, ce dernier doit être désassemblé de l'avion, habituellement par l'intermédiaire de treuils à chaîne, suspendus à un échafaudage et actionnés manuellement par plusieurs opérateurs. Ces manutentions s'avèrent longues et très délicates vis-à-vis de la sécurité des techniciens et occasionnent des risques de dommages sur les composants.

Présentation du produit

Le groupe EXCENT, basé à Toulouse, conçoit et intègre des solutions industrielles innovantes pour des secteurs très variés tels que le transport, l'énergie, la défense, le spatial...

Le " JacXson U70 " (<https://www.jacxson.com/index.php/jacxson-u70/>), développé par ce groupe (figure 1), se destine aux activités de pose / dépose des moteurs sur des avions moyens courriers (Airbus A220, A320, Boeing B737, Embraer 170-175, 190-195).

Ce produit se substitue aux traditionnels outillages très fastidieux à mettre en œuvre, en proposant une assistance mécanique entièrement pilotée et en répondant à tous les impératifs liés à la manipulation des moteurs lors des différentes séquences de pose et dépose.

Il présente également la particularité de s'adapter aisément aux modèles de moteurs usuels pour ce type d'avion.

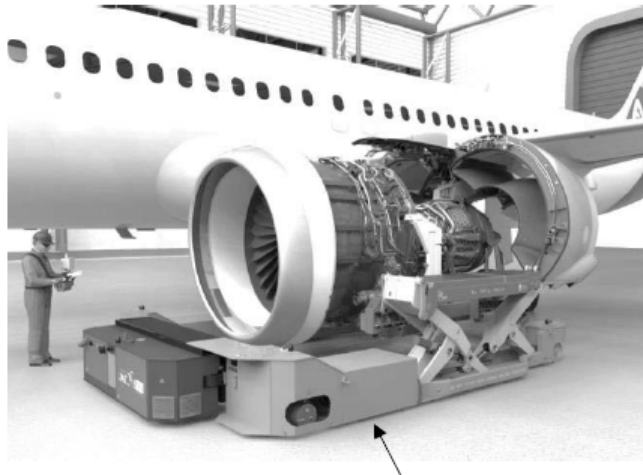


Figure 1 - Chariot JacXson en action

Selon ses concepteurs, les avantages du chariot " JacXson U70 " sont :

- un gain de temps significatif sur les opérations et par conséquent un gain de coût ;
- une amélioration considérable de la sécurité des opérateurs et de l'ergonomie de travail ;
- un risque très réduit de dommage sur les moteurs et sur leur environnement proche ;
- une quantité d'outillages à gérer fortement diminuée.

Le chariot " JacXson U70 " se présente globalement sous la forme d'un chariot élévateur. Un châssis de manutention appelé " stand " est préalablement fixé au moteur d'avion afin de manipuler ce dernier sans risque d'avarie (le stand est une structure mécanique fournie par le constructeur du moteur). L'ensemble moteur + stand est supporté par deux poutres par l'intermédiaire de fourches solidaires de ces dernières (**figure 2**). Un sous-système motorisé adapte automatiquement l'écartement des deux poutres à la largeur du stand.

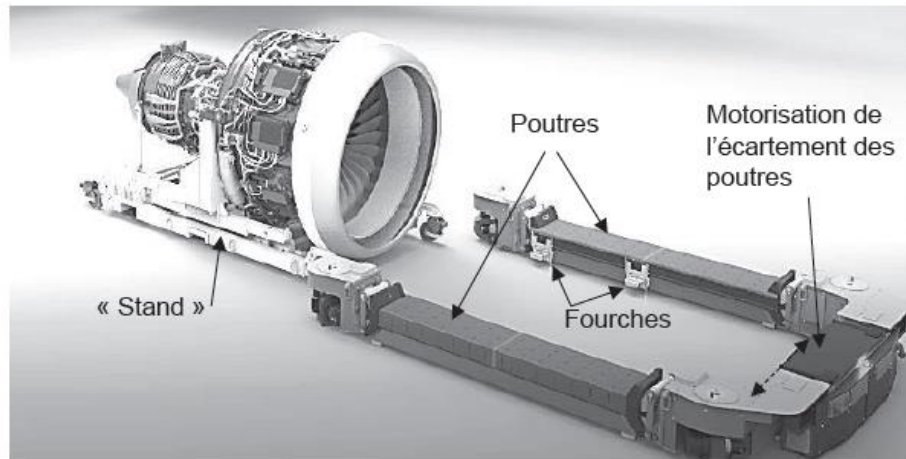


Figure 2 - Principe de préhension d'un moteur d'avion

Chaque poutre est liée au châssis du chariot par deux sous-systèmes " bras élévateur " (**figure 3**), chacun constitué d'un bras principal, d'un bras secondaire et d'un vérin électrique (intégrant un moteur, un réducteur, un frein à manque de courant). La commande différenciée de chacun des quatre bras élévateurs permet de soulever et d'orienter le stand selon des angles de tangage et de roulis.

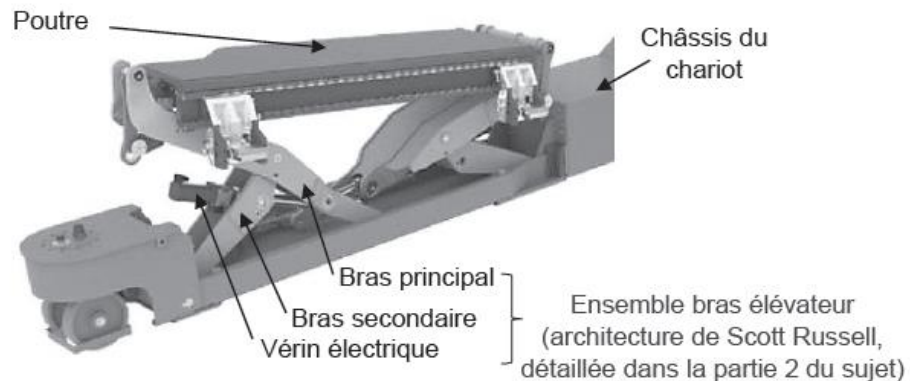


Figure 3 - Ensemble bras élévateur

Deux roues arrières motrices et directrices et deux paires de roues avant uniquement directrices assurent des mobilités omnidirectionnelles au porteur (**figure 4**). Le JacXson U70 a aussi l'avantage de pouvoir être entièrement piloté à distance par une seule personne grâce à une interface tactile mobile.



Figure 4 - Déplacements possibles du JacXson

Partie 1 - Autonomie du JacXson U70

Objectif : évaluer les besoins en énergie lors d'un déplacement type du JacXson U70 (mode roulage) et lors d'une séquence de pose et dépose d'un moteur (mode pose/dépose).

Le diagramme partiel de blocs internes du système est donné en **annexe 1**.

Q1. Compléter sur le **DR**, le tableau relatif aux types d'échanges MEI (Matière, Energie ou Information) entre les divers blocs. Préciser, pour les énergies, la nature des grandeurs de flux (intensité du courant I , vitesse de translation V , vitesse de rotation ω) ainsi que la nature des grandeurs d'effort (tension U , force F , couple C).

Afin de valider l'autonomie du système, on cherche à évaluer sa consommation énergétique suivant deux modes d'utilisation caractéristiques : le mode roulage et le mode pose/dépose d'un moteur.

Mode pose/dépose : dans cette configuration, le JacXson U70 est immobile par rapport au sol, seul le système de levage est consommateur d'énergie électrique.

La **figure 5** illustre les différentes étapes ainsi que les mouvements des bras lors de la pose d'un moteur.

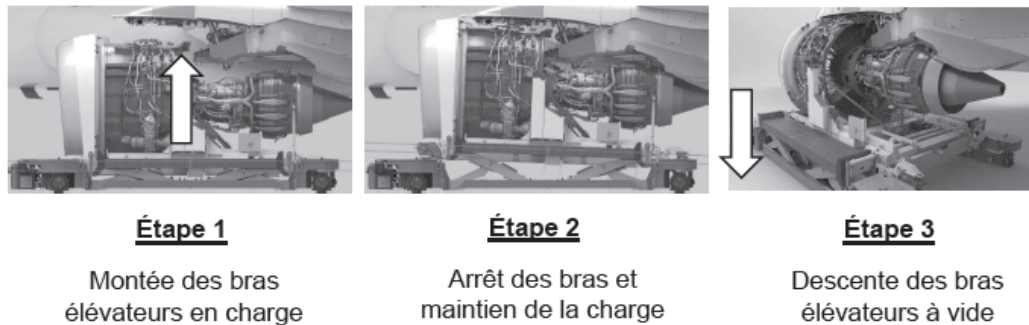
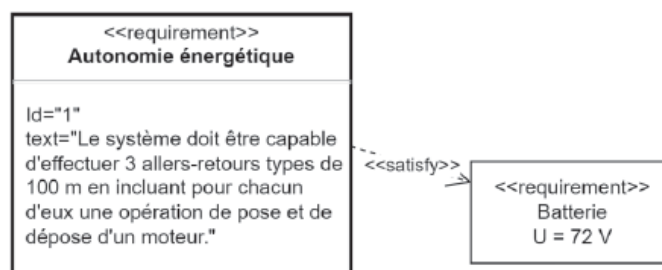


Figure 5 - Étapes pour la pose d'un moteur

Nota : le maintien en position levée est assuré de façon pratique par un frein dont la consommation en énergie est négligeable.

Le choix de la batterie doit satisfaire l'exigence suivante :



Afin d'évaluer l'énergie consommée par une opération de pose et dépose, on procède à un essai qui consiste à monter puis descendre une charge nominale de 5 tonnes qui correspond à la masse d'un moteur d'avion et du stand.

Les évolutions du courant fourni par la batterie (en A) et de la puissance développée par cette dernière (en W) lors de l'essai sont présentées dans le **DR** relatif à la **Q2**.

- Q2.** Sur le **DR**, entourer les zones des courbes correspondant aux phases de montée et de descente de la charge lors de cet essai.

Le relevé temporel du courant fourni par la batterie est enregistré dans un fichier de données au format " CSV " dont un extrait est présenté ci-contre (**figure 6**).

Ces résultats ont été exploités par un programme Python dont le script partiel est donné en **annexe 4**.

Celui-ci définit trois tableaux notés I_{bat} , P_{bat} et t , qui contiennent respectivement les valeurs numériques du courant fourni par la batterie (en A), de la puissance disponible en sortie de la batterie (en W) ainsi que des instants échantillonnés (en s).

1	Time (s)	Current actual value [A]
2	0.041	0
3	0.1	208
4	0.159	0
5	0.218	0
6	0.277	0

Figure 6 - Extrait du fichier de données

- Q3.** Sur le **DR**, compléter le script python, à partir de la ligne 35, afin de construire les valeurs de la puissance électrique fournie par la batterie stockées dans le tableau P_{bat} avec les éléments calculés à partir des données mesurées et des caractéristiques de la batterie en supposant la tension batteries U_{bat} constante. Compléter la définition de la fonction $energie(p,t)$ qui prend en argument deux tableaux p et t contenant les valeurs respectivement de la puissance et des instants d'échantillonnages et qui renvoie l'énergie consommée.

L'exécution de cette fonction python donne l'énergie consommée lors d'un cycle de pose et de dépose : $W_{cycle} = 420$ kJ.

De plus, un essai similaire permet d'évaluer l'énergie électrique nécessaire pour un déplacement du chariot correspondant à un aller-retour type de 100 m : $W_{deplacement} = 2\ 392$ kJ.

Pour la suite, on considère que chaque aller-retour s'accompagne d'une opération unique de pose et de dépose d'un moteur. De plus, on néglige les phases de maintien de la charge.

- Q4.** À partir des caractéristiques de la batterie données en **annexe 5** et en considérant une disponibilité de 80 % de sa charge (20 % de sa capacité énergétique ne seront donc pas utilisés), déterminer le nombre disponible d'opérations de pose et de dépose. Vérifier la cohérence de ce résultat avec le cahier des charges donné par le constructeur.

Partie 2 - Paramètres géométriques d'un ensemble bras élévateur

Objectif : exprimer la loi entrée-sortie géométrique d'un ensemble bras élévateur et valider le choix de la course du vérin électrique.

Une modélisation paramétrée d'un ensemble bras élévateur est illustrée par le schéma plan, **annexe 6**.

Le principe de la cinématique de ce mécanisme, dit de Scott-Russell, repose sur 2 bras :

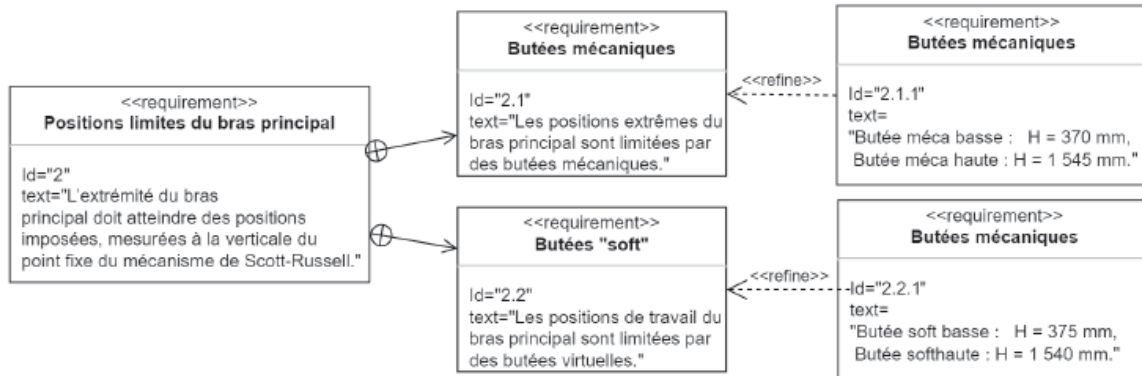
- un bras secondaire (1) limité par les points O, B, M, en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le châssis (0) ;
- un bras principal (2) limité par les points A, C, N, en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec le bras (1) et en appui ponctuel de normale (A, \vec{y}_0) avec le châssis (0) ; l'extrémité C de ce bras représente un point caractéristique du mécanisme de Scott-Russell.

Cette cinématique se caractérise par l'égalité des distances $OB = AB = BC$ qui entraîne un déplacement purement vertical de l'extrémité C du bras principal suivant l'axe (O, \vec{y}_0) .

Le vérin électrique qui met en mouvement les deux bras est schématisé dans le plan de travail par 2 solides (3) et (4).

Exigences géométriques

Les valeurs extrêmes d'altitude H de l'extrémité C du bras (2) sont imposées par 2 butées mécaniques physiques : une butée " mécanique haute " et une butée " mécanique basse ". Par contre, en phase de travail, l'altitude H est limitée par 2 butées virtuelles, butées " soft haute " et " soft basse " de façon à ne pas atteindre, pour des raisons de sécurité, les butées mécaniques. La géométrie du mécanisme impose les exigences suivantes :



Q5. Donner les expressions des distances $H(t)$ et $\lambda(t)$ en fonction de l'angle $\theta(t)$ et de la longueur L .

Q6. En traduisant une fermeture géométrique de chaîne de solides, montrer que la distance $l_3(t)$ peut s'exprimer en fonction de l'angle $\theta(t)$ sous la forme :

$$l_3(t) = \sqrt{(A_3 \cos(\theta(t)) + B_3 \sin(\theta(t)))^2 + (C_3 \cos(\theta(t)) + D_3 \sin(\theta(t)))^2} \quad \text{où } A_3, B_3, C_3, \text{ et } D_3 \text{ représentent des constantes à exprimer en fonction de } l_1, l_2, e_1, e_2 \text{ et de } L.$$

On déduit du résultat précédent la variation de la distance l_3 (entraxe du vérin) en fonction de l'altitude H entre les positions extrêmes définies par les butées mécaniques (**figure 7**).

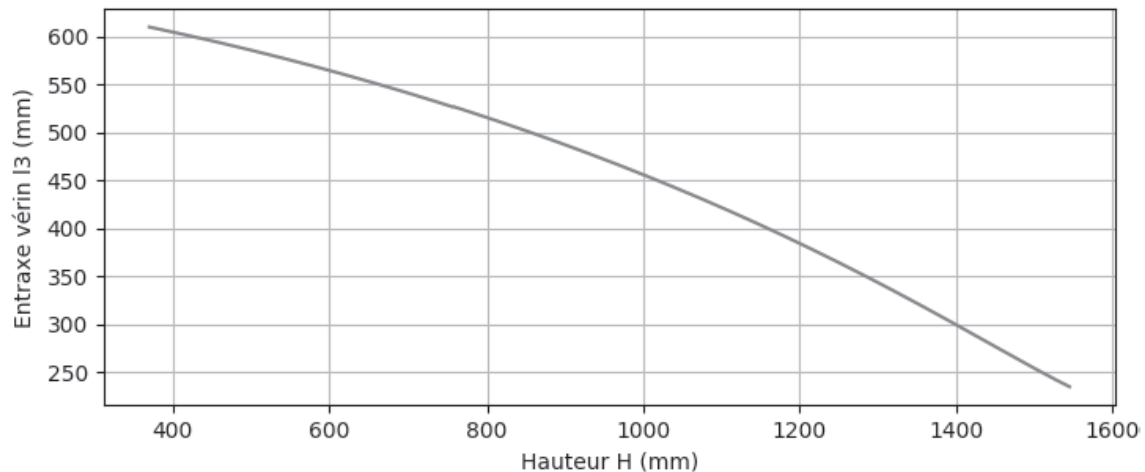


Figure 7 - Évolution de l'entraxe du vérin l_3 en fonction de l'altitude H

Q7. Relever la course utile du vérin nécessaire pour assurer le déplacement de l'extrémité C du bras principal depuis la position " butée mécanique basse " jusqu'à la position " butée mécanique haute ".

L'**annexe 3** illustre une schématisation simplifiée du vérin électrique.

- Q8.** Le système vis-écrou du vérin électrique doit présenter une longueur filetée de la vis au minimum égale à la course utile augmentée de la longueur de l'écrou.
Justifier la longueur filetée de la vis retenue par le constructeur (**annexe 2**).

Partie 3 - Validation du moteur d'un vérin électrique

Objectif : déterminer l'expression du couple moteur d'un vérin électrique et valider le choix de ce moteur.

Afin de répondre à cet objectif, il est proposé d'appliquer le théorème de l'énergie cinétique sur l'ensemble constitué d'un bras secondaire (1), d'un bras principal (2), d'un sous-ensemble vérin électrique (3+4) ainsi que d'une masse concentrée M_{ch} au point C, modélisant la charge appliquée à l'extrémité du bras principal.

Notations

- Le torseur cinématique exprimé au point Q, caractéristique du mouvement d'un solide i par rapport au repère lié à un solide j , est noté :

$$\{V_{i/j}^Q\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{i/j} \\ \vec{v}_{Q,i/j} \end{array} \right\}_Q.$$

- Le torseur cinétique exprimé au point Q, caractéristique du mouvement d'un solide i , de centre d'inertie G_i , par rapport au repère R_0 lié au châssis (0), est noté :

$$\{c_{i/0}^Q\} = \left\{ \begin{array}{l} m_i \vec{V}_{G_i,i/0} \\ \vec{\sigma}_{Q(i/0)} \end{array} \right\}_Q.$$

Cette étude se réfère au modèle paramétré d'un ensemble bras élévateur illustré dans l'**annexe 6**. On note $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, M_{ch}\}$ l'ensemble étudié composé des solides (1), (2), (3), (4) et de la masse ponctuelle M_{ch} .

Données complémentaires

- Bras secondaire (1)
 - m_1 : masse du bras (1) ;
 - G_1 : centre d'inertie du bras (1) tel que $\overrightarrow{OG_1} = a_1 \vec{x}_1$;
 - $[I_{O(1)}] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{(O, \mathcal{B}_1)}$: matrice d'inertie dans la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ au point O ;
 - données numériques : $a_1 = 430 \text{ mm}$, $m_1 = 135 \text{ kg}$, $C_1 = 3,5 \cdot 10^7 \text{ kg}\cdot\text{mm}^2$;
- Bras principal (2)
 - m_2 : masse du bras (2) ;
 - G_2 : centre d'inertie du bras (2) tel que $\overrightarrow{BG_2} = a_2 \vec{x}_2$;
 - $[I_{G_2(2)}] = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & -D_2 \\ 0 & -D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{(G_2, \mathcal{B}_2)}$: matrice d'inertie dans la base $\mathcal{B}_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ au point G_2 ;
 - données numériques : $a_2 = 236 \text{ mm}$, $m_2 = 180 \text{ kg}$;
- M_{ch} : masse concentrée au point C avec $M_{ch} = 1750 \text{ kg}$;
- J_m : moment d'inertie du rotor du moteur d'un vérin électrique ;
- $C_m(t)$: couple moteur d'un vérin électrique.

Hypothèses :

- les masses et les moments d'inertie autres que ceux mentionnés ci-dessus sont négligés ;
- le chariot est supposé immobile ; le repère R_0 lié au châssis (0) est supposé galiléen ;
- on considère un mouvement ascendant de l'ensemble de levage en phase d'accélération ;
- toutes les liaisons sont supposées parfaites ;
- on admettra que la puissance des forces de pesanteur appliquées sur l'ensemble Σ est majoritairement dépendante de la masse M_{ch} ; on néglige donc l'action de la pesanteur sur les autres composants.

Q9. En vous référant à l'architecture du vérin électrique (**annexe 3**), donner l'expression de la vitesse de sortie de la tige (4) par rapport au corps (3), notée $v_{43}(t)$, exprimée en mm/s, en fonction de la vitesse de rotation du moteur N_m (tr/min) et des caractéristiques de la transmission.

Q10. Exprimer dans la base $\mathcal{B}_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$, les torseurs cinématiques $\{V_{1/0}^B\}$ puis $\{V_{2/0}^B\}$ en fonction de $\dot{\theta}(t)$ et de L .

On définit la vitesse de translation de la tige (4) du vérin électrique par rapport au corps (3) par : $\vec{V}_{N,4/3} = v_{43}(t) \vec{x}_3$ avec $v_{43}(t) = (\vec{V}_{N,4/0} - \vec{V}_{M,3/0}) \cdot \vec{x}_3$.

Q11. Écrire 2 relations vectorielles liant respectivement le vecteur vitesse $\vec{V}_{N,4/0}$ à $\vec{V}_{B,2/0}$ et à $\vec{\Omega}_{2/0}$ et le vecteur vitesse $\vec{V}_{M,3/0}$ à $\vec{V}_{B,2/0}$ et à $\vec{\Omega}_{1/0}$. Montrer que la vitesse algébrique $v_{43}(t)$ peut être exprimée par $v_{43}(t) = -(\vec{\Omega}_{1/0} \wedge (\overline{BM} + \overline{BN})) \cdot \vec{x}_3$ (le calcul de cette expression n'est pas demandé).

Par la suite, on prendra $k(t) = \frac{\dot{\theta}(t)}{\omega_m(t)}$ le rapport entre la vitesse de rotation du bras (1) et la vitesse de rotation du moteur, obtenu en combinant les résultats précédents.

Q12. Exprimer l'énergie cinétique $T_{1/0}$ du bras (1) dans son mouvement par rapport au repère R_0 . On écrira le résultat sous la forme $T_{1/0} = \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}^2(t)$ en précisant l'expression de J_1 .

Q13. Exprimer dans la base $\mathcal{B}_2(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique $\{V_{2/0}^{G_2}\}$; montrer que le vecteur vitesse $\vec{V}_{G_2,2/0}$ peut s'écrire $\vec{V}_{G_2,2/0} = L \sin(2\theta(t)) \dot{\theta}(t) \vec{x}_2 - (L \cos(2\theta(t)) + a_2) \dot{\theta}(t) \vec{y}_2$. On pourra utiliser la projection $\vec{y}_1 = \sin(2\theta(t)) \vec{x}_2 - \cos(2\theta(t)) \vec{y}_2$.

Q14. Exprimer le torseur cinétique $\{C_{2/0}^{G_2}\}$ du bras (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 .

Q15. Déduire l'énergie cinétique $T_{2/0}$ du bras (2) dans son mouvement par rapport au repère R_0 , sous la forme $T_{2/0} = \frac{1}{2} J_2(t) \dot{\theta}^2(t)$ en précisant l'expression de $J_2(t)$ en fonction des données cinétiques de ce solide et des paramètres géométriques L , a_2 et de $\theta(t)$.

Q16. Montrer que le vecteur vitesse $\vec{V}_{C,2/0}$ s'écrit $\vec{V}_{C,2/0} = V_c \vec{y}_0$ en précisant l'expression de V_c . Exprimer l'énergie cinétique $T_{M_{ch}/0}$ de la masse concentrée M_{ch} dans son mouvement par rapport au repère R_0 , sous la forme $T_{M_{ch}/0} = \frac{1}{2} J_{M_{ch}}(t) \dot{\theta}^2(t)$ en précisant l'expression de $J_{M_{ch}}(t)$ en fonction de M_{ch} , L et de $\theta(t)$.

Q17. Exprimer l'énergie cinétique $T_{mot/0}$ du rotor moteur en supposant que $\vec{\Omega}(3/0) \approx \vec{0}$. Donner l'expression de l'énergie cinétique $T_{\Sigma/0}$ de l'ensemble Σ dans son mouvement par rapport au repère R_0 , sous la forme $T_{\Sigma/0} = \frac{1}{2} J_{\Sigma}(t) \omega_m^2(t)$ en précisant l'expression de $J_{\Sigma}(t)$ en fonction de $J_1, J_2(t), J_{M_{ch}}(t), J_m$ et de $k(t)$.

Q18. Faire un bilan des puissances des actions mécaniques extérieures et intérieures à l'ensemble Σ et donner leur expression en fonction des différentes données du problème. Exprimer notamment la puissance P_{pes} de la force de pesanteur appliquée sur la masse M_{ch} dans son mouvement par rapport au repère R_0 en écrivant le résultat sous la forme :

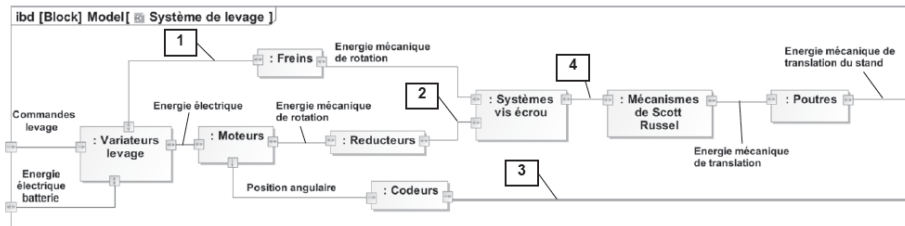
$$P_{pes} = C_{pes}(t) \omega_m(t)$$

en donnant l'expression de $C_{pes}(t)$ en fonction de $M_{ch}, L, \theta(t), g$ et de $k(t)$.

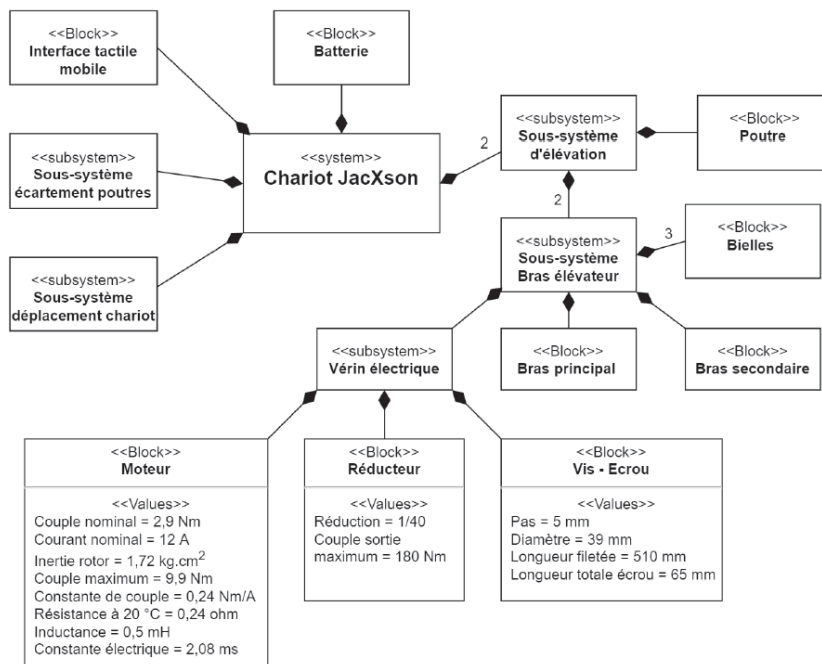
L'application du théorème de l'énergie cinétique se traduit par une expression de la forme :

$$C_m(t) = C_a(t) + \frac{1}{2} \frac{dJ_{\Sigma}(t)}{dt} \omega_m(t) - C_{pes}(t) \quad \text{où } C_a(t) = J_{\Sigma}(t) \frac{d\omega_m}{dt} \text{ est assimilable à un couple dû à l'accélération angulaire.}$$

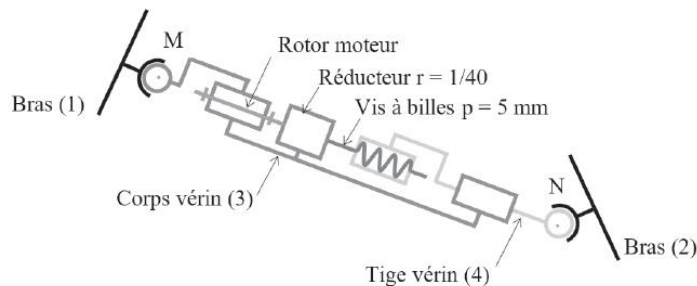
ANNEXE 1 - Diagramme partiel de définition des blocs internes



ANNEXE 2 - Diagramme de définition des blocs



ANNEXE 3 - Architecture simplifiée d'un vérin électrique



ANNEXE 4 - Extrait du script Python

```

7 # import fonctions tracé
8 from scipy import *
9 import matplotlib.pyplot as plt
10 import xlrd
11
12
13 # Chemin d'accès au fichier mesure Levage.csv
14 path = r"D:\Levage.CSV"
15
16 # Définition Classeur - Feuille
17 classeur = xlrd.open_workbook(path)
18 feuille = classeur.sheet_by_index(0)
19
20 # Définitions des constantes
21 n = 3666 #n représente le nombre d'échantillons.
22 Ubat = 72
23
24 # Définitions des variables sous forme de tableaux
25 t = []
26 Pbat = []
27 Ibat = []
28
29 # Lecture des données depuis le fichier excel
30 for i in range(n): #i varie de 0 à n-1
31     #ajout d'un élément au tableau t
32     t.append(float(feuille.cell_value(i+1,0)))
33     #ajout d'un élément au tableau Ibat
34     Ibat.append(float(feuille.cell_value(i+1,1)))

```

ANNEXE 5 - Caractéristiques du bloc d'alimentation (batteries)

- Le JacXson U70 utilise une association de 6 batteries BAT412060081 en série pour disposer d'une tension nominale, notée U_{bat} , d'une valeur numérique de 72 V.
- L'énergie totale (les 6 batteries chargées à 100 %) de cette association, notée W_{bat} , est fonction de la tension aux bornes de l'ensemble des 6 batteries, U_{bat} , et de la capacité d'une batterie, notée C_{bat} (Ah), telle que : $W_{bat} = U_{bat} C_{bat}$. Cette énergie est alors exprimée en Wattheure (Wh). Dans notre étude, on choisit une capacité de la batterie de type C5.
- On rappelle qu'un Wattheure peut être exprimé en joule : 1 Wh = 3 600 J.

La capacité de la batterie est exprimée en Ah et est fonction du courant de décharge.

Numéro de l'article	V	C5 Ah	C10 Ah	C20 Ah	L x l x p mm	Poids kg
BAT412015080	12	13	14	15	151x100x103	4,1
BAT412025081	12	24	24	25	181x77x175	6,5
BAT412038081	12	36	36	38	267x77x175	9,5
BAT412060081	12	52	56	60	224x135x178	14
BAT412110081	12	82	90	100	260x168x215	26
BAT412112081	12	105	114	125	330x171x214	33
BAT412117081	12	145	153	170	336x172x280	45
BAT412123081	12	200	210	230	532x207x226	57

ANNEXE 6 - Modèle paramétré d'un ensemble bras élévateur

Paramétrage

On associe les repères suivants :

- le repère $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ rattaché au châssis (0) du chariot ;
- le repère $R_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ rattaché au bras secondaire (1) : on pose $\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$;
- le repère $R_2 = (A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ rattaché au bras principal (2) : on pose $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$;
- le repère $R_3 = (M, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ rattaché au corps de vérin (3) : on pose $\delta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.

On pose :

$$\vec{OC} = H(t) \vec{y}_0 \quad ; \quad \vec{OA} = \lambda(t) \vec{x}_0 \quad ; \quad \vec{MN} = l_3(t) \vec{x}_3 ;$$

$$L = OB = AB = BC ;$$

$$\vec{OM} = l_1 \vec{x}_1 + e_1 \vec{y}_1 \quad ; \quad \vec{AN} = l_2 \vec{x}_2 + e_2 \vec{y}_2 \quad ;$$

$$L = 850 \text{ mm} \quad ; \quad l_1 = 632,5 \text{ mm} \quad ; \quad l_2 = 409 \text{ mm} \quad ; \quad e_1 = -90 \text{ mm} \quad ; \quad e_2 = 63 \text{ mm}.$$

On prendra $\beta = \pi - \theta$.

