

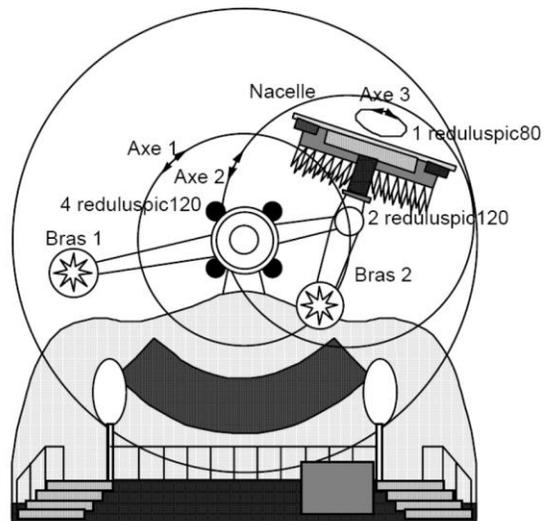
## DM3 CINEMATIQUE – A rendre pour le Mardi 27 Février 2024

### Exercice 1 : Magic Arms

#### 1. Présentation

L'objectif d'un manège de foire est de désorienter et de fournir des sensations aux passagers embarqués, en les soumettant à des accélérations variées. Les constructeurs développent donc de nouveaux manèges ayant des cinématiques complexes pour obtenir des mouvements divers et ainsi augmenter les sensations ressenties par le passager.

Afin de trouver un compromis entre sensation et sécurité (il ne faut pas rendre les passages malades), il est nécessaire d'évaluer les caractéristiques cinématiques et de faire correspondre la vitesse du manège au cahier des charges à respecter.



#### 2. Modélisation

Le système du manège *Magic-Arms* peut se représenter par la figure page suivante. Il est constitué de 4 solides.

- Le solide  $S_0$  appelé **bâti** est fixé au sol. Soit  $R_0 = (A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  un repère lié au bâti.

- **Le solide  $S_1$  appelé bras principal** est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe  $(A, \vec{z}_0)$  par rapport au solide  $S_0$ . Ce mouvement de rotation est assuré par un moteur  $M_1$  non représenté. Soit  $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$  un repère lié à la au bras principal. On pose  $\psi = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .
- **Le solide  $S_2$  appelé bras secondaire** est en liaison pivot d'axe  $(B, \vec{z}_0)$  avec le solide  $S_1$ . Ce mouvement de rotation est assuré par un moteur  $M_2$  non représenté. Soit  $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$  un repère lié au bras secondaire. On pose  $\theta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$ .
- **Le solide  $S_3$  appelé nacelle** est animé d'un mouvement de rotation autour de l'axe  $(C, \vec{y}_2)$  par rapport au solide  $S_2$  (liaison pivot entre  $S_2$  et  $S_3$  en C). Ce mouvement de rotation est assuré par un moteur  $M_3$  non représenté. Soit  $R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_2, \vec{z}_3)$  un repère lié à la nacelle. On pose  $\alpha = (\vec{z}_0, \vec{z}_3)$ .

Les mouvements du manège sont étudiés dans le repère  $R_0$  lié au bâti.

On pose :

$$\vec{AB} = -a.\vec{y}_1 + b.\vec{z}_0$$

$$\vec{CG} = -d.\vec{z}_3$$

$$\vec{BC} = -c.\vec{y}_2$$

Avec :

$$a = 3,9 \text{ m} ; b = 5 \text{ m} ; c = 2,87 \text{ m} ; d = 2,61 \text{ m}.$$

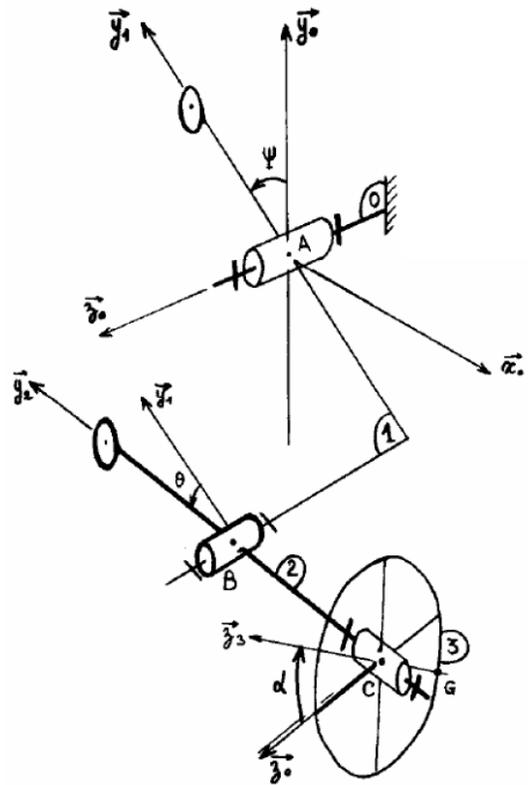


Schéma représentant le manège

### Cahier des charges :

**Accélération maximale :  $40 \text{ m/s}^2$ .**

**Durée maximale à une accélération supérieur à  $25 \text{ m/s}^2$  :  $4 \text{ s}$ .**

### 3. Etude cinématique

Dans cette partie, on cherche à évaluer les caractéristiques du mouvement pour un passager situé au point G.

**Q1 :** Mettre en place les figures de projection relatives aux angles  $\psi, \theta, \alpha$ .

**Q2 :** Déterminer l'expression du vecteur vitesse  $\overrightarrow{V(B \in S_1/S_0)}$  en fonction de la vitesse angulaire  $\dot{\psi}$ . Donner la forme du torseur cinématique  $\{V_{S_1/S_0}\}$  exprimé en B.

**Q3 :** En déduire l'expression du vecteur vitesse  $\overrightarrow{V(B \in S_2/S_0)}$ .

**Q4 :** Déterminer le vecteur taux de rotation de  $S_2/S_0$  noté  $\overrightarrow{\Omega_{S_2/S_0}}$ . Donner l'expression du torseur cinématique  $\{V_{S_2/S_0}\}$  en B, puis en C.

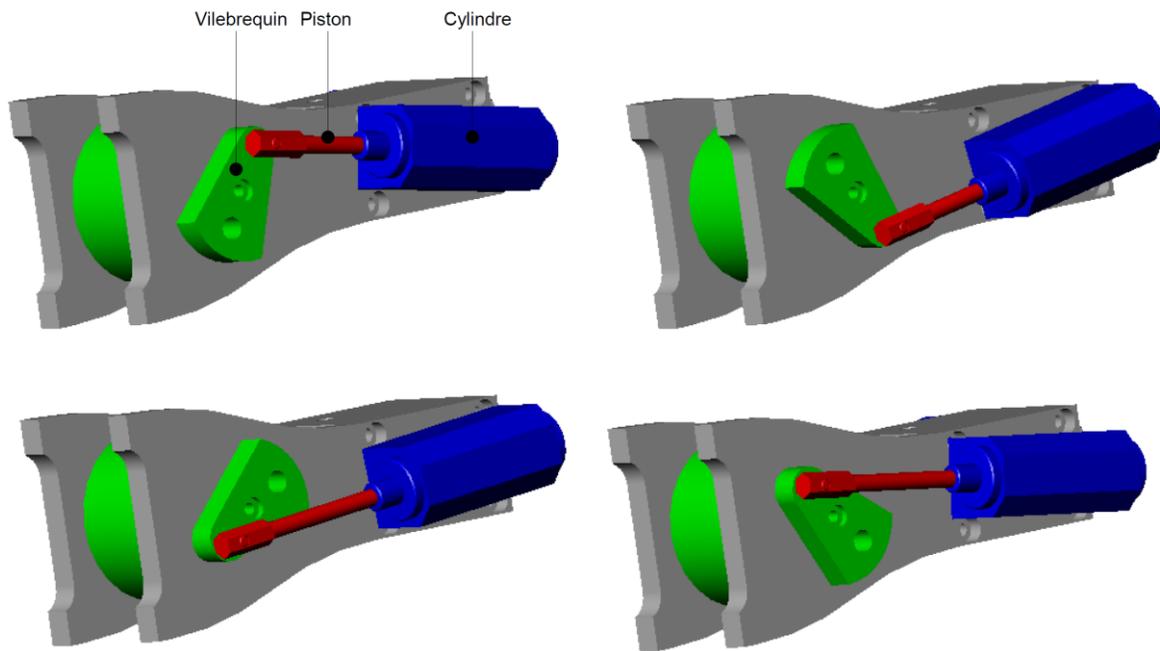
**Q5 :** Donner l'expression de la vitesse du point G appartenant à  $S_3$  dans son mouvement par rapport à  $S_0$ .

**Q6 :** En déduire l'expression de l'accélération du point G appartenant à  $S_3$  dans son mouvement par rapport à  $S_0$  notée  $\overrightarrow{\Gamma(G \in S_3/S_0)}$ .

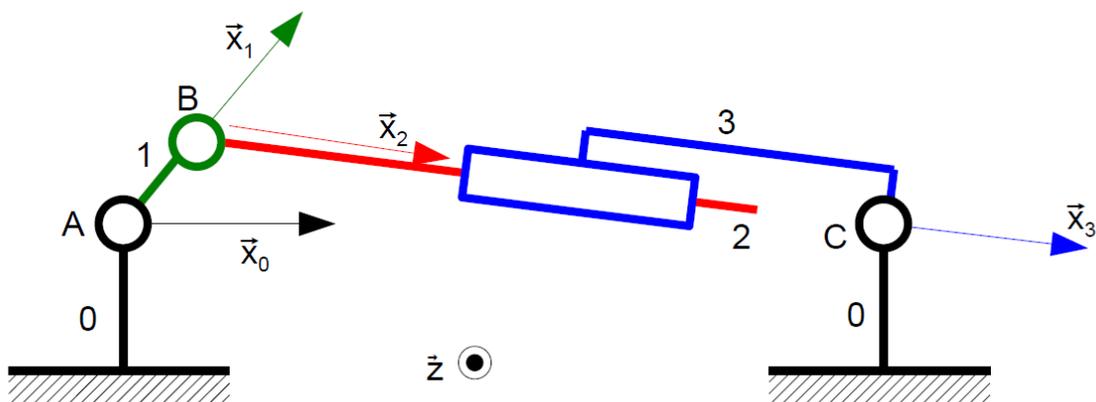
**Q7 :** On suppose que  $\theta = \dot{\theta} = \ddot{\theta} = \alpha = \dot{\alpha} = 0$  (seule la liaison entre  $S_0$  et  $S_1$  est mobile à une vitesse constante). À quelle condition sur  $\dot{\psi}$  le cahier des charges est-il respecté ? Conclure.

## Exercice 2 : Micro moteur à vapeur

Le système représenté ci-dessous est un micro moteur à vapeur utilisé dans les modèles réduits. De la vapeur d'eau est injectée dans le cylindre et agit sur le piston. Celui-ci se translate dans le cylindre, ce qui permet d'entraîner en rotation le vilebrequin.



Le modèle cinématique de ce micro moteur est représenté ci-dessous. Il s'agit d'un modèle plan. Les vecteurs  $\vec{y}_i$  non représentés sur le schéma, sont tels que les bases  $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$  soient orthonormées directes. Le système évolue dans le plan de normale  $\vec{z}$ .



On associe au bâti (0), supposé fixe, le repère  $(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$  tel que  $\vec{AC} = L \cdot \vec{x}_0$ . On associe au vilebrequin (1) le repère  $(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})$  tel que  $\vec{AB} = e \cdot \vec{x}_1$ . On associe au piston (2) le repère  $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z})$  tel que  $\vec{x}_2$  soit dans la direction principale de la pièce. On associe au cylindre (3) le repère  $(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})$  tel que  $\vec{x}_3$  soit dans la direction principale de la pièce.

$L_{0/1}$  : pivot d'axe  $(A, \vec{z})$ . On lui associe le paramètre  $\theta$  tel que  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ .

$L_{2/1}$  : pivot d'axe  $(B, \vec{z})$ . On lui associe le paramètre  $\beta$  tel que  $\beta = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ .

$L_{3/2}$  : glissière de direction  $(BC)$ . On lui associe le paramètre  $x$  tel que  $\vec{BC} = (L + x) \cdot \vec{x}_2$ .

$L_{3/0}$  : pivot d'axe  $(C, \vec{z})$ . On lui associe le paramètre  $\alpha$  tel que  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$ .

**Q1** : Représenter le graphe des liaisons de ce système.

**Q2** : Tracer les trois figures planes de projection associées aux angles  $\theta, \beta$  et  $\alpha$ .

**Q3** : Ecrire l'équation vectorielle provenant de la fermeture géométrique. En déduire les deux équations scalaires obtenues en projetant sur les directions  $\vec{x}_0$  et  $\vec{y}_0$ .

**Q4** : Déterminer la relation donnant  $x$  en fonction de  $\theta, L$  et  $e$ .

**Q5** : Déterminer la course du piston dans le cylindre :  $c = \Delta x = x_{max} - x_{min}$ .

## Exercice 3 : Souris

### Présentation

Une souris est un dispositif de pointage pour ordinateur. Elle a été inventée en 1963 par Douglas Engelbart du Stanford Research Institute (Californie, États-Unis). L'objet était en bois, et portait le nom "d'indicateur de position X-Y pour système d'affichage". À l'époque, il y avait deux roues : une pour se déplacer horizontalement et l'autre verticalement. Elle a été améliorée par Jean-Daniel Nicoud à l'École polytechnique fédérale (Lausanne, Suisse) dès 1979 grâce à l'adjonction d'une boule et de capteurs ; il fabrique ainsi la souris Depraz qui a été à l'origine de l'entreprise Logitech.



**Objectif :** On propose d'étudier le codage de position d'une souris opto-mécanique, également appelée souris à boule, sur le plan de la cinématique.

### Fonctionnement du codage de position

#### Principe général

La souris capte son déplacement par rapport au tapis, le projette suivant les deux directions de son repère orthonormé intrinsèque, code ce déplacement, et transmet la valeur de ce déplacement à l'ordinateur.

#### Éléments constitutifs

Une souris opto-mécanique comporte une partie mécanique et une partie électronique.

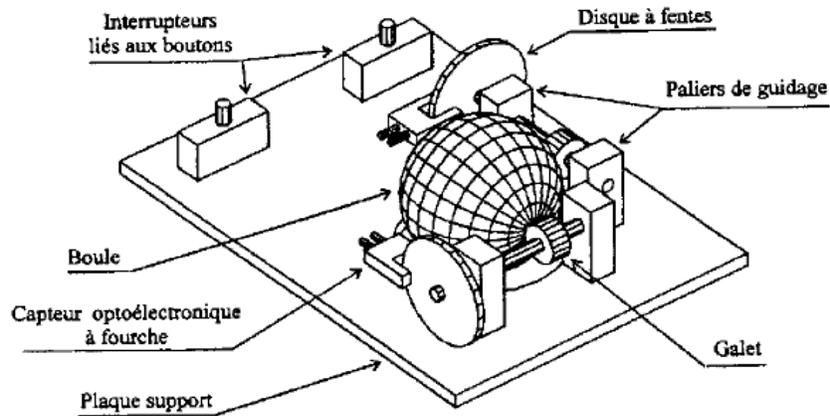
La partie électronique est constituée de capteurs opto-électroniques. En forme de fourche, ils contiennent une LED, envoyant un signal lumineux constant, et une photodiode, le recevant.



Capteur opto-électronique

La partie mécanique est quant à elle composée de :

- Un boîtier contenant une plaque support.
- Une bille en caoutchouc qui roule sans glisser en pivotant sur le plan.
- Deux galets identiques liés à des disques à fentes.
- Un galet presseur qui plaque la bille sur les galets. Son rôle est d'assurer le roulement sans glissement de la bille sur les deux galets.



Éléments constitutifs

## Fonctionnement

Le principe de la souris mécanique est basé sur une bille qui roule sur le tapis quand on bouge la souris. Cette bille actionne deux rouleaux perpendiculaires entre eux, qui comportent chacun un disque à fentes qui tourne entre une LED et une photodiode. De ce fait, la lumière passe par séquence lorsque le rouleau est en mouvement, donc si la bille est en mouvement. Lorsque la lumière passe, la photodiode renvoie un bit (1) et, lorsque la lumière ne passe pas, la photodiode renvoie un bit nul (0). Avec ces informations, l'ordinateur peut calculer la trajectoire de la bille et sa vitesse par rapport au tapis.



Fonctionnement

## Performances et cahier des charges

Les performances d'une souris se fondent principalement sur sa masse, son ergonomie et sa précision. Celle-ci est le rapport du nombre de mesures effectuées par la souris sur la distance parcourue par celle-ci. On exprime ainsi la précision d'une souris en dpi (dot per inch) alias ppp en français (points par pouce) : c'est le nombre de points de mesure que la souris distingue sur une distance d'un pouce (2,54 cm).

Nous étudierons dans cet exercice plus particulièrement la souris *Razer Boomer Control*, optimisée pour les jeux vidéos dits de tir subjectif, plus communément nommés FPS (*First-person shooter*), tels que Half-Life, Call of Duty, Far Cry ou Battlefield.



Souris Boomer Control de Razer

Critère	Niveau
Précision (dpi)	1400

Extrait de la documentation constructeur

## Vérification de la précision de la souris Razer Boomer Control

### Modélisation et paramétrage

On associe à chaque solide  $i$  un repère  $R_i$  de base  $B_i = (\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ .

Les galets 3 et 4, de rayon égal à  $a$ , sont en liaison pivot avec la plaque support 1, respectivement d'axes  $(L, \vec{y}_1)$  et  $(M, \vec{x}_1)$ . Ils roulent sans glisser en J et K sur la boule 2, qui, elle-même, roule sans glisser en I sur le tapis 0.

On note  $\overrightarrow{\Omega}_{3/1} = \omega_3 \vec{y}_1$  et  $\overrightarrow{\Omega}_{4/1} = \omega_4 \vec{x}_1$ .

La plaque support 1 est animée d'un mouvement plan par rapport au tapis 0. La condition de contact impose  $\overrightarrow{OC} \cdot \vec{z}_0 = R$ . Alors, la position de 1 par rapport à 0 est définie par  $\overrightarrow{OC} = x\vec{x}_0 + y\vec{y}_0 + R\vec{z}_0$ ,  $R$  étant le rayon de la boule, et par l'angle  $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ .

La liaison de la boule 2 par rapport au cadre 1 est une rotule de centre C. Le torseur cinématique associé à cette liaison est alors :

$$\{V_{2/1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{\Omega}_{2/1} = p\overrightarrow{x}_0 + q\overrightarrow{y}_0 + r\overrightarrow{z}_0 \\ \overrightarrow{V}_{C \in 2/1} = \vec{0} \end{array} \right\}_C$$

Avec p, q et r des inconnues.

Valeurs numériques :  $a = 3 \text{ mm}$  et  $R = 22 \text{ mm}$ .

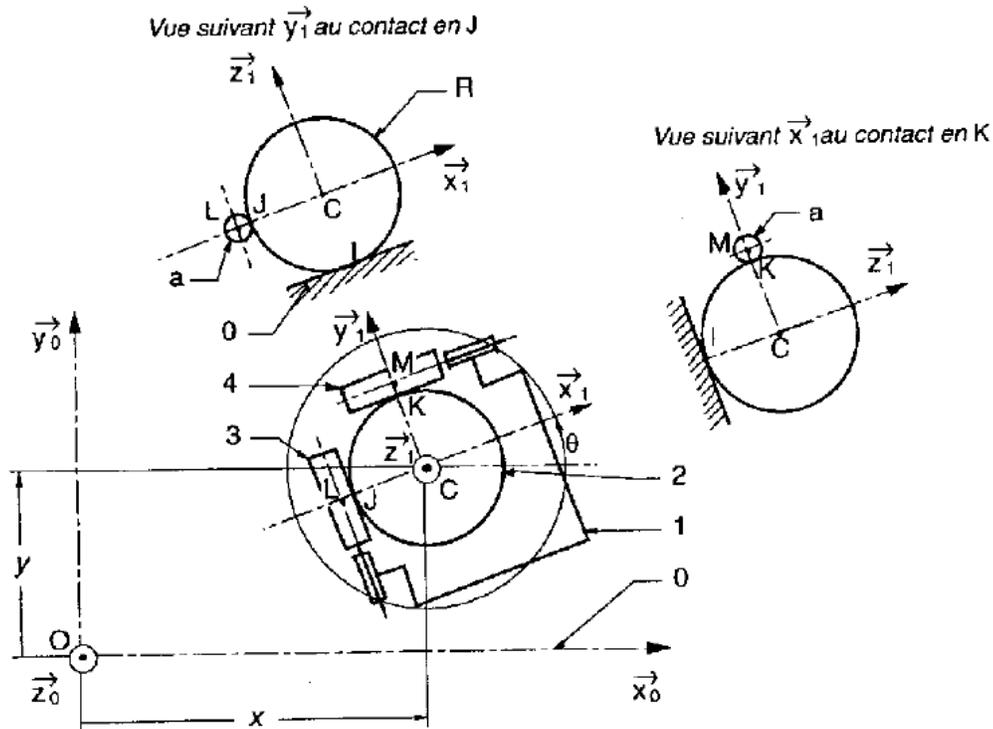


Figure de travail

## Etude cinématique

**Objectif :** Il s'agit dans un premier temps de relier les composantes p, q et r définissant le mouvement de la boule par rapport à la plaque support aux composantes x et y définissant les déplacements de la souris par rapport au tapis à reproduire sur l'écran. Ensuite, on s'attachera à exprimer les positions angulaires  $\theta_3$  et  $\theta_4$  pour comprendre comment on remonte des mesures des capteurs à ces déplacements. Cela permettra ensuite de vérifier le cahier des charges.

## Détermination de la fréquence de rotation des potentiomètres

**Q1 :** Réaliser la figure géométrale montrant le changement de base entre 0 et 1.

**Q2 :** Donner le torseur cinématique décrivant les mouvements de 1 par rapport à 0 en C. En explicitant la condition de non glissement en I, exprimer p et q en fonction des données.

**Q3 :** Donner le torseur cinématique de 3 par rapport à 1 en L. En explicitant la condition de non glissement en J, exprimer  $\overrightarrow{\Omega_{3/1}}$  et  $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$  en fonction des données.

**Q4 :** Donner le torseur cinématique de 4 par rapport à 1 en M et déterminer  $\overrightarrow{\Omega_{4/1}}$  en fonction des données.

### Détermination du code géré par ordinateur

**Q5 :** En supposant pour  $\theta = 0$ ,  $x = 0$  et  $y = 0$ , exprimer les positions angulaires  $\theta_3$  et  $\theta_4$ .

**Q6 :** En déduire les expressions analytiques de x et y.

### Conclusion vis-à-vis du cahier des charges

**Q7 :** D'après la documentation constructeur, donner la précision en  $\mu\text{m}$  que doit posséder la souris sur un axe.

**Q8 :** Combien faut-il alors de fentes par disque pour respecter le cahier des charges ?

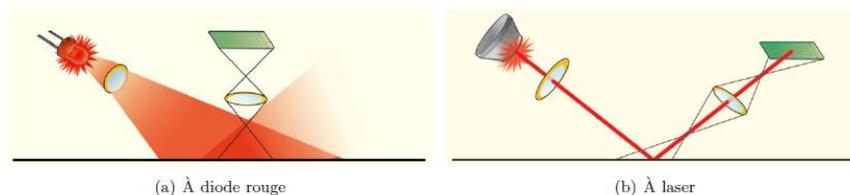
En réalité, pour distinguer le sens de déplacement de la souris, on place deux disques à fentes par galet.

**Q9 :** Le constructeur annonce 260 fentes par disque. Le cahier des charges est-il respecté ?

### Ouverture

Les nouvelles technologies de souris utilisent l'analyse d'images : une analyse de tous les détails du support permet la détermination, en comparant deux images proches, de la distance parcourue et de la direction du mouvement.

Les souris optiques à diode rouge possèdent une précision pouvant atteindre jusqu'à 3200 dpi pour les meilleurs modèles. La précision des souris optiques à laser peut dépasser 5000 dpi.



Autres technologies de souris

**Q10 :** Expliquer qualitativement pourquoi les souris à boule sont aujourd'hui technologiquement obsolètes. À votre avis, pourquoi certains joueurs continuent néanmoins à les utiliser ?