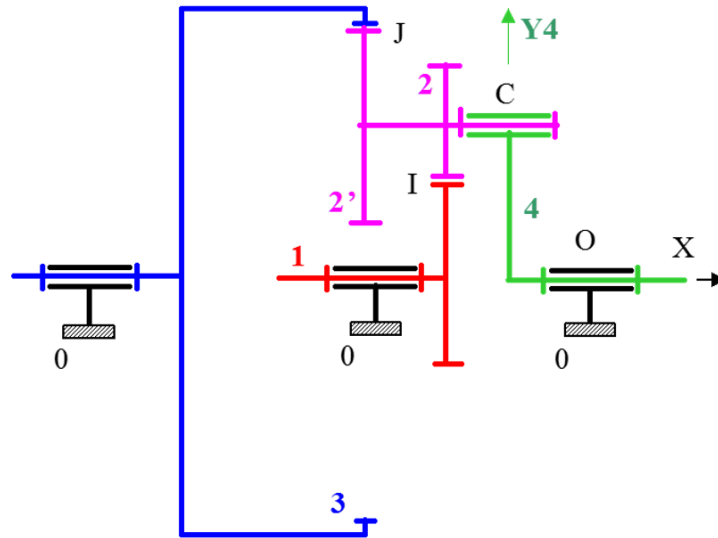


Exercice 1 : Train épicycloïdal :

Ce système est composé de 5 sous-ensembles cinématiques (on ne prend en compte dans l'étude qu'un seul satellite 2/2') :

- le bâti 0 supposé fixe ;
- le planétaire intérieur 1 en rotation d'axe Ox par rapport au bâti ;
- la couronne 3 (ou planétaire extérieur) en rotation d'axe Ox par rapport au bâti ;
- le porte- satellite 4 en rotation d'axe Ox par rapport au bâti ;
- un satellite 2 (et 2') en rotation d'axe Cx par rapport au porte satellite 4.

Alors que généralement un mécanisme de transformation de mouvement possède un mouvement d'entrée et un mouvement de sortie, nous avons ici un mécanisme qui possède 3 mouvements d'entrée/sortie possibles : les mouvements $1/0$, $3/0$, $4/0$. On cherche dans cet exercice à déterminer la relation existante entre les vitesses de rotations caractérisant ces 3 mouvements. Cette relation s'appelle la **formule de WILLIS**.

On fera l'hypothèse de roulement sans glissement en A et C.

- le rayon du planétaire intérieur 1 est R_1 ,
- le rayon du planétaire extérieur 3 est R_3 .
- le rayon du satellite 2 est R_2 et celui du satellite 2' est R_2' .

Trouver la relation liant $\omega_{3/0}$, $\omega_{1/0}$ et $\omega_{4/0}$ aux paramètres géométriques. Par les deux méthodes décrites ci-dessous.

A] Méthode classique de la cinématique :

- Dessiner le graphe de structure du mécanisme.
- Exprimer les éléments de réduction des torseurs élémentaires.
- Trouver les relations entre les paramètres liés aux boucles du mécanisme. (ici les roulements sans glissement en I et en J donnent des relations entre $R_3, R_2', \omega_{2'/4}, \omega_{3/0}, \omega_{4/0}$ et $R_1, R_2, \omega_{2/4}, \omega_{1/0}$ et $\omega_{4/0}$.)
- En déduire une relation d'entrée sortie (ici entre $\omega_{3/0}, \omega_{1/0}, \omega_{2/0}, R_1$ et R_2).
On cherche ici la relation $\frac{\omega_{1/0} - \omega_{3/0}}{\omega_{4/0} - \omega_{3/0}}$ en fonction de R_1, R_2, R_2' et R_3 .

B] Méthode spéciale engrenages complexes :

- Repérer les roues qui engrènent.
- Se placer dans un repère dans lequel les axes de ces roues sont fixes et calculer le rapport de réduction $\frac{\omega_{sortie/axe}}{\omega_{entree/axe}}$ (ici on se place dans Repère 4 pour calculer $\frac{\omega_{1/4}}{\omega_{3/4}}$).
- En déduire une relation entre les vitesses de rotations absolues.

Exercice 2 : Came circulaire :

Considérons le mécanisme représenté figure suivante.

Soit $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère lié au bâti 0 du mécanisme.

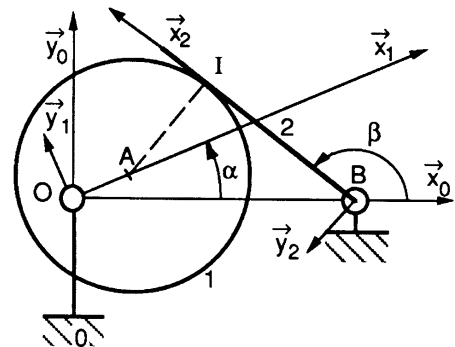
On pose $\vec{OB} = b \cdot \vec{x}_0$.

Soit $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ un repère lié à la came 1. La came est assimilée à un disque de centre A et de rayon r. Elle est animée d'un mouvement de rotation autour de l'axe (O, \vec{z}_0)

par rapport au bâti. Posons $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ et $\vec{OA} = a \cdot \vec{x}_1$.

Soit $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ un repère lié à la pièce 2. Elle est animée d'un mouvement de rotation autour de l'axe (B, \vec{z}_0) par rapport au bâti. Posons $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$.

La came 1 et la pièce 2 sont en contact en I.



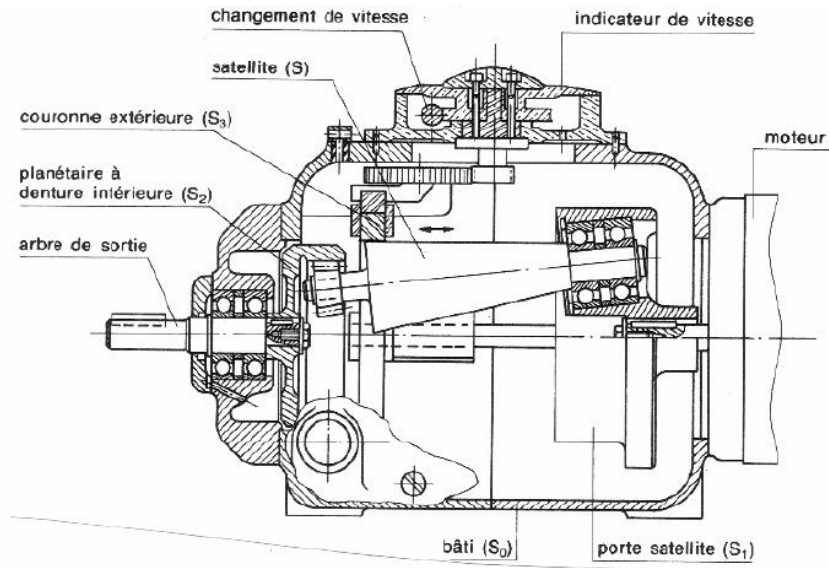
Q1 : Exprimer les torseurs cinématiques des mouvements de 1/0 et 2/0.

Q2 : Calculer, en fonction de $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ et des caractéristiques géométriques a, b et r, le vecteur vitesse de glissement au point I du mouvement de 2 par rapport à 1

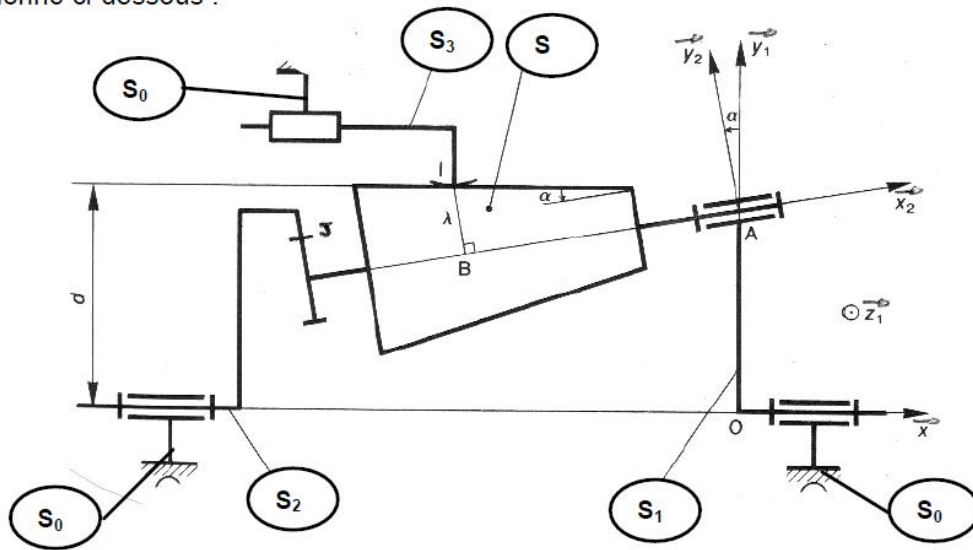
Q3 : A partir des propriétés du vecteur vitesse de glissement, en déduire une relation entre α , β , leurs dérivées et les caractéristiques géométriques.

Exercice 3 : VARIATEUR GRAHAM

Le dessin du variateur de vitesse Graham est donné sur la figure ci-dessous :



Le schéma cinématique associé, servant de modèle à l'étude cinématique suivante est donné ci-dessous :



$$\vec{OJ} = ?\vec{x} + \frac{d_2}{2}\vec{y}_1 ; \vec{BJ} = ?\vec{x}_2 + \frac{d_1}{2}\vec{y}_2$$

- Soit $R(O; \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ un repère lié au bâti (S_0) du variateur. L'arbre moteur (S_1) et l'arbre récepteur (S_2) ont une liaison pivot d'axe ($O; \bar{x}$) avec (S_0). On pose :

$$\vec{\Omega}_{(S_1/S_0)} = \omega_1 \bar{x}$$

$$\vec{\Omega}_{(S_2/S_0)} = \omega_2 \bar{x}$$

- Soient $R_1(O; \bar{x}, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$ et $R_2(A; \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$ deux repères liés respectivement à (S_1) et (S_2)¹ tels que $O\bar{A}$ ait même direction que \bar{y}_1 .

On pose $\alpha = (\bar{x}, \bar{x}_2)$ (α est constant)

- Le satellite (S) a une liaison pivot d'axe (A, \bar{x}_2) avec (S_1). (S) est un tronc de cône de révolution d'axe (A, \bar{x}_2), de demi angle au sommet α .
On pose $\vec{\Omega}_{(S/S_1)} = \omega \bar{x}_2$.
- La génératrice de (S) du plan ($O; \bar{x}, \bar{y}_1$) la plus éloignée de l'axe ($O; \bar{x}$) est parallèle à \bar{x} . Notons d sa distance à l'axe ($O; \bar{x}$) donc $\vec{OI} = d\bar{y}_1$.
- (S) roule sans glisser au point I sur une couronne (S_3), immobile par rapport à (S_0) pendant le fonctionnement. Le réglage du rapport de variation s'obtient en déplaçant (S_3) suivant l'axe ($O; \bar{x}$).
- Soit B le centre de la section droite du tronc de cône passant par I . On pose $\vec{BI} = \lambda \cdot \bar{y}_2$. A l'extrémité de (S) est fixée une roue dentée de n dents, d'axe (A, \bar{x}_2), qui engrène avec une couronne dentée intérieure d'axe ($O; \bar{x}$), de n_2 dents, liée à (S_2).

II TRAVAIL DEMANDE :

- Tracer le graphe des liaisons du variateur.
- En exprimant que (S) roule sans glisser sur (S_3) au point I , déterminer ω en fonction de ω_1 , d et λ .
- Quelle relation obtient-on entre ω_1 , ω_2 et ω en exprimant l'engrènement des deux roues dentées ? (c'est à dire que (S_2) et (S) roulent sans glisser l'un sur l'autre en J).
- En déduire le rapport de variation $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ du mécanisme en fonction de λ , d , d_1 et d_2 .
- Tracer la courbe représentative du rapport de variation $\frac{\omega_2}{\omega_1}$ en fonction de λ , sachant que $\frac{n}{n_2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{11}{38}$, $d = 55\text{mm}$, et que λ varie entre la valeur $\lambda_{\text{mini}} = 12\text{ mm}$ et la valeur $\lambda_{\text{maxi}} = 23\text{ mm}$.

¹ C'est bien (S) et pas (S_2).

Exercice 4 : Loi entrée/sortie Capsuleuse de bocaux

Mise en situation

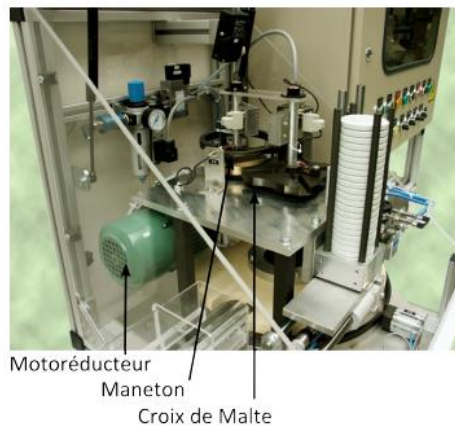


Le conditionnement de nombreux produits alimentaires est réalisé dans des bocaux en verre fermés par des capsules vissées. La société RAVOUX, spécialisée dans le conditionnement, a créé ce prototype afin d'optimiser ses machines de production. Elle est donc équipée de nombreux capteurs permettant, via un ordinateur, d'optimiser les paramètres de production tels que qualité totale, production maximale, ...

Le système de laboratoire proposé s'insère dans une chaîne de conditionnement de produits alimentaires, entre l'unité de remplissage des bocaux et le poste d'étiquetage. Sa fonction principale est la «fermeture étanche de bocaux préalablement remplis de produits alimentaires»

Ce système comprend plusieurs parties :

- un convoyeur linéaire d'alimentation des bocaux ;
- un système électromécanique de transfert et d'indexation des bocaux (moto-réducteur, mécanisme à Croix de Malte, étoile de transfert) ;
- un magasin de stockage des capsules ;
- une partie opérative pneumatique de pose et de vissage des capsules - vérin V1, tête de vissage comprenant les vérins V2 et VR, ventouse et vacuostat (le vacuostat est une cellule permettant d'assurer la mise en dépression de la ventouse afin d'effectuer la préhension de la capsule) ;
- un vérin de serrage des bocaux sous la tête de vissage ;
- un convoyeur linéaire d'évacuation des bocaux ;
- une partie commande par automate programmable Télémécanique TSX 37-10 64 entrées/sorties et un pupitre de commande.



On s'intéresse ici au système de croix de Malte. Il permet d'obtenir une rotation discontinue à partir d'un mouvement de rotation continue. Ainsi, pendant que la croix de Malte ne tourne pas, le système peut agir sur la matière d'œuvre (flacon).

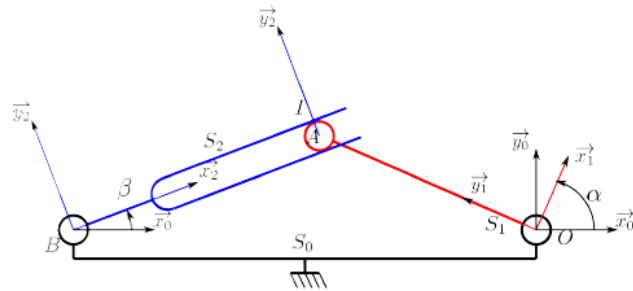
Lors de la rotation de la croix de Malte, la capsuleuse déplace deux flacons. Afin d'accroître la productivité, il faut diminuer la durée de cette phase. Cependant, si la croix de Malte tourne trop vite, les flacons basculent ce qui entraîne un mauvais fonctionnement du système. Ainsi, on désire que la **vitesse de la croix soit inférieure à 50 tours/minute.**

Modélisation sans galet

Afin de modéliser le système à croix de malte, on propose le schéma cinématique ci-contre.

On note :

- $\mathcal{R} = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti S_0 .
On note $\vec{OB} = -L\vec{x}_0$ avec $L = 145 \text{ mm}$;
- $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié à l'arbre S_1 . On pose $\vec{OA} = R\vec{y}_1$ avec $R = 141 \text{ mm}$ et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. L'arbre S_1 est lié au motoréducteur de la capsuleuse. On a : $\dot{\alpha} = 10 \text{ tr/min}$;
- $\mathcal{R}_2 = (C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié à l'arbre S_2 . On pose $\vec{BA} = \lambda(t)\vec{x}_2$, $\vec{AI} = r\vec{y}_2$ et $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$;



Q1 : Représenter les figures de projection.

Q2 : Etablir la loi E/S donnant β en fonction de α et des longueurs du système.

Q3 : Donner une méthode permettant de valider le cahier des charges vis-à-vis de la vitesse de rotation de la croix de malte.

Q4 : Donner l'expression du torseur cinématique de S_1 par rapport à S_0 au point I.

Q5 : Donner l'expression du torseur cinématique de S_2 par rapport à S_0 au point I.

Q6 : En déduire l'expression du torseur cinématique de S_2 par rapport à S_1 au point I et $\overrightarrow{V(I, S_2/S_1)}$ dans la base R_2 . On donne : $\vec{x}_1 = \cos(\alpha - \beta)\vec{x}_2 + \sin(\alpha - \beta)\vec{y}_2$