

DS2 MP (3H) : DYNAMIQUE (only)**SUJET 2 - GROUPE 2**

UN DEVOIR SURVEILLE COMMENCE TOUJOURS
PAR LA LECTURE ENTIERE DE L'ENONCE

ATTENTION : LES RESULTATS DOIVENT ETRE ENCADRES

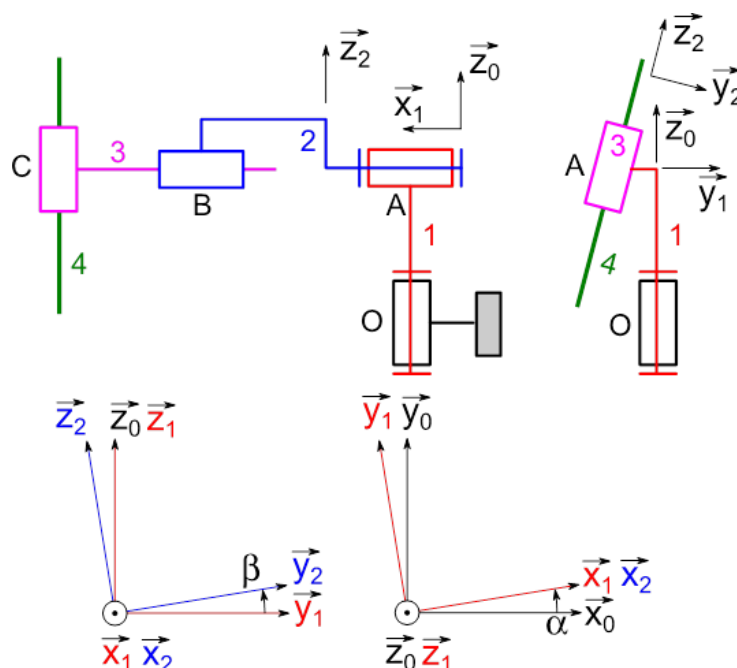
UNE ATTENTION PARTICULIERE SERA PORTEE
SUR LA PRESENTATION ET LA LISIBILITE DES COPIES,
CALCULATRICES AUTORISEES

Bon courage à tous. Ne stressez pas, les 3 exercices sont indépendants. VOUS SAVEZ FAIRE LES CALCULS, soyez juste rigoureux, prenez le temps de développer vos calculs si besoin. N'hésitez pas à utiliser un brouillon... Vérifiez bien l'homogénéité de vos résultats pour bien vérifier que vous n'avez pas oublié de recopier une grandeur dans les lignes précédentes.

EXERCICE 1 : Robot 4 axesModélisation

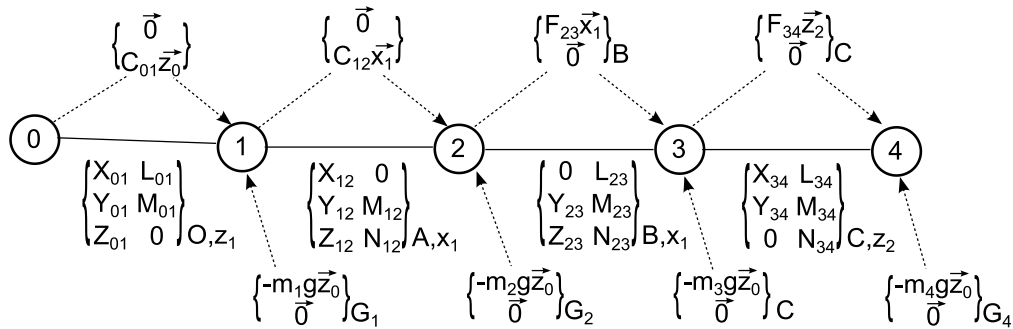
Ce système est un robot 4 axes : 2 rotations et 2 translations. Il est destiné à manipuler des pièces de petites tailles (masses et inerties négligées devant celles du robot).

Le schéma présente une vue de face et une vue de gauche pour montrer que le point A n'est pas à la verticale de O.



$$\overrightarrow{OA} = H\vec{z}_0 - e\vec{y}_1 \quad \overrightarrow{OG_1} = h_1\vec{z}_0 \quad \overrightarrow{AB} = L\vec{x}_1 \quad \text{avec } L = 65 \text{ cm et } e = 10 \text{ cm}$$

$$\overrightarrow{AG_2} = l_2\vec{x}_1 \quad \overrightarrow{BC} = X(t)\vec{x}_1 \quad \overrightarrow{CG_4} = Z(t)\vec{z}_2$$



Les matrices d'inerties sont connues aux centres de gravité.

Solide 1 : plans de symétrie $(G_1, \vec{x}_1, \vec{z}_1)$ et $(G_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$; CdG en G₁.

Solide 2 : plans de symétrie $(G_2, \vec{x}_2, \vec{z}_2)$ et $(G_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$; CdG en G₂. (moment d'inertie selon \vec{x}_2 : $A_2 = 25 \text{ kg.m}^2$)

Solide 3 : assimilé à une masse ponctuelle m₃ en C.

Solide 4 : plans de symétrie $(G_4, \vec{x}_2, \vec{z}_2)$ et $(G_4, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$; CdG en G₄. (moment d'inertie selon \vec{x}_2 : $A_4 = 25 \text{ kg.m}^2$)

On donne $m_1 = 50 \text{ kg}$, $m_2 = 40 \text{ kg}$, $m_3 = 25 \text{ kg}$, $m_4 = 20 \text{ kg}$

Les actionneurs sont des vérins et des moteurs électriques (voir graphe des liaisons).

Questions

Q1 : Donner la forme des matrices d'inerties des différents solides en G_i.

Q2 : Déterminer l'effort fourni par le vérin entre 2 et 3 (F_{23}).

Pensez à bien expliquer votre stratégie (Isolement, BAME à détailler, équation à utiliser, etc...)

Q3 : Déterminer le couple fourni par le moteur entre 1 et 2 (C_{12}).

Pensez à bien expliquer votre stratégie (Isolement, BAME à détailler, équation à utiliser, etc...)

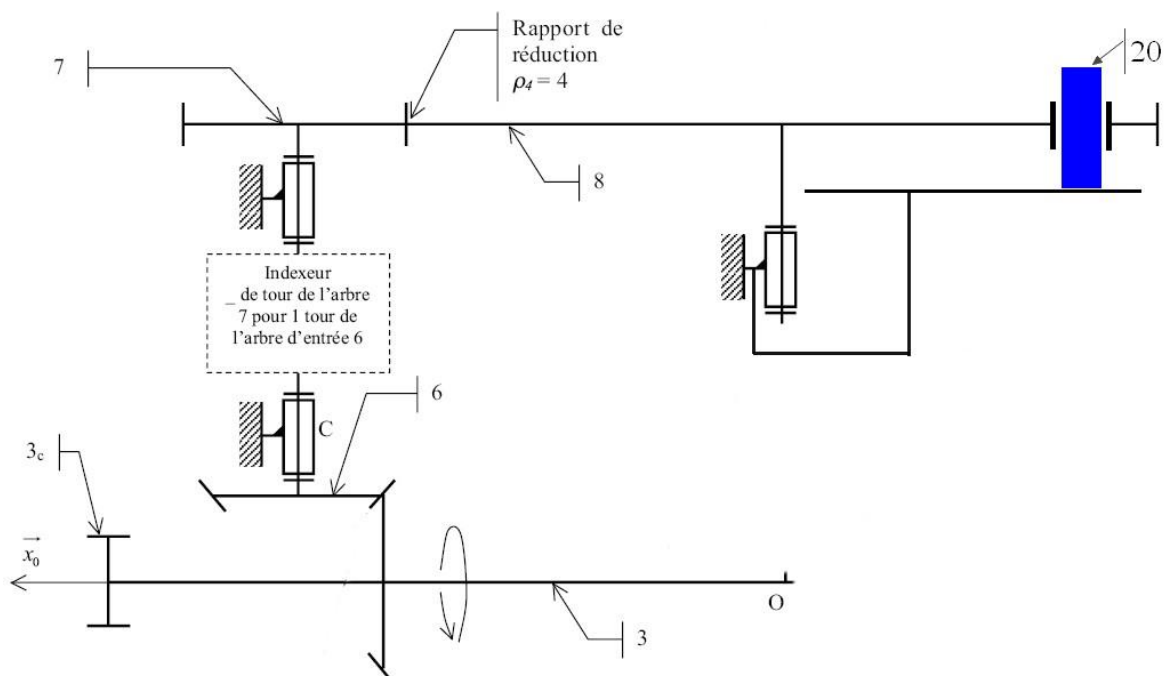
EXERCICE 2 : Etude d'une chaîne de production de flacons de parfums

1. Présentation

Le système étudié, défini sur la figure, est un sous-ensemble d'une unité de production de vaporisateurs de parfum à pompe manuelle. Pour cette étude, le système est configuré pour la production de vaporisateurs de 100 ml avec une cadence de 1800 vaporisateurs par heure. Les flacons sont placés dans des alvéoles (16 alvéoles) d'un plateau, nommé plateau alvéolé, tournant autour d'un **axe vertical** et qui vient les placer successivement sous les différents postes. Pendant toute la production d'un vaporisateur, le flacon est placé sur un support. On nommera par la suite, flacon, noté **20**, l'ensemble {flacon+support}.

Le mouvement de rotation continue de l'arbre **3** est transformé en une rotation discontinue, d'axe vertical (O, \vec{z}_0), du plateau alvéolé **8**, par l'intermédiaire :

- ✓ d'un renvoi d'angle de rapport $\rho_3 = 1$;
- ✓ d'un indexeur Ferguson permettant d'obtenir, pour le temps nécessaire à la rotation d'un tour de son arbre d'entrée **6** :
- ✓ une rotation de son arbre de sortie **7**, d' $1/4$ de tour pendant $1/5^{\text{ème}}$ de ce temps ;
- ✓ un arrêt de cet arbre **7**, pendant les $4/5^{\text{ème}}$ restant ;
- ✓ d'un réducteur à engrenage cylindrique de rapport $\rho_4 = 4$;



2. Réalisation de la fonction « Entraîner le plateau alvéolé »

Objectif : Déterminer la puissance nécessaire à l'entrée de l'indexeur (arbre) pour évaluer la part de la puissance du moteur électrique consommée par la mise en rotation du plateau alvéolé.

Le système isolé, nommé « sous-ensemble » est constitué :

- du plateau alvéolé **8** équipé de sa roue dentée, modélisé par un cylindre homogène en acier ($\rho = 7800 \text{ kg.m}^{-3}$ de diamètre, $d_8 = 580 \text{ mm}$ et d'épaisseur $e_8 = 20 \text{ mm}$;
- de flacons $N_{bv} = 15$, repérés **20**, (ensemble flacon-support). Chaque flacon est modélisé par une masse ponctuelle, $m_{20} = 0,5 \text{ kg}$, située dans le plan médian horizontal du plateau alvéolé et au rayon $r_{20} = 276 \text{ mm}$;
- de l'arbre de sortie de l'indexeur **7**, équipé de son pignon, dont la masse sera négligée.

Hypothèse : lors de la rotation du plateau alvéolé, le flacon glisse sur le bâti. Le facteur de frottement de glissement au contact du flacon sur le bâti est estimé à $f_{20/0} = 0,15$. Toutes les autres liaisons sont supposées parfaites.

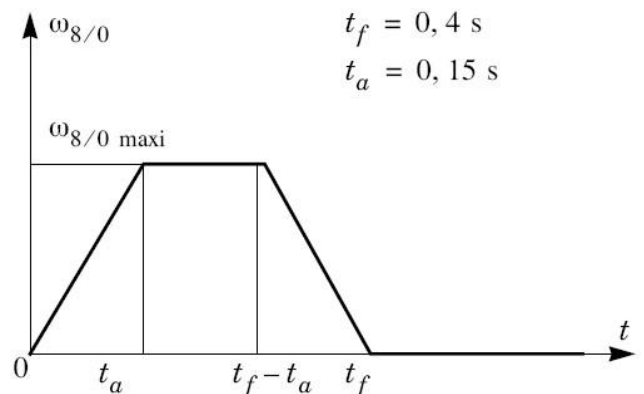
Notations :

$R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ Repère lié au bâti ;

$\vec{\Omega}_{3/0} = w_{3/0} \cdot \vec{x}_0$ vitesse angulaire de l'arbre **3** par rapport au bâti **0** ;

$\vec{\Omega}_{8/0} = w_{8/0} \cdot \vec{z}_0$ vitesse angulaire du plateau alvéolé **8** par rapport au bâti ; $w_{8/0} > 0$;

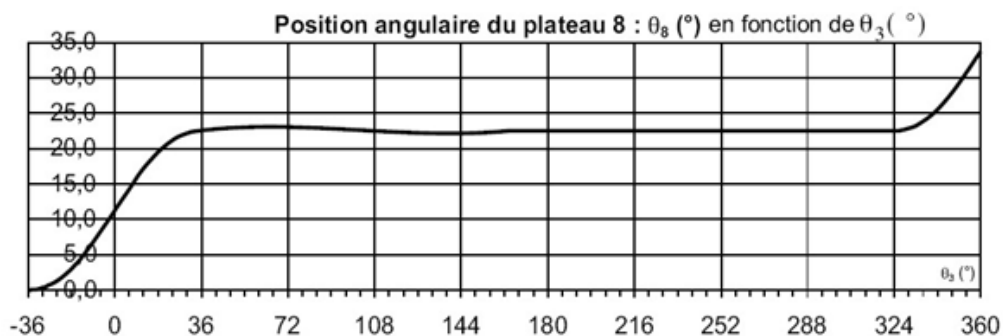
$\vec{\Omega}_{7/0} = w_{7/0} \cdot \vec{z}_0$ vitesse angulaire de l'arbre de sortie de l'indexeur **7** par rapport au bâti ;



Q1 : Donnez l'expression littérale puis calculez la valeur du moment d'inertie J_E , de l'ensemble E autour de l'axe (O, \vec{z}_0) . On donne $J_8 = \frac{m_8 \cdot r_8^2}{2}$. Pour cela, on pourra calculer l'Ec totale et en déduire l'inertie équivalente ramenée à la vitesse de rotation du plateau **8**. On n'oubliera pas de bien prendre en compte tous les flacons dans ce calcul.

La loi de mouvement imposée au plateau alvéolé **8**, est modélisée par la loi en trapèze ci-dessus.

Q2 : (QUESTION INDEPENDANTE DU RESTE) Après avoir retrouvé, sur la figure ci-dessous, le déplacement angulaire θ_8 , du plateau 8 pendant le temps t_f , exprimez puis calculez la valeur maximum de la vitesse angulaire du plateau $w_{8/0 \text{ maxi}}$.



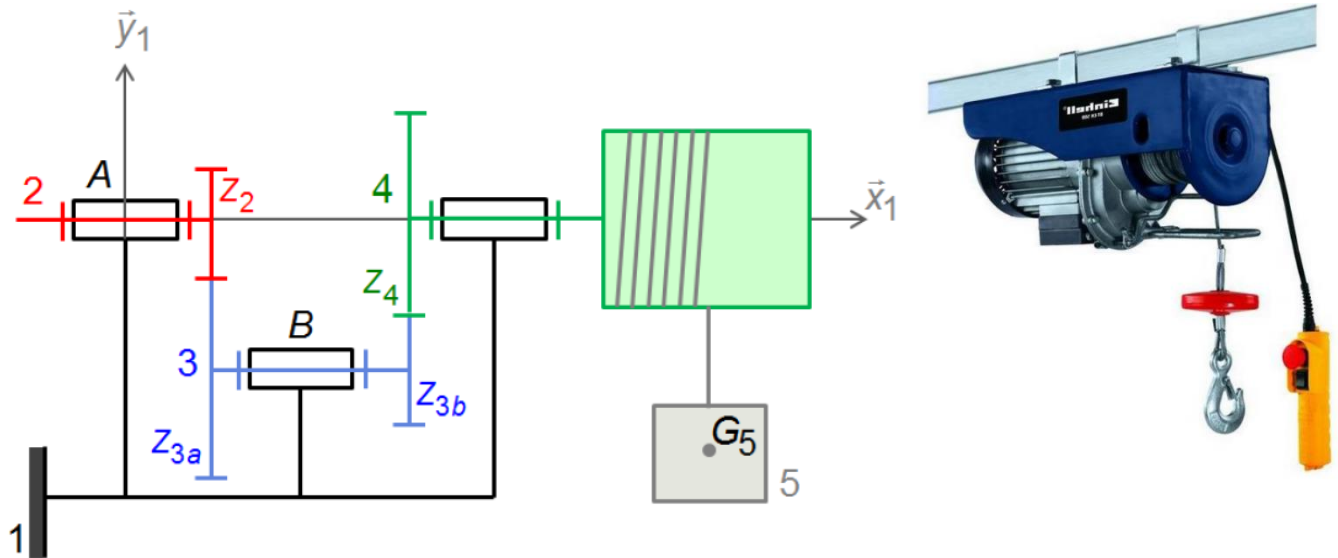
Q3 : Appliquez le théorème de l'énergie cinétique au système isolé E pour déterminer l'expression littérale du couple installé sur l'arbre de sortie de l'indexeur C_7 . Calculez la valeur de C_7 en phase d'accélération (on prendra $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$). Pour cela, calculez l'Ec totale en écrivant avec en fonction

de J_E (inertie équivalente) ramenée à la vitesse du plateau 8. Calculer ensuite les P_{ext} (en prenant en compte le frottement dans la liaison adéquate) et P_{int} . Appliquer le TEC pour trouver la relation souhaitée.

Q4 : Pour un rendement global de l'indexeur égal à $\eta_i = 0,8$, calculez la valeur maximum de la puissance P_6 , nécessaire au niveau de l'arbre d'entrée 6, de l'indexeur.

EXERCICE 3 : Etude d'un Treuil de levage

On s'intéresse à un treuil dont la photo et le modèle cinématique sont donnés ci-dessous :



- Le bâti 1 est fixe. On lui associe un repère $(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
- Un arbre moteur denté 2, de masse m_2 , est en liaison pivot d'axe (A, \vec{x}_1) avec le bâti 1. Cet arbre 2 est animé d'un mouvement de rotation par rapport au bâti 1 grâce à un moteur électrique. On note G_2 son centre d'inertie supposé sur l'axe de rotation, J_2 son moment d'inertie par rapport à l'axe (G_2, \vec{x}_1) et Z_2 le nombre de dents de la roue dentée solidaire de cet arbre 2.
- Un arbre intermédiaire 3, de masse m_3 , est en liaison pivot d'axe (B, \vec{x}_1) avec le bâti 1. On note G_3 son centre d'inertie supposé sur l'axe de rotation et J_3 son moment d'inertie par rapport à l'axe (G_3, \vec{x}_1) . Sur cet arbre 3 sont fixées deux roues dentées en prise avec les roues dentées des arbres 2 et 4. Les nombres de dents de ces deux roues dentées sont respectivement Z_{3a} et Z_{3b} .
- Un tambour 4 de rayon R , sur lequel s'enroule un câble, est en liaison pivot d'axe (A, \vec{x}_1) avec le bâti 1. On note G_4 son centre d'inertie supposé sur l'axe de rotation, J_4 son moment d'inertie par rapport à l'axe (G_4, \vec{x}_1) , m_4 sa masse et Z_4 le nombre de dents de la roue dentée solidaire du tambour 4.
- Une charge 5, de masse m_5 , est attachée au bout d'un câble supposée inextensible enroulé sur le tambour 4. La masse de ce câble est négligeable. On note G_5 le centre d'inertie de la charge 5.

On note g l'accélération de la pesanteur orientée suivant $-\vec{y}_1$.

On note C_m le couple exercée par le moteur.

Objectif : déterminer la loi entrée-sortie en effort $C_m = f(M)$ en vue de dimensionner le moteur électrique.

Dans première approche, on suppose que toutes les liaisons sont supposées parfaites.

Q1 : Déterminer la relation entre $v_{5,1}$ la vitesse de déplacement de la charge par rapport au bâti et $\omega_{2/1}$ la vitesse de rotation du moteur. *Pour cela, calculer d'abord le rapport de réduction global puis trouver la relation entre une vitesse de translation et une vitesse de rotation. Vous pourrez ainsi trouver la relation demandée.*

Q2 : Déterminer la loi entrée/sortie recherchée. Interpréter les différents termes trouvés.

Pour cela :

- Représenter dans un premier temps le graphe des liaisons pour vous aider à bien modéliser le système.
- Après avoir choisi l'ensemble de solides à isoler, calculer l'énergie cinétique globale en fonction des énergies cinétiques de chaque solide qui sont à déterminer.
- Avec la question précédente, exprimer l'énergie cinétique globale en fonction de $\omega_{2/1}$ et d'un gros terme qui sera l'inertie équivalent ramenée au moteur.
- Calculer les P_{ext}
- Calculer les P_{int}
- Appliquer le TEC et en déduire la loi entrée sortie souhaitée.
- Analyser le résultat comme demandé dans la question.

Dans une deuxième approche, on suppose un couple résistant au niveau de la liaison tambour-bâti qui est dû à un phénomène visqueux (en rotation) caractérisé par un coefficient μ .

De plus, on tient compte du rendement de chaque engrenage du réducteur $\eta_1 = \eta_2 = 0.9$

Q3 : Modifier la loi entrée/sortie obtenue précédemment en tenant compte de ces nouvelles hypothèses.

Pour cela :

- Penser à incorporer le coefficient visqueux dans la P_{ext} bien choisie.
- Penser à incorporer le rendement dans les P_{int} des liaisons engrenages qui interviennent dans l'ensemble isolé.
- Re-appliquer le TEC et obtenez la nouvelle loi entrée/sortie.