

DS2 MPSI (2H) : Ingénierie Système / Automatique

**UN DEVOIR SURVEILLE COMMENCE TOUJOURS
PAR LA LECTURE ENTIÈRE DE L'ÉNONCÉ**

ATTENTION : LES RESULTATS DOIVENT ÊTRE ENCADRÉS

**UNE ATTENTION PARTICULIÈRE SERA PORTÉE
SUR LA PRÉSENTATION ET LA LISIBILITÉ DES COPIES**

CALCULATRICES INTERDITES !!

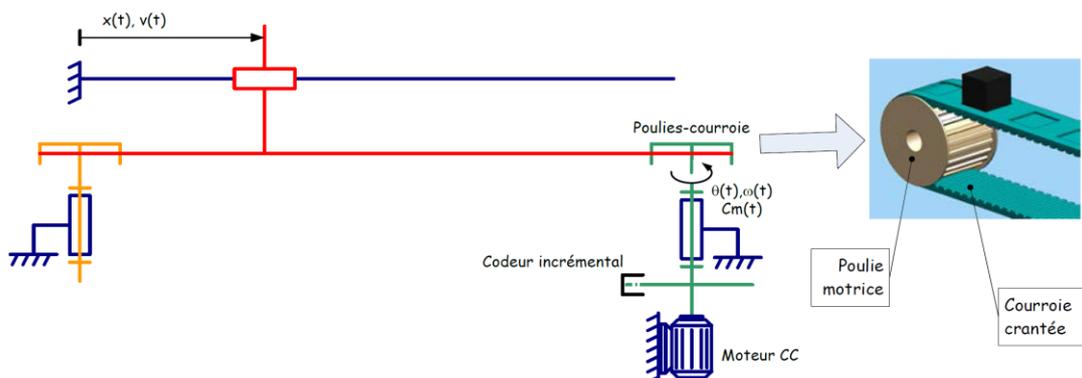
Exercice 1 : Etude d'un axe linéaire :

L'axe linéaire étudié ici est utilisé dans l'industrie pour réaliser des opérations de "pick and place" c'est-à-dire des opérations dans lesquelles une pièce, au cours de sa fabrication, doit être saisie puis déplacée le plus rapidement possible entre deux postes d'assemblage. Dans ce contexte d'utilisation, la particularité mécanique tient au fait que les efforts résistants extérieurs exercés sur l'axe sont nuls : le moteur sert uniquement à vaincre les résistances inertielles.

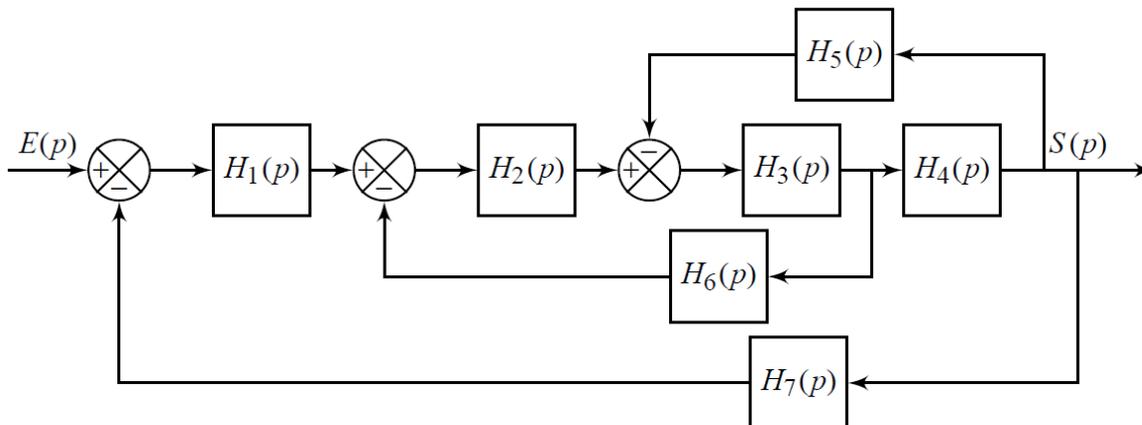


La rotation du moteur entraîne la poulie motrice en rotation. La courroie crantée est alors entraînée en translation. Le chariot est solidaire de la courroie et se déplace également en translation. Un capteur de vitesse linéaire relève la vitesse du chariot.

Schématisation :



Q1 : Compléter la chaîne de puissance et d'information sur le **DOCUMENT REPONSE**. Penser à bien mettre le titre de chaque case et de remplir également tous les liens entre les boîtes.

Exercice 2 : Réduction de schéma bloc :

Q1 : Par la méthode de votre choix, donner l'expression de la transmittance $H(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$

Si vous donner directement le résultat, vous n'aurez aucun point. Je veux :

- **Pour la méthode par les équations : savoir où sont les $\epsilon_1, \epsilon_2, \text{etc...}$ et écrire les équations obtenues avant de partir dans les calculs.**
- **Pour la méthode par le schéma-bloc : voir les changements de schéma-bloc A CHAQUE ETAPE et entourer en pointillés les FTBF.**

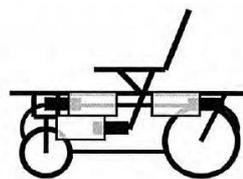
Exercice 3 : TOP CHAIR :

PRESENTATION.

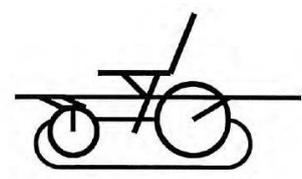
La loi du 11 février 2005 est l'une des principales lois sur les droits des personnes handicapées, depuis la loi de 1975. Elle réaffirme que les locaux d'habitation, les établissements accueillant du public, les lieux de travail notamment, doivent être accessibles (dans un délai maximum de 10 ans) à toute personne quelque soit son handicap.

En 2013, deux ans avant l'échéance de mise aux normes, de nombreux bâtiments sont encore inaccessibles aux personnes à mobilité réduite, les obstacles majeurs étant souvent les escaliers à franchir. Le fauteuil "TOPCHAIR" permet d'y remédier. C'est un fauteuil électrique qui a la particularité de pouvoir monter et descendre les escaliers grâce à un système de chenilles.

Celui-ci peut passer d'un "mode route" (équivalent à un fauteuil roulant classique) à un "mode escalier" (sur chenilles) grâce à une combinaison vérins électriques. Ces actionneurs permettent de rentrer les trains avant et arrière.



« mode route »



« mode escalier »

Un joystick permet à l'utilisateur de choisir sa direction de déplacement en délivrant une commande variable aux moteurs à courant continu.

Pour permettre l'automatisation de ce fauteuil, une carte électronique gère la commande des vérins et délivre la puissance nécessaire aux moteurs des roues et chenilles (suivant le mode de déplacement sélectionné). Des capteurs infrarouges sont positionnés à divers endroits du fauteuil afin de détecter les marches d'escaliers.

Etude de l'asservissement en vitesse du fauteuil.

Objectif : Vérifier les performances énoncées dans l'extrait du cahier des charges ci-dessous.

Fonction	Critères	valeurs
Permettre à l'utilisateur de se déplacer en respectant la consigne de vitesse.	Précision : erreur statique consécutive à un échelon de consigne Ω_{cons} ($\epsilon_s = \lim_{t \rightarrow \infty} \Omega_{cons}(t) - \Omega_r(t)$)	$\pm 10\%$
	Rapidité : Temps de réponse à 5% de l'asservissement en vitesse	$\leq 0,1$ s
	Amortissement : Dépassement transitoire de la vitesse finale	aucun

Remarque : On ne modélisera que le fonctionnement en "mode route"

Présentation :

Description de l'asservissement en vitesse d'un motoréducteur (moteur associé à un réducteur) entraînant une des deux roues arrière (voir schéma bloc page suivante) :

- La vitesse de rotation de l'arbre moteur $\omega_m(t)$ est mesurée par un capteur modélisable par une constante : K_{cap} . On notera $u_\omega(t)$ la tension de sortie du capteur.
- Cette mesure est comparée à la tension $u_{cons}(t)$ image de la consigne de vitesse $\omega_{cons}(t)$.
- L'écart $\epsilon(t)$ obtenu est alors corrigé pour élaborer la tension d'alimentation du moteur $u_m(t)$.
- La vitesse de rotation du moteur $\omega_m(t)$ est transmise à la roue arrière $\omega_r(t)$ par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport : K_r .

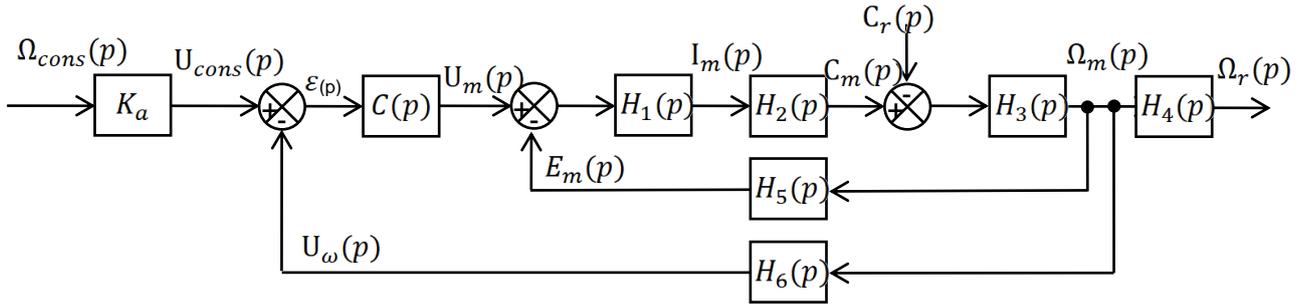
Les équations décrivant le comportement dynamique de cet asservissement sont données ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1) \quad u_m(t) = R \cdot i_m(t) + L \cdot \frac{di_m(t)}{dt} + e_m(t) \\ (2) \quad J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - c_r(t) \\ (3) \quad c_m(t) = K_c \cdot i_m(t) \\ (4) \quad e_m(t) = K_e \cdot \omega_m(t) \\ (5) \quad u_\omega(t) = K_{capt} \cdot \omega_m(t) \\ (6) \quad \omega_r(t) = K_r \cdot \omega_m(t) \end{array} \right.$$

- $u_m(t)$ est la tension aux bornes de l'induit (en V) ;
- $i_m(t)$ est l'intensité circulant dans l'induit (en A) ;
- $e_m(t)$ est la tension contre-électromotrice (en V) ;
- $\omega_m(t)$ est la vitesse de rotation de l'arbre moteur (en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$) ;
- $\omega_r(t)$ est la vitesse de rotation de la roue (en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$) ;
- $c_m(t)$ est le couple moteur (en $\text{N}\cdot\text{m}$) ;
- $c_r(t)$ est le couple résistant appliqué sur l'arbre moteur (en $\text{N}\cdot\text{m}$) ;
- $u_\omega(t)$ est la tension de sortie du capteur de vitesse
- R est la résistance de l'induit : $R = 0,2 \, \Omega$;
- L est l'inductance de l'induit : $L = 0,16 \cdot 10^{-3} \, \text{H}$;
- J est la moitié (car étude de l'asservissement d'un seul moteur) de l'inertie équivalente de l'ensemble du fauteuil en charge ramené à un arbre moteur : valeur à évaluer à la question 13 ;
- K_c est la constante de couple du moteur : $K_c = 0,2 \, \text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$;
- K_e est la constance de force contre-électromotrice : $K_e = 0,2 \, \text{V}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$;
- K_{capt} est le gain du capteur de vitesse : $K_{capt} = 0,2 \, \text{V}\cdot\text{s}\cdot\text{rad}^{-1}$;
- K_r est le rapport de réduction du réducteur de vitesse : $K_r = 1/25$;

Modélisation :

Notation : la transformée de Laplace d'une fonction temporelle $f(t)$ sera notée $F(p)$.



Question 1 : Transformer les 6 équations précédentes ((1) à (6)) dans le domaine de Laplace, en se plaçant dans les conditions de Heaviside.

Question 2 : Donner expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$ à $H_6(p)$ dans les conditions de Heaviside.

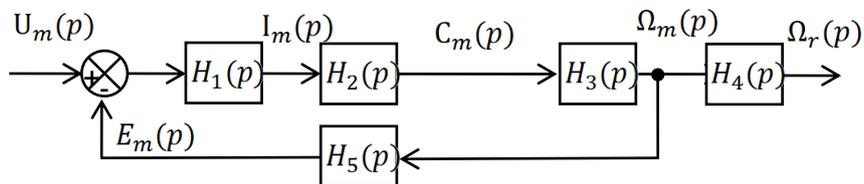
Question 3 : Quelle doit être l'expression du gain K_a pour que l'écart ε soit proportionnel à la différence $(\Omega_{cons} - \Omega_r)$?

Etude de la motorisation : étude en boucle ouverte

Dans le but d'identifier la valeur de l'inertie équivalente, on procède à quelques essais en boucle ouverte.

Le schéma bloc modélisant ce fonctionnement est donné ci-dessous :

On supposera dans toute la suite que $C_r = 0$.



Question 4 : Exprimer la sortie Ω_r en fonction de l'entrée U_m et des fonctions de transfert $H_1(p)$ à $H_5(p)$.

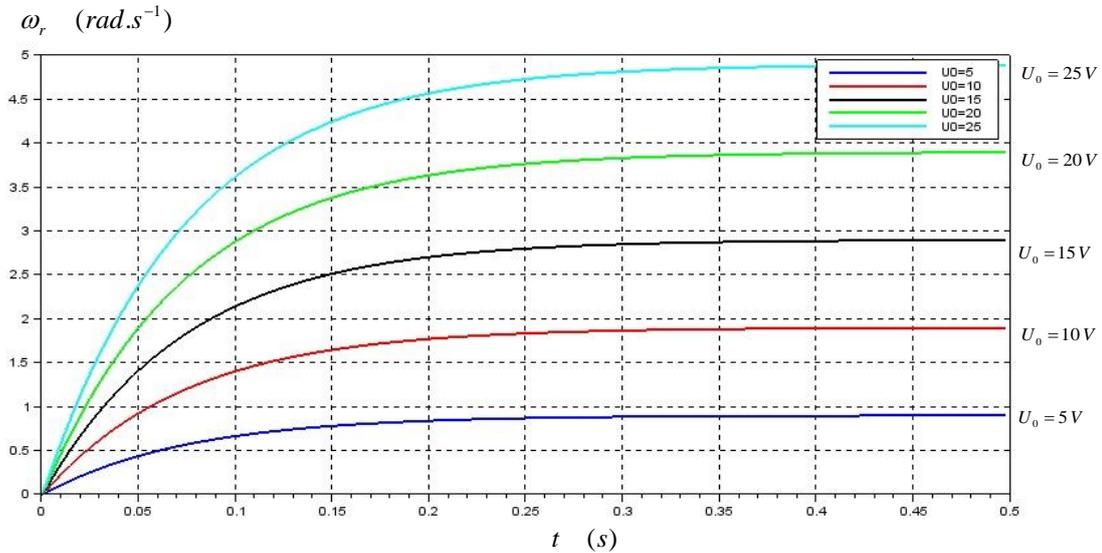
En remplaçant les différentes fonctions de transfert par leur expression, nous obtenons la relation suivante :

$$(7) \quad \Omega_r(p) = \frac{K_r K_c}{K_e K_c + J \cdot p \cdot (R + L \cdot p)} U_m(p)$$

Question 5 : Donner l'expression de la vitesse finale $\omega_{r\infty} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega(t)$ pour une tension de commande constante : $u_m(t) = U_0 \cdot u(t)$.

Le graphe ci-après représente la vitesse de rotation d'une roue pour différentes valeurs de la tension d'entrée U_0 .

Conditions initiales : Le fauteuil et son passager sont à l'arrêt sur un plan horizontal.



Question 6 : Tracer sur votre copie la caractéristique $\omega_{r\infty} = f(U_0)$ (graphique avec U_0 en abscisse et $\omega_{r\infty}$ en ordonnée). Et donner l'équation de la droite.

On peut négliger, en première approximation, l'effet de l'inductance L sur la réponse en vitesse. L'expression de la fonction de transfert du système est alors :

$$F(p) = \frac{\Omega_r(p)}{U_m(p)} = \frac{K_r}{K_e \cdot K_c + J \cdot R \cdot p} \quad (8)$$

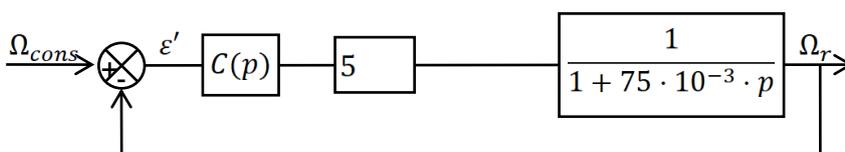
Question 7 : Mettre cette fonction sous une forme canonique de façon à identifier sa constante de temps (notée T).

Question 8 : Identifier T en utilisant le temps de réponse à 5% sur la courbe $U_0 = 25V$. En déduire une estimation de la valeur de l'inertie J. Pour cela, on rappelle que $t_{5\%} = 3T$.

Question 9 : Redémontrer la formule suivante $t_{5\%} = 3T$ pour un système du premier ordre. Avec $t_{5\%}$ correspondant au temps mis par notre système pour atteindre 95% de sa valeur finale, autrement dit : $\omega_r(t_{5\%}) = 0.95 \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_r(t) = 0.95 \omega_{r\infty}$

Etude de l'asservissement : étude en boucle fermée

En utilisant la relation (7) et les valeurs numériques, nous pouvons simplifier le schéma bloc de l'asservissement en vitesse :



- **Correction proportionnelle :** $C(p) = K_p$ avec $K_p \in \mathbb{R}^+$

Question 10 : Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO), notée FTBO(p).

Question 11 : Puis donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée (FTBF) :

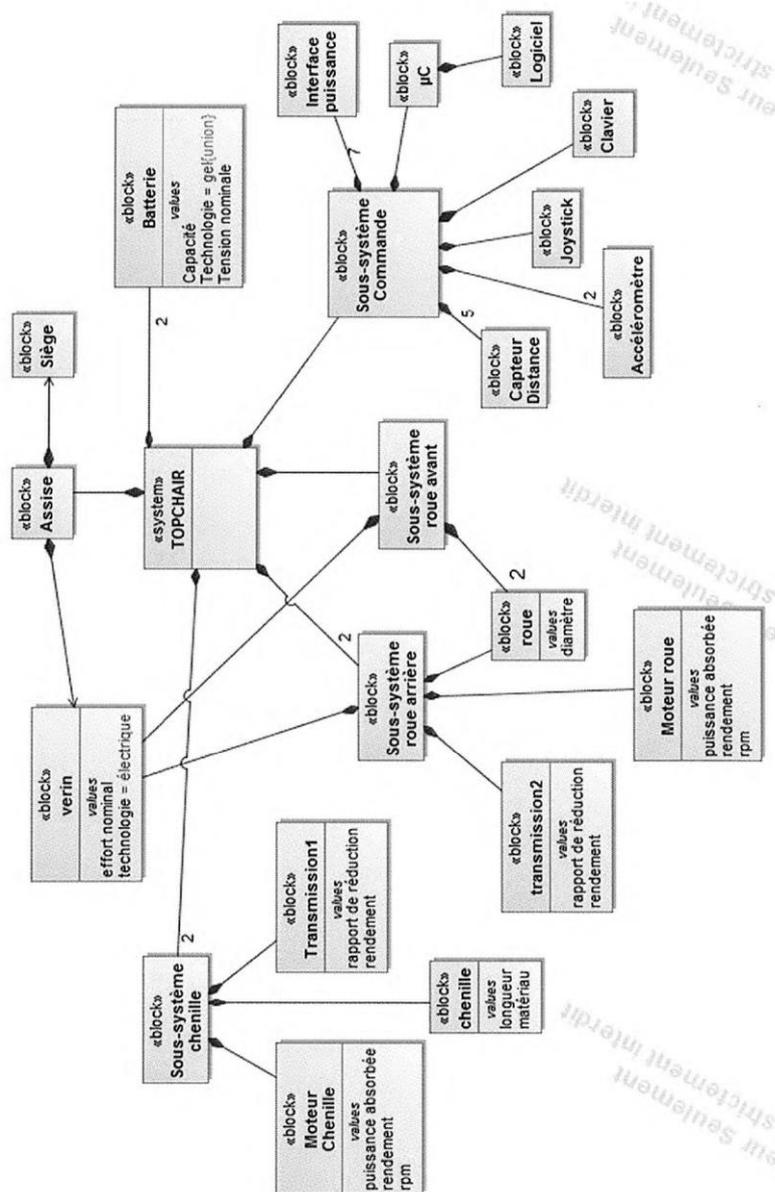
$$F_{BF}(p) = \frac{\Omega_r(p)}{\Omega_{cons}(p)} \quad (\text{A exprimer sous la forme d'une seule fraction})$$

Question 12 : Quelle doit être la valeur minimale de K_p pour satisfaire les critères de précision, rapidité et amortissement du cahier des charges ? Justifier votre réponse.

Question 13 : **BONUS (si vous avez tout fini)** Déterminer la réponse temporelle de Ω_r en utilisant la relation (8) pour une entrée échelon d'amplitude U_0 .

Question 14 : **BONUS (si vous avez tout fini)** Faire de même en utilisant la relation (7)

Diagramme de définition de bloc du fauteuil TOPCHAIR



Exercice 4 : Banderoleuse à plateau :

L'entraînement d'une banderoleuse à plateau tournant est assuré par un moteur associé à un réducteur (avec le plateau de sortie) de rapport $\lambda = 100$ (permet d'entourer des palettes, colis, objets divers d'un film de plastique).

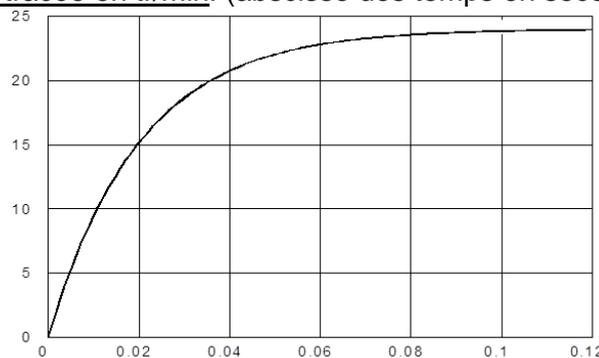
Etude de la boucle interne de vitesse

Un codeur de gain G_c délivrant 16 impulsions par tour permet de mesurer la vitesse du moteur.

Le signal délivré par le codeur est comparé à un signal de consigne V_c (donné en nombre d'impulsions).

Un amplificateur, considéré comme un gain pur K_v réglable est placé après le comparateur et délivre la tension d'alimentation du moteur.

Afin de régler l'amplificateur on effectue un test, en **chaîne directe**, de l'ensemble constitué de l'**amplificateur**, du **Moteur**, du **Réducteur** et du **plateau** de palettiseur lesté d'un ensemble de palettes correspondant à la charge maxi. Le signal test est un échelon de 48 V (tension d'alimentation nominale du moteur), la réponse donnant directement la vitesse de rotation du plateau est tracée en tr/min. (abscisse des temps en secondes)



Question 1 : Représenter le schéma bloc de la boucle de vitesse (entrée V_c , sortie vitesse de rotation Ω du plateau). Bien faire attention à la position du point de prélèvement pour le retour vers le capteur. **BIEN FAIRE ATTENTION POUR LE REDUCTEUR (avec plateau) QUE SA VALEUR DOIT ETRE INFERIEURE A 1 !! (Donc à vous de choisir entre λ ou $1/\lambda$).**

Question 2 : Identifier la réponse fournie et en déduire la fonction de transfert du moteur seul (Gain K_m , etc ...), si l'on considère ici que $K_v = 1$.

La vitesse maxi que l'on souhaite obtenir est 5 tr/min pour le plateau.

Question 3 : Déterminer la valeur maxi de la consigne V_c correspondant à cette vitesse, en fonction de K_v . Pour cela, on fera une étude en **chaîne directe**.

Question 4 : En déduire la valeur maxi de K_v de façon que la tension d'alimentation du moteur ne dépasse pas 48 V : valeur maxi autorisée en régime permanent.

Question 5 : Déterminer alors la fonction de transfert du système en boucle fermée $\frac{\Omega(p)}{V_c(p)}$. Identifier l'ordre du système et ses paramètres caractéristiques (indépendant de Q3 et Q4)

Question 6 : Calculer la valeur atteinte par la vitesse en régime permanent (pour une consigne en échelon d'amplitude 48 V) (on demande l'expression littérale) et en déduire l'erreur statique de cet asservissement de vitesse (expression littérale).