DEVOIR n°3 DE SII
MPSI - 3H-3H30

CINEMATIQUE

UN DEVOIR SURVEILLE COMMENCE TOUJOURS PAR
LA LECTURE ENTIERE DE L'ENONCE

ATTENTION : LES RESULTATS DOIVENT ETRE ENCADRES

UNE ATTENTION PARTICULIERE SERA PORTEE SUR LA PRESENTATION ET LA LISIBILITE DES COPIES

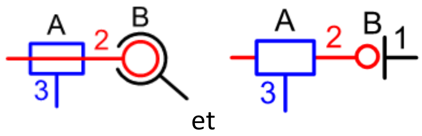
EXERCICE 1 : LIAISONS EQUIVALENTES

Liaisons équivalentes entre les solides 1 et 2

Tracer le graphe de liaisons associé.

Donner la liaison équivalente.

Liaisons équivalentes entre les solides 1 et 3



Tracez le graphe de liaisons associé.

Donner la liaison équivalente.

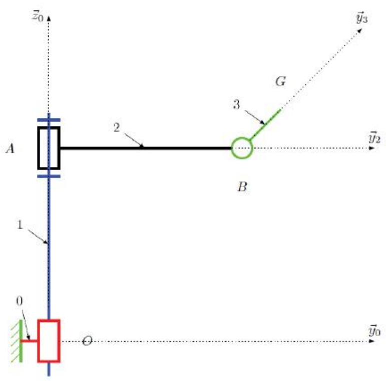
EXERCICE 2 : TRUBINE PELTON (EXO DU DM)

Des études vibratoires sont réalisées sur les turbines afin d'éviter les modes de résonance. En effet, si ceux-ci sont atteints, il y a risque d'endommagement de la turbine (cavité, propagation de fissures, voire ruptures,...), ce qui est bien entendu à proscrire.

Alors, afin d'étudier les vibrations d'une turbine, il faut se donner au préalable un modèle cinématique pour en déduire les vitesses et les accélérations qui seront utiles au dimensionnement de la turbine d'un point de vue dynamique.

Turbine Pelton

Ce modèle vous est donné ci-dessous :



On donne également les différents paramètres géométriques. On posera :

- $\overrightarrow{AB} = L_2.\vec{y_2}$
- $\overrightarrow{BG} = L_3.\vec{y_3}$

- Glissière de paramètre λ avec $\overrightarrow{OA} = \lambda.\vec{z_0}$
- Paramètre de la liaison pivot en A : α tel que $\alpha = (\overrightarrow{y_{0,1}}, \vec{y_2})$
- Paramètre de la liaison pivot en B : β tel que $\beta = (\vec{y_2}, \vec{y_3})$

2 Travail demandé

Question 1 Représenter le gaphe des liaisons

Question 2 Représenter les figures de changement de bases

Question 3 : Déterminer, par la méthode de votre choix, $\overrightarrow{V_{G\in 3/0}}$.

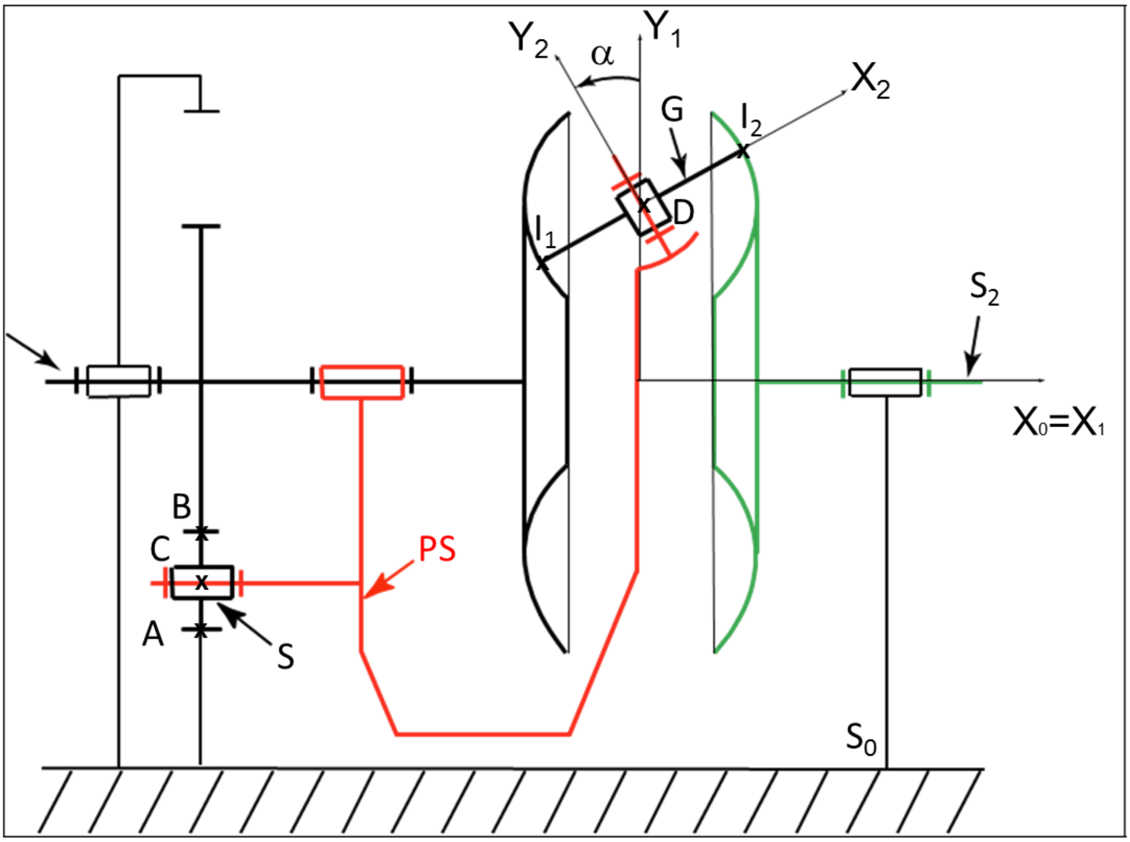
Question 4 : Déterminer $\overrightarrow{\Gamma_{G\in 3/0}}$.

EXERCICE 3 : CINEMATIQUE – DOUBLE TRAIN EPICYCLOIDAL

Le système étudié est un variateur continu de vitesse. L'objectif est de déterminer le rapport de réduction entre les vitesses de rotation de l'arbre d'entrée et de sortie en fonction d'un paramètre de réglage α et des caractéristiques géométriques (nombre de dents, longueurs).

Le variateur est décrit sur le schéma cinématique suivant, il comporte 2 sous-systèmes distincts :

- un train épicycloïdal à engrenage {S1, S, S0, PS}
- un système de variation continu par galet {S1, S2, S0, PS, G}



Le bâti est noté S0. L'arbre d'entrée (S1) et l'arbre de sortie (S2) sont en liaison pivot d'axe $(O,\vec{x})$ avec le bâti (S0). Le porte-satellite (PS) est en liaison pivot d'axe $(O,\vec{x})$ avec (S1).

Les vitesses de rotation sont notées :

- Pour S_1/S_0 : $\overrightarrow{\Omega_{S1/S0}} = \omega_{1/0}\,\vec{x}$
- Pour S_2/S_0 : $\overrightarrow{\Omega_{S2/S0}} = \omega_{2/0}\,\vec{x}$
- Pour PS/S_1 : $\overrightarrow{\Omega_{PS/S1}} = \omega_{PS/1}\,\vec{x}$ ou encore pour PS/S_0 : $\overrightarrow{\Omega_{PS/S0}} = \omega_{PS/0}\,\vec{x}$

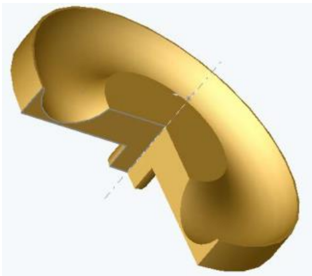
On associe le repère $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ au bâti S0

Sous-système 1 : train épicycloïdal

La rotation du porte satellite (PS) est obtenue à partir de la rotation de l'arbre d'entrée (S1) par l'intermédiaire d'un train épicycloïdal constitué d'un pignon satellite (S), en liaison pivot d'axe $(C, \vec{x})$avec (PS). (S) engrène avec (S1) en B et avec (S0) en A.

On note :

- Vitesse de rotation de S/PS : $\overrightarrow{\Omega_{S/PS}} = \omega_{S/PS}\,\vec{x}$
- Z1 nombre de dents de la roue dentée liée à S1
- Z0 nombre de dents de la couronne liée à S0
- Z nombre de dents du satellite S



Détail d'une surface torique liée à S_1 ou S_2

(1/4 enlevé)

Sous-système 2 : variateur à galet

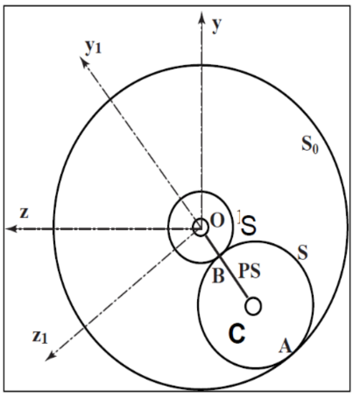
Le porte-satellite supporte des galets orientables tels que le galet (G). Le galet (G) est en liaison pivot d'axe $(D, \overrightarrow{y_2})$ avec (PS) et roule sans glisser en I1 et I2 sur deux surfaces toriques liées à (S1) et (S2).

On note :
- Vitesse de rotation de G/PS : $\overrightarrow{\Omega_{G/PS}} = \omega_{G/PS}\,\overrightarrow{y_2}$
- r le rayon du galet (centre D)
- $\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{y_1} = L$; $\overrightarrow{DI_2} = r\overrightarrow{x_2}$; $\overrightarrow{DI_1} = -\,r\overrightarrow{x_2}$
- $R_1(O, \vec{x}, \vec{y}_1, \overrightarrow{z_1})$ repère lié à PS
- $R_2(O, \overrightarrow{x_2}, \vec{y}_2, \overrightarrow{z_1})$ lié à PS et tel que $\alpha = (\vec{x}, \overrightarrow{x_2})$ (α est réglable mais supposé <u>constant</u> pendant le fonctionnement)

Graphe des liaisons

<u>Q1 :</u> Dessinez le graphe des liaisons complet du mécanisme.

Etude de l'étage de réduction de rapport fixe constitué d'un train épicycloïdal



L'objectif est de déterminer la vitesse de rotation du porte satellite (PS) en fonction de l'arbre d'entrée (S1) : $\frac{\omega_{PS/0}}{\omega_{1/0}}$

Q2 : Traduire la condition d'engrènement en B entre S1 et S. Donner la relation sur les vitesses de rotation en fonction des nombres de dents Z1 et Z.

Q3 : Traduire la condition d'engrènement en A entre S et S0. Donner la relation sur les vitesses de rotation en fonction des nombres de dents Z et Z0.

Q4 : En déduire le rapport de réduction du train épicycloïdal : $\frac{\omega_{PS/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction de Z0 et Z1.

Etude du variateur continu à galets

Le porte satellite supporte des galets qui roulent sans glisser.

Q5 : Quelle est la trajectoire du point D par rapport à $R(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$?

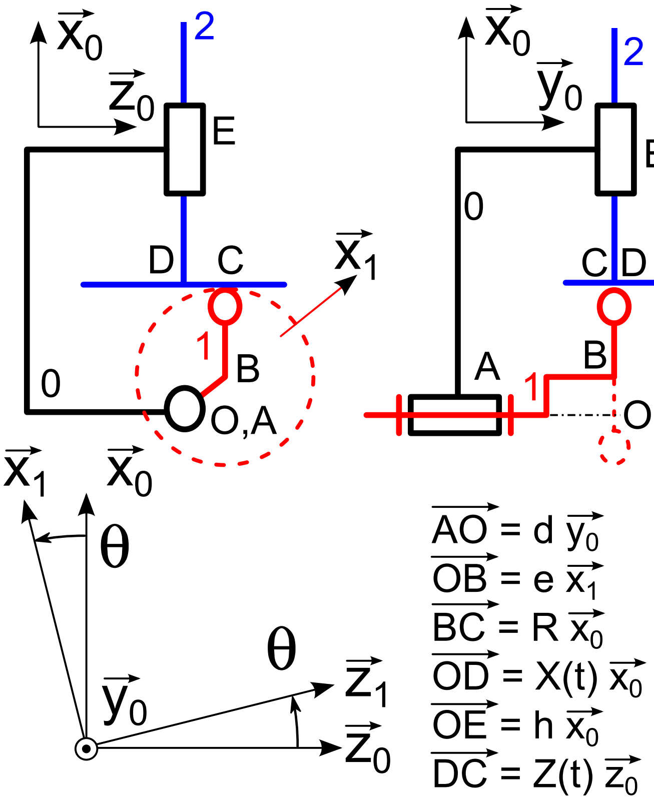
Q6 : En exprimant le fait qu'il y a roulement sans glissement en I1 entre le galet et la surface torique liée à (S1), trouvez une relation entre $\omega_{G/PS}$, $\omega_{PS/0}, \omega_{1/0},\ L,\ r\ et\ \alpha$.

Q7 : En exprimant le fait qu'il y a roulement sans glissement en I2 entre le galet et la surface torique liée à (S2), trouvez une relation entre $\omega_{G/PS}$, $\omega_{PS/0}, \omega_{2/0},\ L,\ r\ et\ \alpha$.

Synthèse

Q8 : En utilisant les relations obtenues dans les parties I et II, déterminer le rapport de réduction du mécanisme : $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction de Z1, Z0, $L,\ r\ et\ \alpha$.

EXERCICE 4 : LOI E/S



1 : excentrique (ou came) 2 : coulisseau.

Questions :

Q1 : Tracer le graphe des liaisons

Q2 : Poser les torseurs cinématiques associés à chaque liaison en précisant uniquement ce qui est nécessaire.

Q3 : Par fermeture cinématique déterminer la loi entrée sortie : $V_{20} = f(\omega_{10})$ et la vitesse de glissement en C : V_{z21}.

Q4 : Reprendre l'étude par une fermeture géométrique et retrouver le résultat $V_{20} = \dot{X}(t) = f(\omega_{10})$.