

DS4 MPSI (2H) : Cinématique

UN DEVOIR SURVEILLE COMMENCE TOUJOURS PAR LA LECTURE ENTIERE DE L'ENONCE

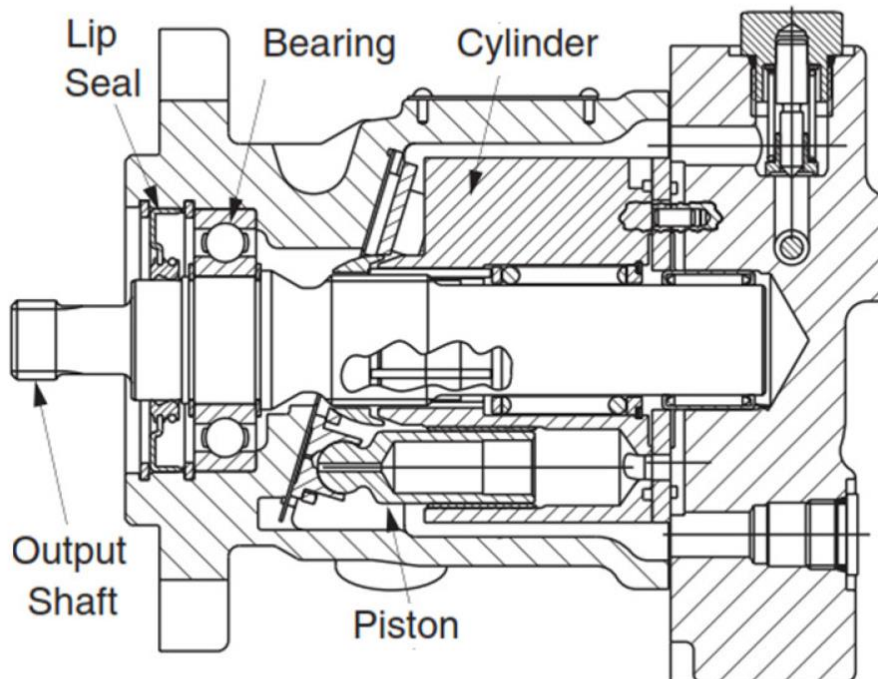
ATTENTION : LES RESULTATS DOIVENT ETRE ENCADRES

UNE ATTENTION PARTICULIERE SERA PORTEE SUR LA PRESENTATION ET LA LISIBILITE DES COPIES

CALCULATRICES AUTORISEES

Exercice 1 : MOTEUR HYDRAULIQUE :

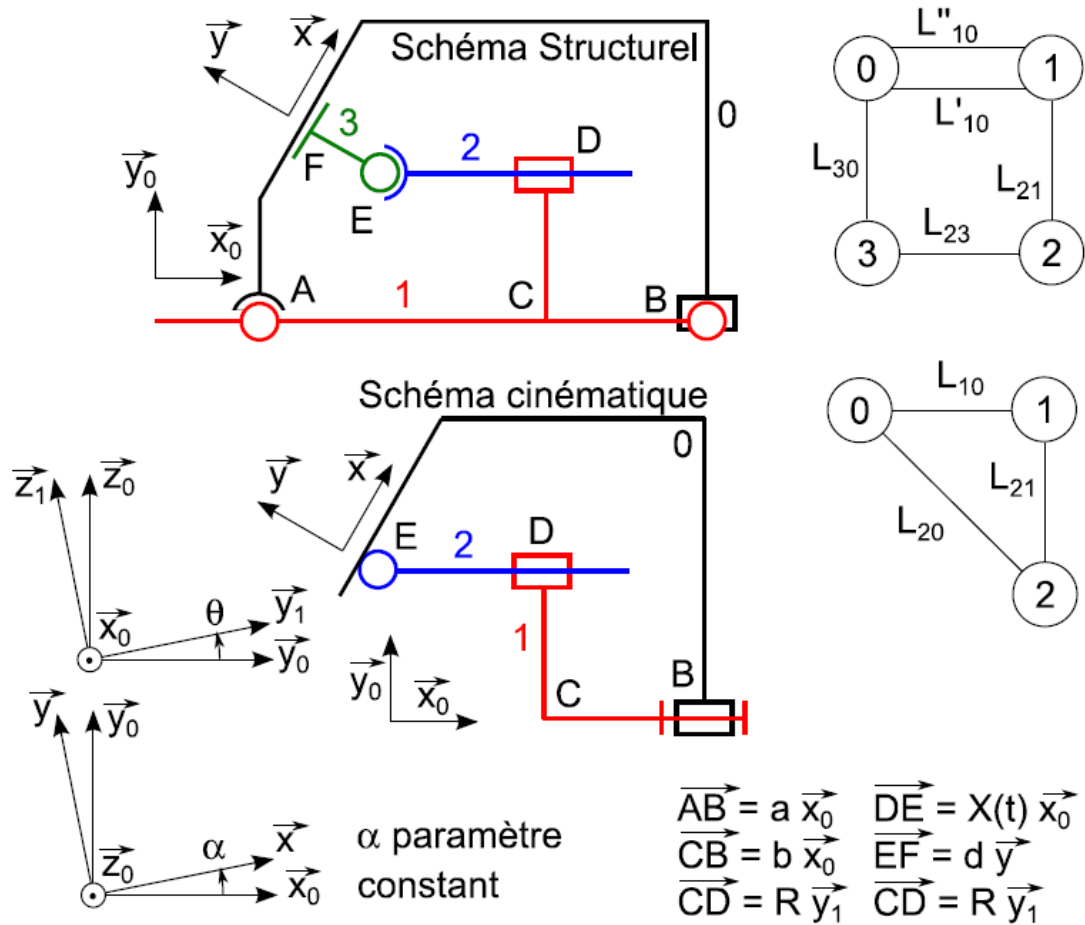
Le plan ci-dessous est celui d'un moteur hydraulique. Il convertit une puissance hydraulique ($P_h = \text{débit d'huile} \times \text{pression} = Q \times P = \text{m}^3/\text{s} \times \text{Pa}$) en puissance mécanique ($P_m = \text{couple} \times \text{vitesse de rotation} = C \times \omega = \text{N.m} \times \text{rd/s}$). On rencontre de tels actionneurs, délivrant un très fort couple à basse vitesse dans des domaines aussi variés que l'aéronautique, le militaire, le génie civil, ou les machines d'essais de laboratoire...). Les pressions sur le piston peuvent atteindre 500 ou 600 bars.



On fournit deux modèles mécaniques, le second se déduisant du premier :

Modèle structurel : L''_{10} = rotule de centre A, L'_{10} = Linéaire annulaire de centre B et d'axe x_0 , L_{21} = pivot glissant de centre D et d'axe x_0 , L_{23} = rotule de centre E et enfin L_{30} = appui plan de centre F et de normale y.

Modèle cinématique minimum : L_{10} = Pivot de centre B et d'axe x_0 , L_{21} = inchangée et enfin L_{20} = ponctuelle de centre E et de normale y.



Questions

- 1) Donnez les torseurs cinématiques associés à toutes les liaisons : L'_{10} , L''_{10} , L_{21} , L_{32} , L_{30} , L_{10} et L_{20} . Vous préciserez bien sur en quels points et dans quels repères ils gardent la même forme.
- 2) Démontrez que les liaisons parallèles L'_{10} et L''_{10} sont équivalente à L_{10} .
- 3) Démontrez que les liaisons séries L_{23} et L_{30} sont équivalente à L_{20} .
- 4) La pression moyenne, dans le moteur est de 300 bars. Le diamètre d'un piston est de 30 mm. Déterminez l'effort de poussée que fournira le piston et justifiez que l'on réalise la liaison L_{20} par le biais des liaisons séries L_{23} et L_{30} .

On exploite à présent le modèle cinématique réduit (L_{20} = ponctuelle de normale y en E, L_{10} pivot d'axe B x_0 , et L_{21} pivot glissant d'axe D x_0).

- 5) Justifiez que l'on effectue la fermeture cinématique en E.
- 6) Déterminez la vitesse de translation du piston V_{21} en fonction de ω_{10} , R, α et θ .
- 7) Déterminez littéralement la vitesse de glissement $\overrightarrow{V}(E,2/0)$ et $\|\overrightarrow{V}(E,2/0)\|$.
- 8) Application numérique : $R = 50$ mm, $\alpha = 70^\circ$, $\omega_{10} = 500$ tr/mn.

Calculez les maxima des vitesses à savoir, V_{21MAXI} et $\|\overrightarrow{V}(E,2/0)\|_{MAXI}$.

Exercice 2 : Loi entrée/sortie Capsuleuse de bocaux

Mise en situation

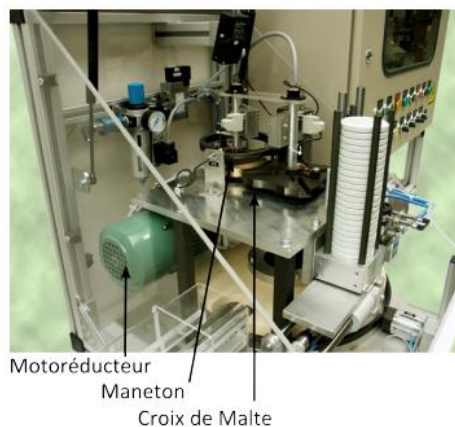


Le conditionnement de nombreux produits alimentaires est réalisé dans des bocaux en verre fermés par des capsules vissées. La société RAVOUX, spécialisée dans le conditionnement, a créé ce prototype afin d'optimiser ses machines de production. Elle est donc équipée de nombreux capteurs permettant, via un ordinateur, d'optimiser les paramètres de production tels que qualité totale, production maximale, ...

Le système de laboratoire proposé s'insère dans une chaîne de conditionnement de produits alimentaires, entre l'unité de remplissage des bocaux et le poste d'étiquetage. Sa fonction principale est la «fermeture étanche de bocaux préalablement remplis de produits alimentaires»

Ce système comprend plusieurs parties :

- un convoyeur linéaire d'alimentation des bocaux ;
- un système électromécanique de transfert et d'indexation des bocaux (moto-réducteur, mécanisme à Croix de Malte, étoile de transfert) ;
- un magasin de stockage des capsules ;
- une partie opérative pneumatique de pose et de vissage des capsules - vérin V1, tête de vissage comprenant les vérins V2 et VR, ventouse et vacuostat (le vacuostat est une cellule permettant d'assurer la mise en dépression de la ventouse afin d'effectuer la préhension de la capsule) ;
- un vérin de serrage des bocaux sous la tête de vissage ;
- un convoyeur linéaire d'évacuation des bocaux ;
- une partie commande par automate programmable Télémécanique TSX 37-10 64 entrées/sorties et un pupitre de commande.



On s'intéresse ici au système de croix de Malte. Il permet d'obtenir une rotation discontinue à partir d'un mouvement de rotation continue. Ainsi, pendant que la croix de Malte ne tourne pas, le système peut agir sur la matière d'œuvre (flacon).

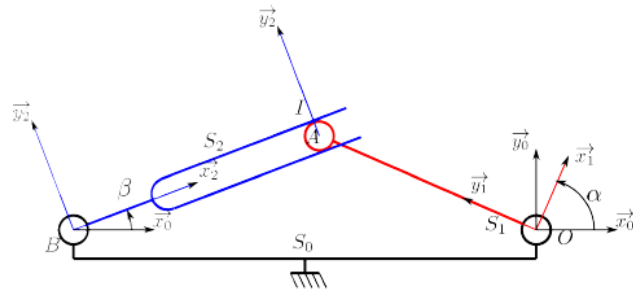
Lors de la rotation de la croix de Malte, la capsuleuse déplace deux flacons. Afin d'accroître la productivité, il faut diminuer la durée de cette phase. Cependant, si la croix de Malte tourne trop vite, les flacons basculent ce qui entraîne un mauvais fonctionnement du système. Ainsi, on désire que la **vitesse de la croix soit inférieure à 50 tours/minute**.

Modélisation sans galet

Afin de modéliser le système à croix de malte, on propose le schéma cinématique ci-contre.

On note :

- $\mathcal{R} = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère lié au bâti S_0 .
On note $\vec{OB} = -L\vec{x}_0$ avec $L = 145 \text{ mm}$;
- $\mathcal{R}_1 = (O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ le repère lié à l'arbre S_1 . On pose $\vec{OA} = R\vec{y}_1$ avec $R = 141 \text{ mm}$ et $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$. L'arbre S_1 est lié au motoréducteur de la capsuleuse. On a : $\dot{\alpha} = 10 \text{ tr/min}$;
- $\mathcal{R}_2 = (C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ le repère lié à l'arbre S_2 . On pose $\vec{BA} = \lambda(t)\vec{x}_2$, $\vec{AI} = r\vec{y}_2$ et $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2)$;



Q1 : Représenter les figures de projection.

Q2 : Etablir la loi E/S donnant β en fonction de α et des longueurs du système.

Q3 : Donner une méthode permettant de valider le cahier des charges vis-à-vis de la vitesse de rotation de la croix de malte.

Q4 : Donner l'expression du torseur cinématique de S_1 par rapport à S_0 au point I.

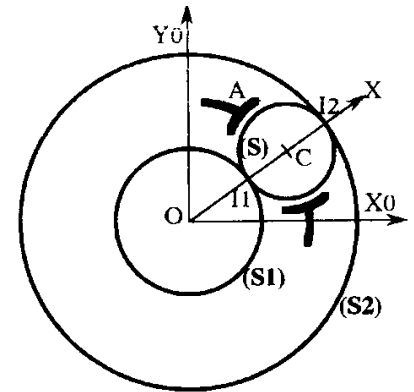
Q5 : Donner l'expression du torseur cinématique de S_2 par rapport à S_0 au point I.

Q6 : En déduire l'expression du torseur cinématique de S_2 par rapport à S_1 au point I et $\overline{V(I, S_2/S_1)}$ dans la base R_2 . On donne : $\vec{x}_1 = \cos(\alpha - \beta)\vec{x}_2 + \sin(\alpha - \beta)\vec{y}_2$

Exercice 3 : Étude du mouvement d'une bille dans un roulement à billes

Notons $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère lié au bâti (S0). Les deux bagues (S1) et (S2) ont une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec (S0).

$$\text{On pose : } \begin{cases} \vec{\Omega}_{(S1/S0)} = \omega_1 \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{\Omega}_{(S2/S0)} = \omega_2 \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{\Omega}_{(S/S0)} = \omega \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{\Omega}_{(S3/S0)} = \omega_3 \cdot \vec{z}_0 \end{cases}$$



Une bille (S) de centre C roule sans glisser en I_1 sur (S1) et en I_2 sur (S2).

Considérons un repère $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}_0)$ tel que \vec{x} ait même direction et même sens que \vec{OC} .

$$\text{On pose : } \begin{cases} \vec{OI}_1 = r_1 \cdot \vec{x} \\ \vec{OI}_2 = r_2 \cdot \vec{x} \end{cases}$$

La cage (S3) a un mouvement de rotation d'axe (O, \vec{z}_0) par rapport à (S0).

Questions

Q 1 En utilisant la trajectoire du centre C de la bille dans son mouvement par rapport à 0, déduire la direction de $\vec{V}_{C \in S/S0}$. On note $\|\vec{V}_{C \in S/S0}\| = V$

Q 2 Ecrire les conditions de roulement sans glissement en I_1 et I_2 .

Q 3 En utilisant les conditions de roulement sans glissement, écrire un système d'équation faisant intervenir $\omega_1, \omega_2, r_1, r_2, \omega, V$

Q 4 En déduire le torseur cinématique, au point C, du mouvement de la bille par rapport au bâti, en fonction de $\omega_1, \omega_2, r_1, r_2$.

Q 5 Déterminer la vitesse de glissement de la bille par rapport à la cage (S3) au point A, tel que $\vec{CA} = \frac{1}{2}(r_2 - r_1) \cdot \vec{y}$