

Concours blanc

Epreuve de sciences industrielles de l'ingénieur

PCSI 1 & 2 - MPSI

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Les candidats sont invités à **encadrer** les résultats littéraux et **souligner** les résultats numériques.

Toutes les réponses doivent être inscrites sur le document réponse.

Certaines questions sont très calculatoires, vous devez utiliser du brouillon !

Utiliser un stylo avec du contraste, pas de crayon papier !

Je ne lirai pas vos réponses si je juge que c'est illisible. Attention à vos développements de calculs, ils doivent être bien présentés et lisibles.

La taille des zones réponses ne présage pas de la longueur des réponses attendues, il y a souvent trop de place !

Contenu du sujet : 2 documents

- Énoncé pages 1 à 10 avec ANNEXES pages 11 à 19
- Document réponse de 8 pages

Il est conseillé de lire le sujet en entier avant de commencer à répondre aux questions.

Durée : 3h
Calculatrice autorisée



Micromanipulateur compact pour la chirurgie endoscopique

(MC²E)

L'objet de cette étude est un robot appelé MC²E utilisé en chirurgie endoscopique (**photo 1**). Ce type de robots médico-chirurgicaux est équipé de capteurs (caméra, capteur d'efforts...) permettant de **maîtriser les interactions avec des environnements souvent déformables et difficilement modélisables** comme le corps humain.



Photo 1 : Opération sur un mannequin

L'objectif de ce sujet est d'analyser, de comprendre et de justifier les choix structurels faits par les ingénieurs. Pour cela, on se basera sur la démarche de l'ingénieur :

- Les exigences et/ou performances souhaitées sont spécifiées tout au long du sujet;
- Des modèles et résultats analytiques ou simulés sont mis en place ;
- Des résultats expérimentaux sont proposés.

A chaque fois, on cherchera à quantifier les écarts entre les différents résultats obtenus par simulation et/ou expérimentation et les exigences et/ou performances souhaitées. **Les réponses apportées aux questions devront donc être rédigées dans cet esprit.**

1 Présentation générale du système MC²E

Objectif : *Analyser la structure matérielle du robot MC²E et la justifier vis-à-vis des exigences.*

Le robot MC²E a été développé au sein du laboratoire de robotique de l'université Paris Diderot.

1.1 Contexte

Le MC²E est utilisé pour une opération dite de cholécystectomie qui consiste à enlever la vésicule biliaire (voir **annexe 1 figure 1**).

La pratique d'une cholécystectomie **sans** assistance robotique nécessite la présence d'un chirurgien qui manipule les instruments chirurgicaux et d'un assistant pour positionner l'endoscope (caméra permettant de visualiser en temps réel la zone opérée). Plus précisément, le chirurgien :

- tire d'une main avec un premier instrument chirurgical la vésicule pour dégager la zone de dissection ;
- utilise un deuxième instrument chirurgical, avec l'autre main, pour détacher la vésicule du foie.

Un assistant doit être présent pour manipuler l'endoscope à la demande du chirurgien. Cette opération nécessite donc trois points d'incision (voir **annexe 1 figure 1**) : deux pour les instruments chirurgicaux et un pour l'endoscope.

*Dans le contexte de l'opération avec assistance robotisée, le robot MC²E est utilisé comme une **troisième main pour tirer la vésicule à la place du chirurgien**, au fur et à mesure que ce dernier détache, d'une seule main, la vésicule du foie.*

Le chirurgien, ayant une main libérée, peut positionner seul l'endoscope sans faire appel à un assistant.

1.2 Structure matérielle du robot MC²E

Le MC²E présente la particularité d'avoir quatre degrés de liberté : trois degrés de liberté en rotation et un degré de liberté en translation. On donne en **annexe 2** une description simple du robot et de l'axe en translation qui fera l'objet d'une étude approfondie.

La particularité de cette cinématique est qu'elle laisse fixe le point de concours des axes de rotation qui correspond au point d'incision. Ce point fixe est le point où se situe le trocart (voir **annexe 1 figure 3**), élément qui sert d'interface entre l'abdomen du patient et l'instrument chirurgical du robot.

Dans toute la suite du sujet, la classe d'équivalence cinématique liée à l'instrument chirurgical sera nommée pince et numérotée (4) pour simplifier les notations.

Le lieu de l'opération peut alors être atteint grâce à l'axe en translation au bout duquel se situe la pince.

1.3 Mode opératoire du MC²E

Le mode opératoire se décompose en quatre phases :

- **Phase 1** : Après avoir introduit le trocart, l'abdomen du patient est gonflé avec du CO₂. Celui-ci se montrera alors aussi stable et rigide que possible pour la réussite de l'opération ;
- **Phase 2** : Le MC²E est positionné sur l'abdomen du patient. Celui-ci est maintenu en position grâce à des sangles. Les trois axes en rotation sont alors asservis en position constante ;
- **Phase 3** : La pince est introduite dans le trocart au travers d'un guide (étanche). Une phase de calibration du robot utile à la compensation de pesanteur analysée par la suite, démarre ;
- **Phase 4** : Le chirurgien amène la pince du MC²E qui doit tirer la vésicule lors de l'opération.

L'axe en translation du MC²E entre alors en fonctionnement : il est asservi en effort constant pour tirer (ou pousser) la vésicule au fur et à mesure que le chirurgien utilise son bistouri pour détacher la vésicule du foie. L'**annexe 1 figure 2** décrit les principales exigences auxquelles est soumis le MC²E.

Q1 : Justifier simplement le choix d'un robot à point de concours fixe des axes de rotation, notamment vis-à-vis de la position de ce point par rapport au patient.

2 Validation des performances statiques des motorisations

Objectifs : *Modéliser le comportement statique du MC²E.
Valider par calcul simplifié de prédimensionnement la motorisation du MC²E et son codeur.*

L'**annexe 3** fournit le schéma cinématique simplifié et précise à seul titre d'information le paramétrage de la position relative des différents solides.

On se place ici en phase 2 : dans cette phase, les trois moteurs maintiennent la position du robot le plus précisément possible et ce malgré les perturbations qu'engendrent les actions de pesanteur. On précise que la pince (4) n'est pas encore introduite dans le trocart. Le schéma cinématique minimal est également proposé.

Hypothèses :

- Etant données la très faible amplitude des mouvements et leur faible évolution dans le temps, une étude quasi statique est suffisante ;
- Le point $O_0 = O_{0,1,2,3}$ est supposé fixe ;

- Les liaisons pivot et la liaison glissière sont toutes supposées parfaites (sans frottement).

Modélisation des actions mécaniques :

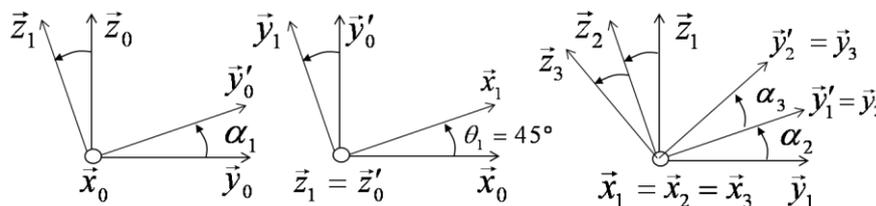
- Le moteur M1 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (1) par rapport à (0), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (1) dont l'action mécanique est notée : $\{\tau_{M1 \rightarrow 1}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{C}_{m01} = C_{m01} \vec{z}_1 \end{array} \right\}_{O_0}$
- Le moteur M2 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (2) par rapport à (1), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (2) dont l'action mécanique est notée : $\{\tau_{M2 \rightarrow 2}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{C}_{m12} = C_{m12} \vec{z}_2 \end{array} \right\}_{O_0}$
- Le moteur M3 et son réducteur, mettant en mouvement le solide (3) par rapport à (2), permettent d'exercer en sortie de réducteur un couple sur (3) dont l'action mécanique est notée : $\{\tau_{M3 \rightarrow 3}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ \vec{C}_{m23} = C_{m23} \vec{z}_3 \end{array} \right\}_{O_0}$

Dans la suite, on se limite à la vérification des performances statiques de l'axe 1 en rotation relatives à l'exigence 1.1.1. de l'annexe 1 figure 2.

Q2 : Proposer la démarche (solide(s) isolé(s), théorème(s) utilisé(s)) permettant de déterminer l'expression littérale du couple C_{m01} lors de la phase de maintien statique (sans les inconnues des actions mécaniques des liaisons pivot et glissière). Les calculs ne doivent pas être développés.

Modélisation simplifiée :

- On se place dans une configuration particulière telle que $\theta_1 = 45^\circ$ et $\theta_2 = \theta_3 = 0$. On donne pour cela les figures de calcul simplifiées ;



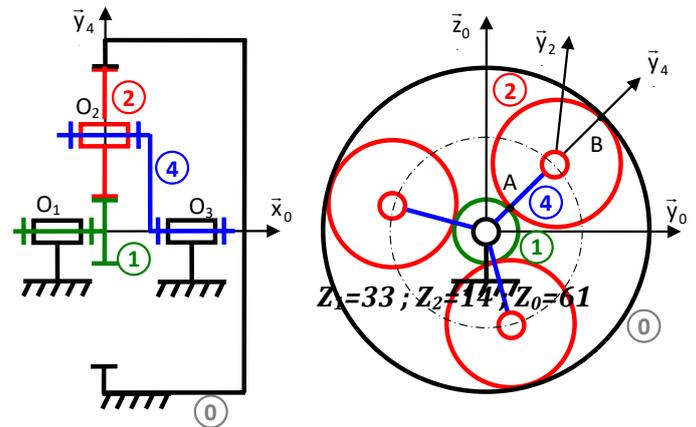
- Le centre d'inertie équivalent de l'ensemble matériel (1+2+3) est noté G . Pour la configuration étudiée, la position de G est considérée telle que $\overline{O_0G} = l \cdot \vec{z}_2$. La masse totale de cet ensemble est notée M . On prend $l = 5$ cm. Le champ de pesanteur est noté $-g \cdot \vec{z}_0$ (avec $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

Les caractéristiques et données numériques nécessaires pour répondre aux questions suivantes sont disponibles dans le diagramme d'exigence de l'annexe 1 figure 2 et dans le diagramme de définition de blocs de l'annexe 2 figure 2.

Q3 : Déterminer analytiquement en fonction de $g, l, M, \theta_1, \alpha_1$ et α_2 , l'expression littérale de C_{m01} lors de la phase de maintien statique. Effectuer l'application numérique.

Dans la suite, quelle que soit la valeur numérique trouvée à la question 3, on prendra $|C_{m01}| = 0,4 \text{ N.m}$

Le réducteur utilisé ici est composé de **4 étages identiques de train épicycloïdal**, un seul étage du train épicycloïdal est représenté sur la figure ci-contre, pour chaque étage 1 est l'entrée et 4 est la sortie :



Q4 : *Calculer ensuite le rapport total de réduction du réducteur. Faire l'application numérique.*

Q5 : *Vérifier enfin la bonne tenue du moteur M1 en terme de couple statique. On détaillera le raisonnement mis en place.*

Les caractéristiques du codeur (capteur de position en rotation de l'arbre moteur), monté sur l'arbre moteur, sont définies dans les **annexes 2 et 4**.

On s'intéresse à présent à l'exigence 1.1.2 de l'**annexe 1 figure 2**. Le maintien statique du MC²E ayant été analysé, on souhaite vérifier que le capteur utilisé pour contrôler celui-ci dispose d'une résolution suffisante (c'est-à-dire un nombre de positions détectées par tour suffisantes).

Q6 : *Déterminer la précision de mesure du codeur sur la position angulaire du moteur et conclure quant au choix du codeur retenu.*

3 Validation des performances géométriques et cinématiques du M²CE

Objectifs : *Modéliser la liaison entre l'abdomen et la pince (4) en analysant la chaîne ouverte de solides du robot. Analyser les conséquences de la fermeture de la chaîne par la liaison peau-trocart.*

L'**annexe 3** rappelle le schéma cinématique simplifié modélisant le robot lors de la phase 3. Dans cette phase, la pince du MC²E est dans l'abdomen du patient, via le trocart. On souhaite étudier ici quelques aspects de la géométrie et de la cinématique du robot liés notamment à la nécessité que le point d'incision $O_0 = O_{0,1,2,3}$ soit un point fixe.

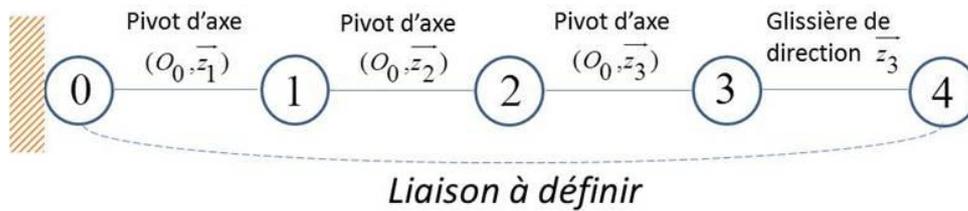
Notation : Le torseur cinématique du solide (i) par rapport au solide (j), réduit en P, sera noté :

$$\{V_{i/j}\} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{\Omega}(i/j) \\ \bar{V}(P,i/j) \end{array} \right\}_P = \left\{ \begin{array}{l} \omega_{xij} V_{xij} \\ \omega_{yij} V_{yij} \\ \omega_{zij} V_{zij} \end{array} \right\}_{(P, \bar{x}_k, \bar{y}_k, \bar{z}_k)}$$

Hypothèses :

- L'abdomen (0) est supposé fixe ;
- La pince (4) est déjà introduite dans l'abdomen (0) du patient ;
- Il n'y a pas encore de contact avec l'organe.

On donne le graphe des liaisons du mécanisme ainsi modélisé :



La liaison entre la pince (4) et l'abdomen (0) n'est pas définie ici car elle est complexe : elle est notamment imposée par la forme du trocart, que l'on suppose lié à l'abdomen du patient.

On va dans un premier temps considérer la chaîne ouverte de solides allant de (0) à (4) par l'intermédiaire des trois liaisons pivot et de la liaison glissière.

Q7 : On considère la chaîne ouverte de solides (0+1+2+3+4). Par la méthode de votre choix, établir le torseur cinématique de la liaison équivalente 4/0 noté $\{V_{4/0}^{eq}\}$.

On envisage deux modélisations pour la liaison entre la pince (4) et la peau de l'abdomen par l'intermédiaire du trocart :

- Modélisation 1 : liaison sphère-cylindre en O_0 d'axe (O_0, \vec{z}_3) ;
- Modélisation 2 : liaison libre.

Q8 : Dans le cadre des deux modélisations retenues, quelle est la mobilité cinématique de la chaîne fermée (càd le nombre de mouvements possible avec la liaison). Quelle modélisation vous paraît la plus proche de la réalité ? Argumenter votre réponse.

On souhaite maintenant calculer l'impact d'un léger défaut au niveau de la pince. On modélise alors un point P , légèrement déporté de O_4 suivant \vec{y}_4 .

Q9 : En supposant que $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$, calculer la vitesse de P appartenant à 4 par rapport à 0, $\vec{V}_{P,4/0}$ en fonction de $e, z, \dot{z}, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\theta}_3$

Q10 : Calculer ensuite l'accélération de P , $\vec{\Gamma}_{P,4/0}$ en supposant que $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. En utilisant les données de l'annexe 3 « en phase de mouvement », calculer la valeur numérique de la norme de cette accélération, $\|\vec{\Gamma}_{P,4/0}\|$. Conclure sur la dangerosité d'un léger défaut de l'outil de 0.1 mm pour le corps humain opéré, vis-à-vis d'une accélération de l'outil \ddot{z} .

4 Validation des performances de l'asservissement d'effort

On s'intéresse ici à la phase 4. Lors de l'opération envisagée, il est nécessaire de maintenir un effort constant au bout de la pince (4). Pour cela, on réalise un asservissement d'effort de l'axe en translation que l'on se propose d'étudier.

Le système est alimenté par un transformateur alternatif/continu. Un variateur permet de piloter le moteur M4. Une interface de communication entrée/sortie permet de coder les consignes d'effort et acquérir des grandeurs physiques. D'autre part, elle communique à la chaîne d'énergie, après traitement, des ordres définis par un ordinateur.

La description par diagramme partiel de définition de blocs de l'axe en translation est donnée en annexe 2 figure 2. Des modèles géométriques de cet axe sont donnés en annexe 5.

Q11 : Sur le doc réponse, compléter le schéma représentant les chaînes de puissance et d'information de cette chaîne fonctionnelle asservie en indiquant le nom des composants réalisant chacune des fonctions.

Lors de l'opération, il est essentiel de contrôler et réguler l'effort appliqué sur l'organe et donc indirectement l'effort fourni par le moteur M4. Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour la structure d'asservissement est donné **figure 1** :

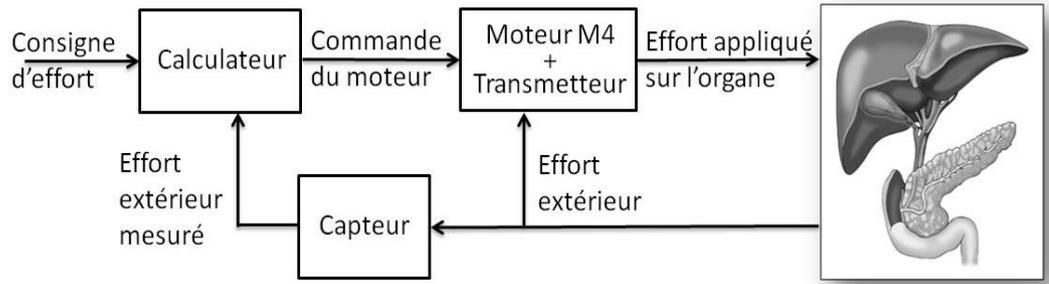


Figure 1 : Modèle de la commande en effort

A un effort de consigne va correspondre un effort appliqué sur l'organe pour l'extraire. C'est ce même effort qui est mesuré par le capteur d'effort. Celui-ci va alors générer un couple rapporté sur l'arbre du moteur M4.

On souhaite ici s'intéresser à la structure de commande retenue pour cette boucle d'asservissement. Les interactions avec l'organe étant par définition inconnues et complexes, on va régler le calculateur en se basant sur un montage d'essai mettant en interaction la pince (4) avec un ressort simulant la vésicule biliaire (raideur du ressort similaire à la raideur de la vésicule).

Le schéma-blocs fonctionnel retenu pour cette étude est donc le suivant :

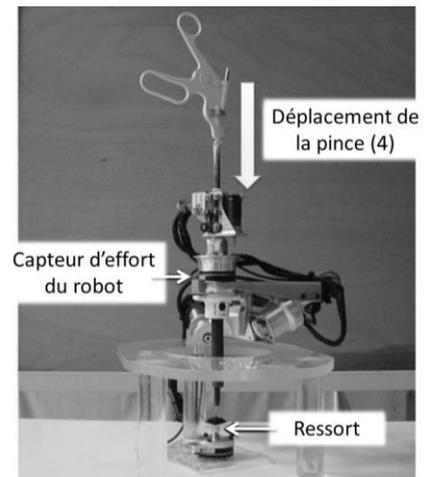


Photo 2 : Montage d'essai

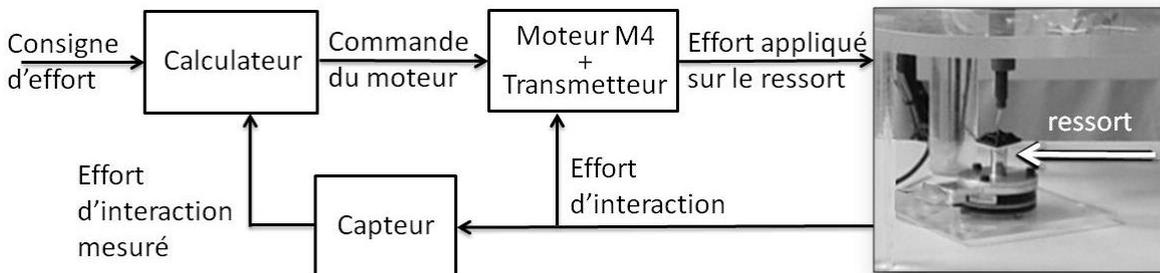


Figure 2 : Modèle de la commande en effort

4.1 Equation de mouvement

Objectif: Pour le montage d'essai, modéliser l'équation de mouvement et la caractériser en fonction des actions mécaniques extérieures, du couple moteur et des grandeurs cinétiques appropriées.

On rappelle que la transmission d'effort est représentée sur les **annexes 5**. Un schéma cinématique simplifié minimal de cet axe pour cette étude est proposé en **annexe 6**.

Hypothèses :

- La compensation de la pesanteur est parfaitement réalisée. **On ne tiendra pas compte des actions mécaniques dues à la pesanteur par la suite ;**
- Les axes de rotation du MC²E sont asservis en position. En conséquence, les repères liés aux solides (1), (2) et (3) de l'**annexe 3** seront supposés fixes par rapport au repère lié au bâti (0) dont le repère associé est supposé galiléen ;
- L'instrument chirurgical est vertical ;

- Toutes les courroies sont inextensibles et il n’y a pas de glissement entre les galets et les courroies ;
- Tous les galets G_i ont même rayon noté R_g et roulent sans glisser sur la pince (4) au niveau des points I_1 à I_6 ;
- La poulie réceptrice est liée à un pignon. Ce pignon entraîne un deuxième pignon de même rayon primitif pour assurer la transmission de puissance. Il n’y a pas de glissement en leur point de contact.

Remarque : Dans la suite, toutes les vitesses sont définies par rapport au bâti (0).

Modélisation simplifiée du problème :

- La vitesse de rotation du rotor moteur M4 par rapport à son stator fixe (lié au bâti (0)) est notée $\omega_m \cdot \vec{x}_0$ où $\omega_m(t) = \frac{d\theta_m(t)}{dt}$ (vitesse de rotation avant réduction) ;
- La poulie motrice a un rayon R_i et tourne à la vitesse $\omega_i(t)$ (vitesse de rotation après réduction) ;
- La poulie réceptrice a un rayon R_e et tourne à la vitesse $\omega_e(t)$;
- Les deux pignons en contact ont même rayon primitif, supposé égal à R_e ;
- Le couple du stator sur le rotor moteur M4 est noté $\vec{C}_m = C_m \cdot \vec{x}_0$;
- L’action mécanique qu’exerce le ressort sur la pince (4) est modélisable par un glisseur noté $\{T_{\text{ressort} \rightarrow 4}\} = \left\{ \begin{matrix} \vec{R}_{\text{ressort} \rightarrow 4} = -k \cdot z(t) \cdot \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{O_4}$ où O_4 est le point de contact entre la pince (4) et le ressort, k la raideur du ressort et $z(t)$ la variation de position de l’extrémité de (4) autour de la position d’équilibre ;
- On note $\vec{V}(O_4, 4/0) = v(t) \cdot \vec{z}_0 = \frac{dz(t)}{dt} \cdot \vec{z}_0$;
- Les masses des courroies sont négligées.

Données :

- J , inertie équivalente à l’ensemble en mouvement, ramenée sur l’arbre moteur ;
- $C_e(t)$, couple regroupant l’ensemble des couples extérieurs ramenés à l’arbre moteur, notamment fonction de la raideur du ressort.
- R_i , le rayon de la poulie d’entrée ;
- R_e , le rayon de la poulie de sortie ;
- R_g , le rayon de chaque pignon ;
- R_g , le rayon de chaque galet G_i ;
- m_4 , masse de la pince (4) ;
- $r = \frac{\omega_i}{\omega_m}$, rapport de réduction constant du motoréducteur.

L’équation de mouvement est définie par l’équation différentielle suivante : $J \cdot \frac{d^2\theta_m(t)}{dt^2} = C_m(t) - C_e(t)$

On donne également la relation issue des théorèmes de la mécanique suivante : $C_e(t) = \left(R_g \cdot \frac{R_i}{R_e} \cdot r \right)^2 \cdot k \cdot \theta_m(t)$

Q12 : Déterminer la relation entre $v(t)$ et $\omega_m(t)$ (cinématique). Sous hypothèse de conditions initiales nulles, en déduire la relation entre $z(t)$ et $\theta_m(t)$.

4.2 Modèle de connaissance de l'asservissement

Objectif: Modéliser l'asservissement en effort.

Pour la suite, on notera $\theta_m(p)$, $\Omega_m(p)$, $C_m(p)$ et $C_e(p)$ les transformées de Laplace des grandeurs de l'équation de mouvement.

Etant donné le résultat donné ci-avant, on pose $C_e(t) = K_{C\theta} \cdot \theta_m(t)$ où $K_{C\theta}$ est une constante positive.

La régulation se met alors sous la forme du schéma-blocs à retour unitaire simplifié **figure 3** :

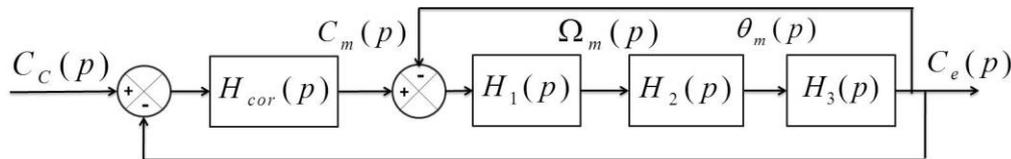


Figure 3 : Schéma-blocs de la régulation en effort

Avec :

- $C_e(p)$, couple de sortie mesuré par le capteur d'effort situé sur le MC²E ;
- $C_c(p)$, couple de consigne ; $C_m(p)$, couple moteur ;
- $H_{cor}(p)$, fonction de transfert du correcteur. Dans un premier temps, $H_{cor}(p) = 1$.

Q13 : Déterminer les expressions des fonctions de transfert $H_1(p)$, $H_2(p)$ et $H_3(p)$.

Q14 : Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ de l'asservissement d'effort. Quel sera le comportement de cet asservissement en réponse à un échelon de consigne ? On fournit l'annexe 8 pour vous aider. Conclure au vu du cahier des charges.

Pour remédier au problème ainsi mis en évidence, le concepteur a choisi de mettre en place une boucle interne numérique, dite tachymétrique, de gain B . On s'intéresse ici à la définition analytique de B .

Le schéma-blocs modifié est donné **figure 4** :

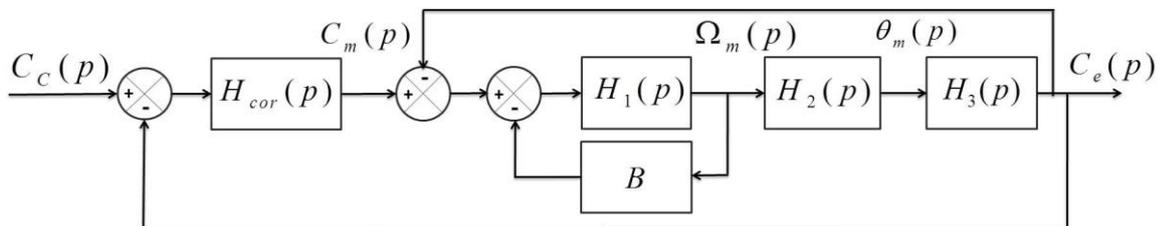


Figure 4 : Régulation avec retour tachymétrique

On règle B de telle façon que, pour $H_{cor}(p) = 1$, la fonction de transfert en boucle ouverte, notée

$$H_{BO}(p), \text{ puisse être mise sous la forme suivante : } H_{BO}(p) = \frac{1}{(1 + \tau \cdot p)^2}$$

Q15 : Donner l'expression analytique du gain B , en fonction de J et K_{c0} , permettant d'obtenir cette forme de fonction de transfert. En déduire l'expression analytique de la constante de temps τ .

Les exigences du cahier des charges sont données en **annexe 1 figure 2** (exigences 1.2.2.1 à 1.2.2.4). Afin de répondre à ces exigences, on choisit un correcteur proportionnel-intégral de gain K_i et de constante de temps T_i . Le schéma-blocs de la régulation se met sous la forme de la **figure 5** :

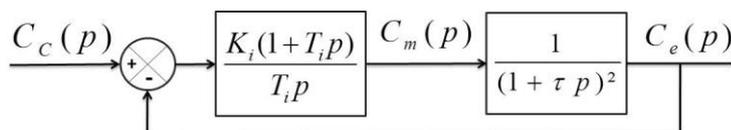


Figure 5 : Régulation avec correcteur PI

Q16 : Donner l'expression de l'erreur statique en réponse à un échelon de consigne. Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

On souhaite régler le correcteur pour que le système asservi ait une fonction de transfert en boucle fermée d'ordre 2 de la forme :

$$\frac{K_{BF}}{1 + 2 \frac{\xi_{BF}}{\omega_{0BF}} p + \frac{p^2}{\omega_{0BF}^2}}$$

On prendra pour la suite $T_i = \tau = 0,03s$.

Nous allons maintenant utiliser les courbes disponibles sur le **document réponse pour les questions 17 et 18**.

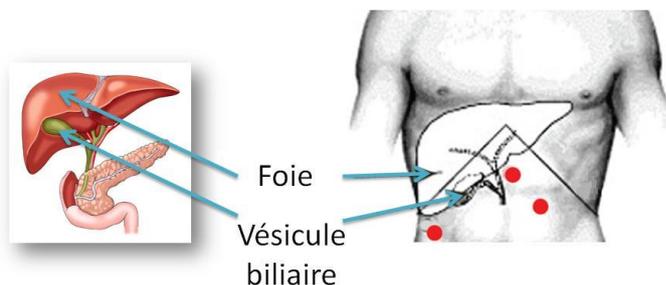
Q17 : Tracer sur le document réponse le diagramme de Bode en boucle ouverte pour $K_i = 1$.

Q18 : En utilisant les abaques situés dans la question 18 du document réponse, proposer un choix de réglage pour K_i permettant de vérifier toutes les performances (sauf la stabilité). Vérifier alors, sur les réponses fréquentielles en boucle fermée données en fin de question 18 pour différentes valeurs de K_i , que cette valeur de gain choisie donne un diagramme de Bode en boucle fermée vérifiant toutes les performances (sauf la stabilité).

Q19 : Remplir le tableau du document réponse dans la question 19 et conclure sur la validation des critères de performance (sauf la stabilité). Tracer l'allure de la réponse temporelle à un échelon C_{c0} en indiquant toutes les valeurs caractéristiques nécessaires.

FIN DU QUESTIONNAIRE

Annexe 1 : Présentation générale du système MC²E



Les points rouges représentent les points d'incision lors d'une opération sans MC²E

Figure 6 : Localisation du lieu de l'opération

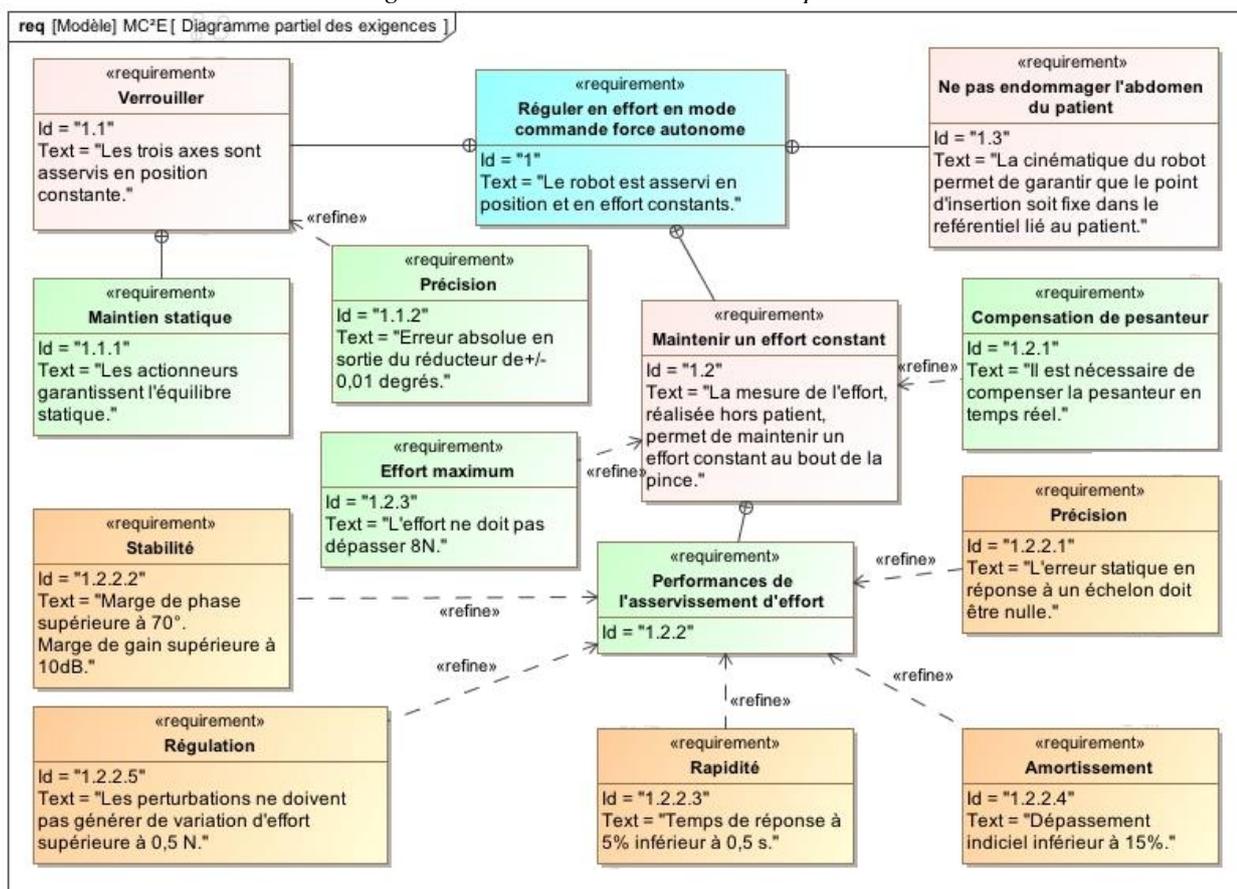


Figure 7 : Diagramme partiel des exigences

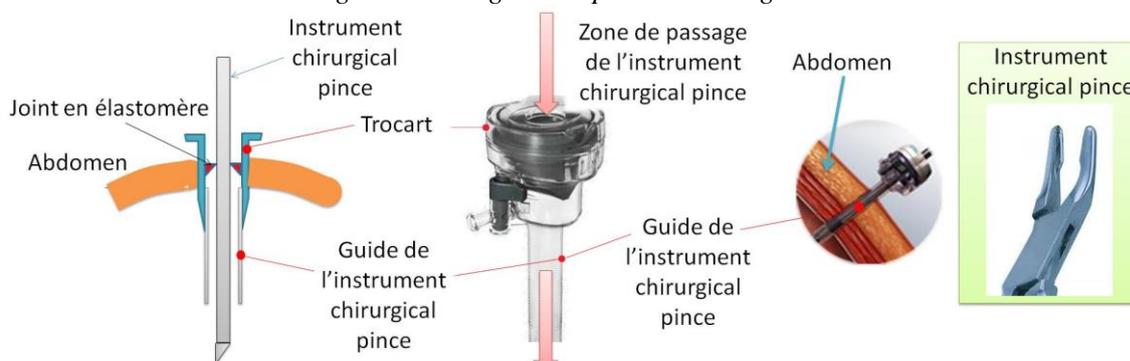


Figure 8 : Trocart et montage de l'instrument chirurgical pince

Annexe 2 : Description simple du MC²E et de son axe en translation

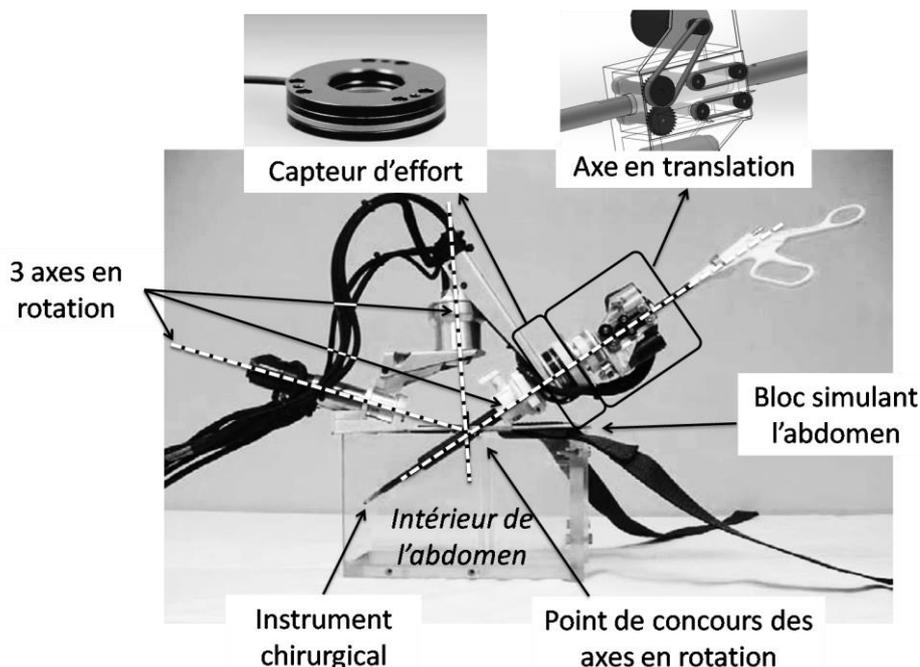


Figure 1 : Description simple du MC²E

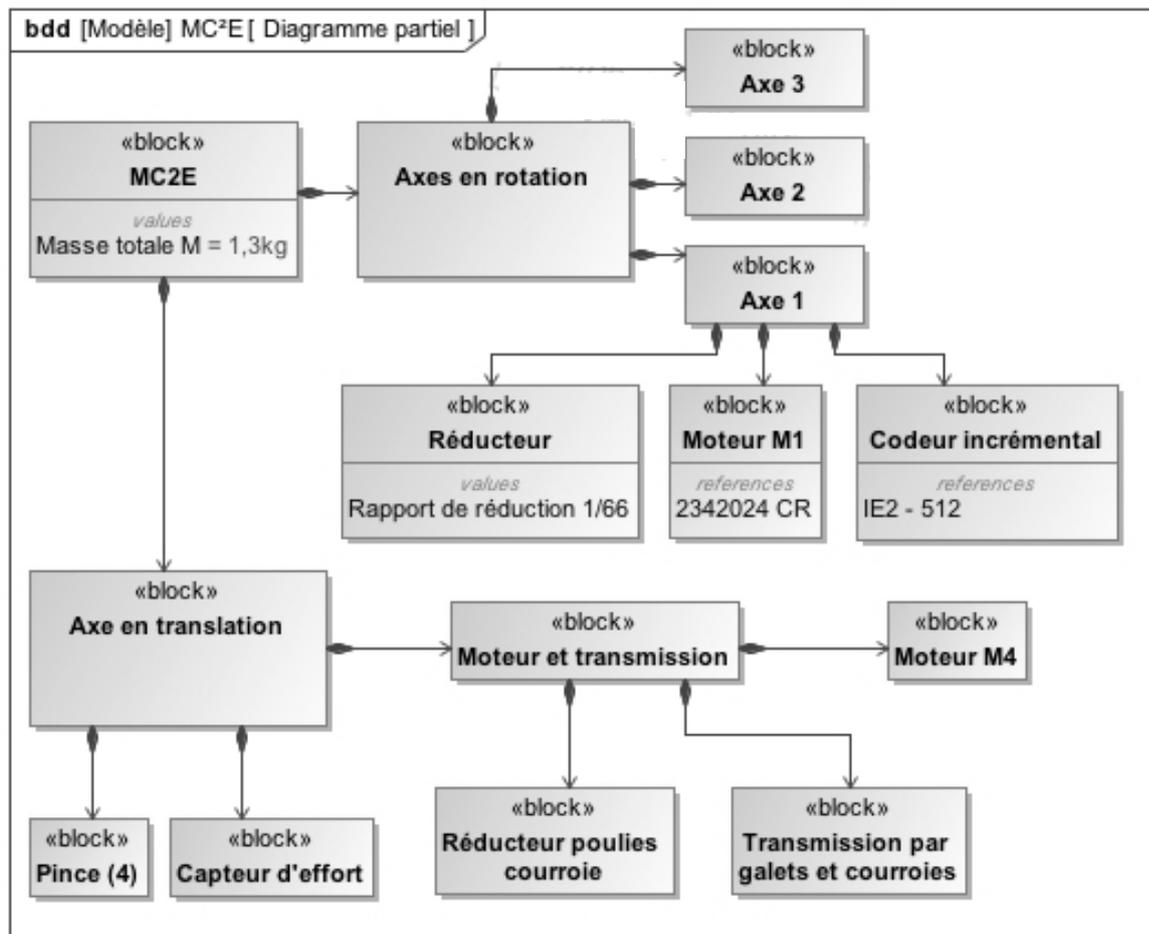
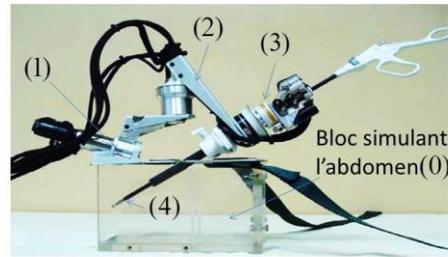
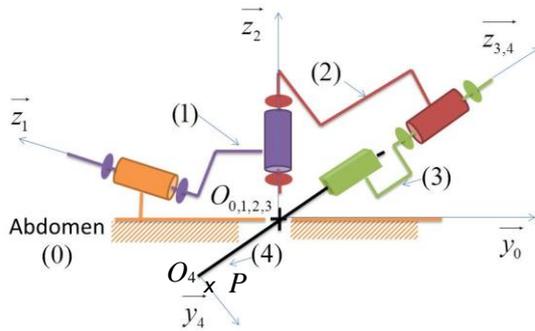


Figure 2 : Diagramme partiel de définition de blocs

Annexe 3 : Schéma cinématique et paramétrage du MC²E



Le point fixe d'incision est noté $O_0 = O_{0,1,2,3}$ et est aussi l'origine des trois repères liés aux classes d'équivalence cinématiques (1), (2) et (3). Le paramétrage de la position relative des différents solides dans l'espace est défini comme suit :

A l'abdomen (0), supposé fixe est lié le repère $R_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ où l'axe \vec{z}_0 est l'axe vertical ascendant. Compte tenu de l'inclinaison de la liaison pivot entre (1) et (0), on définit un repère $R'_0 = (O_0, \vec{x}_0, \vec{y}'_0, \vec{z}'_0)$ lié à (0), tel que $\alpha_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}'_0) = (\vec{z}_0, \vec{z}'_0) = 70^\circ$.

On procède de même pour le paramétrage de la position relative des différents solides dans l'espace. Celui-ci est défini ci après :

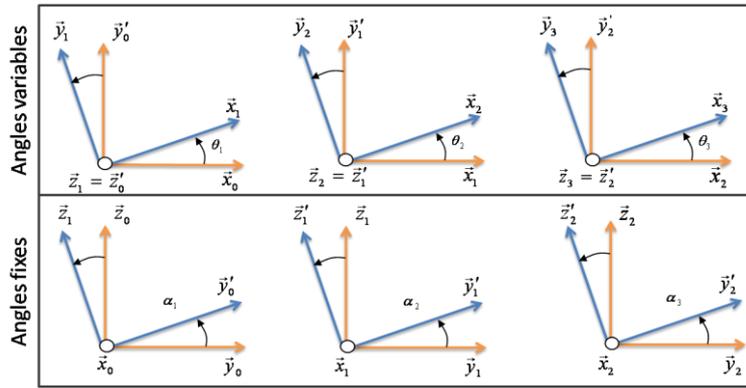
- Au solide (1), sont liés les repères $R_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ et $R'_1 = (O_0, \vec{x}_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$ où $\vec{z}_1 = \vec{z}'_0$. On note $\alpha_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = (\vec{z}_1, \vec{z}'_1) = -70^\circ$. Le solide (1) est en liaison pivot parfaite d'axe (O_0, \vec{z}_1) avec (0), d'angle variable $\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}'_0, \vec{y}_1)$;
- Au solide (2), sont liés les repères $R_2 = (O_0, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ et $R'_2 = (O_0, \vec{x}_2, \vec{y}'_2, \vec{z}'_2)$ où $\vec{z}_2 = \vec{z}'_1$. On note $\alpha_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}'_2) = (\vec{z}_2, \vec{z}'_2) = -60^\circ$. Le solide (2) est en liaison pivot parfaite d'axe (O_0, \vec{z}_2) avec (1), d'angle variable $\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}'_1, \vec{y}_2)$;
- Au solide (3), est lié le repère $R_3 = (O_0, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ où $\vec{z}_3 = \vec{z}'_2$. Le solide (3) est en liaison pivot parfaite d'axe (O_0, \vec{z}_3) avec (2), d'angle variable $\theta_3(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3) = (\vec{y}'_2, \vec{y}_3)$;
- A la pince (4), est lié le repère $R_4 = (O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$. La pince (4) est en liaison glissière parfaite de direction $\vec{z}_4 = \vec{z}_3 = \vec{z}_{3,4}$ avec (3). Le point P est légèrement excentré de O_4 .

Paramètres géométriques :

$\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$	$\theta_3(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$	$\alpha_1 = (\vec{y}_0, \vec{y}'_0) = 70^\circ$	$\alpha_3 = (\vec{y}_2, \vec{y}'_2) = -60^\circ$
$\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$	$\vec{O_0O_4} = z(t) \cdot \vec{z}_4$	$\alpha_2 = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = -70^\circ$	$\vec{O_4P} = e \vec{y}_4$

En phase de mouvement : $\ddot{z} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $e = 0.1 \text{ mm}$; $\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_3 = 2 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-2}$; $\ddot{\theta}_1 = \ddot{\theta}_2 = \ddot{\theta}_3 = 20 \text{ rd} \cdot \text{s}^{-2}$

A seul titre d'information, voici les figures de changement de base et les paramètres géométriques :



Annexe 4 : Données constructeur

Documentation constructeur du moteur seul :

Series 2342 ... CR		2342 S	006 CR	012 CR	018 CR	024 CR	036 CR	048 CR	
1	Nominal voltage	U_N	6	12	18	24	36	48	V
2	Terminal resistance	R	0,4	1,9	4,1	7,1	15,9	31,2	Ω
3	Output power	$P_2 \text{ max.}$	20,5	17	18,1	19	19,4	17,7	W
4	Efficiency, max.	$\eta \text{ max.}$	81	80	81	81	81	81	%
5	No-load speed	n_0	9 000	8 100	8 000	8 500	8 100	8 000	rpm
6	No-load current (with shaft \varnothing 3 mm)	I_0	0,17	0,075	0,048	0,038	0,024	0,017	A
7	Stall torque	M_{Ht}	87,2	80	86,5	85,4	91,4	84,4	mNm
8	Friction torque	M_{fr}	0,98	1	0,99	0,99	0,99	0,95	mNm
9	Speed constant	k_n	1 650	713	462	366	231	170	rpm/V
10	Back-EMF constant	k_e	0,604	1,4	2,16	2,73	4,34	5,87	mV/rpm
11	Torque constant	k_M	5,77	13,4	20,7	26,1	41,4	56,1	mNm/A
12	Current constant	k_i	0,173	0,075	0,048	0,038	0,024	0,018	A/mNm
13	Slope of n-M curve	$\Delta n / \Delta M$	103	101	92,5	99,5	88,6	94,8	rpm/mNm
14	Rotor inductance	L	13,5	65	150	265	590	1 050	μH
15	Mechanical time constant	τ_m	6	6	6	6	6	6	ms
16	Rotor inertia	J	5,6	5,7	6,2	5,8	6,5	6	gcm ²
17	Angular acceleration	$\alpha \text{ max.}$	160	140	140	150	140	140	$\cdot 10^3 \text{ rad/s}^2$
18	Thermal resistance	R_{th1} / R_{th2}	3 / 15						K/W
19	Thermal time constant	τ_{w1} / τ_{w2}	6,5 / 490						s
20	Operating temperature range:								
	- motor		-30 ... +100						$^{\circ}C$
	- rotor, max. permissible		+125						$^{\circ}C$
21	Shaft bearings		ball bearings, preloaded						
22	Shaft load max.:								
	- with shaft diameter		3						mm
	- radial at 3 000 rpm (3 mm from bearing)		20						N
	- axial at 3 000 rpm		2						N
	- axial at standstill		20						N
23	Shaft play								
	- radial	\leq	0,015						mm
	- axial	$=$	0						mm
24	Housing material		steel, black coated						
25	Weight		88						g
26	Direction of rotation		clockwise, viewed from the front face						
Recommended values - mathematically independent of each other									
27	Speed up to	$n_0 \text{ max.}$	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000	7 000	rpm
28	Torque up to	$M_0 \text{ max.}$	16	16	16	16	16	16	mNm

*Couple nominal
maximal
admissible*

Documentation constructeur du réducteur à train épicycloïdal :

Planetary Gearheads 26/1

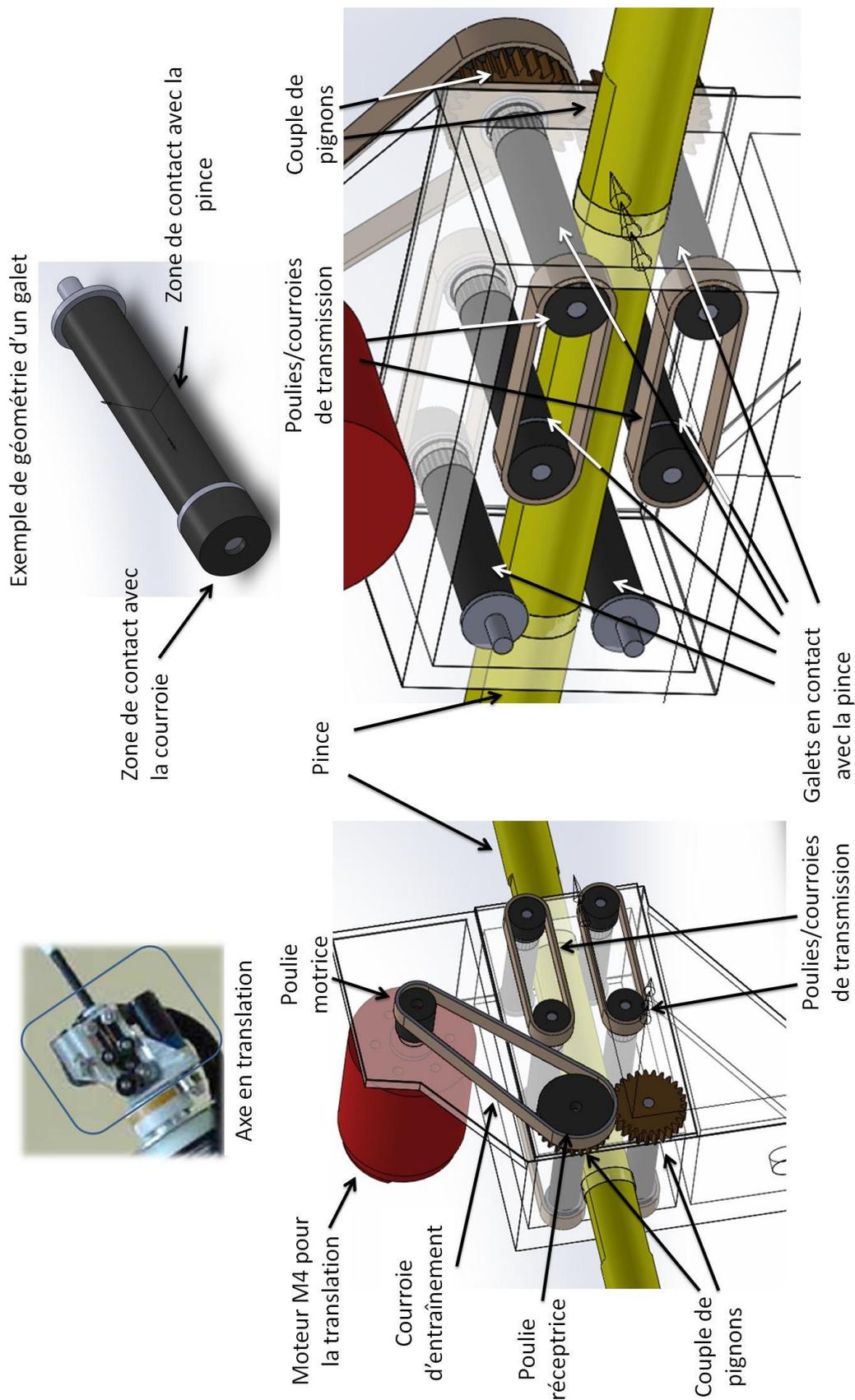
Gearhead Series	Reduction ratio	Number of gear stages	3D - File Name
26/1 (with sintered bearings on output shaft)	3,71:1	1	26_1 1stages.stp
	14:1	2	26_1 2stages.stp
	43:1	3	26_1 3stages.stp
	66:1	3	26_1 3stages.stp
	134:1	4	26_1 4stages.stp
	159:1	4	26_1 4stages.stp
	246:1	4	26_1 4stages.stp
	415:1	5	26_1 5stages.stp
	592:1	5	26_1 5stages.stp
	989:1	5	26_1 5stages.stp
	1526:1	5	26_1 5stages.stp

Documentation constructeur du codeur incrémental :

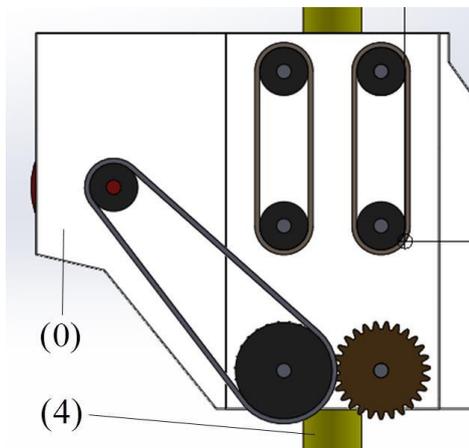
Ordering information		
Encoder	number of channels	lines per revolution
IE2 - 64	2	64
IE2 - 128	2	128
IE2 - 256	2	256
IE2 - 512	2	512
IE2 - 1024	2	1024

Nombre de voies de détection *Nombre de fentes par tour*

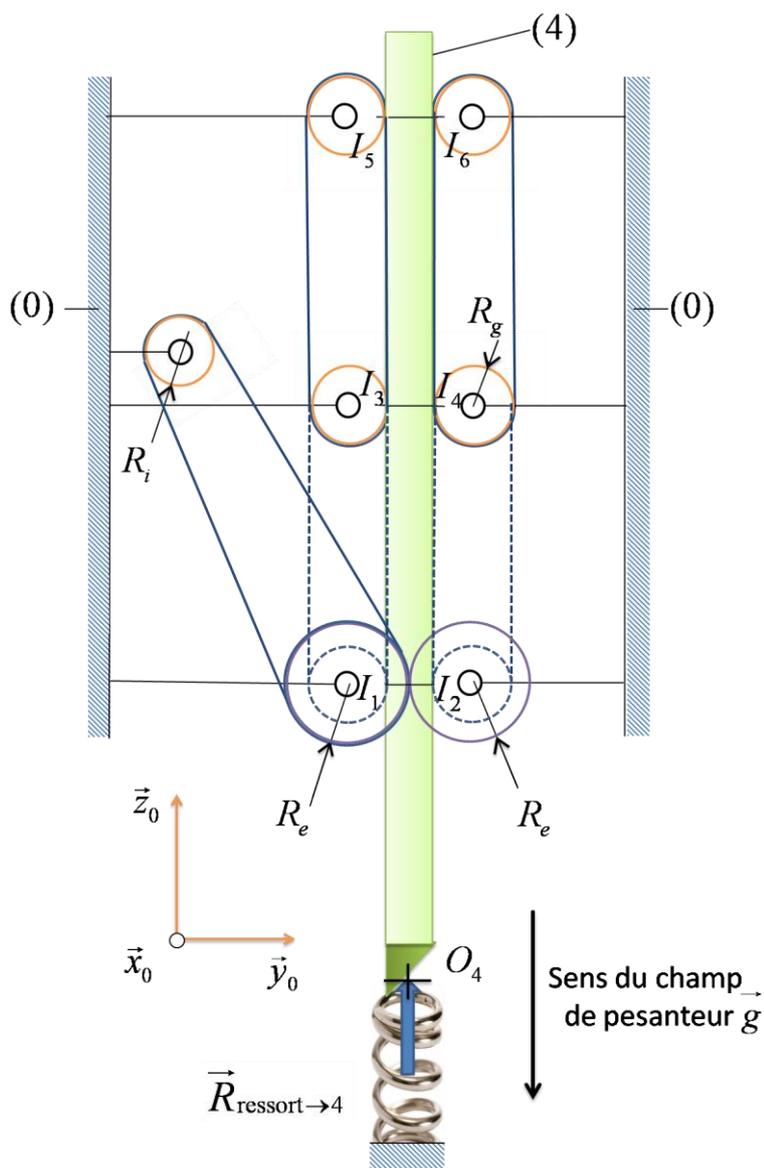
Annexe 5 : Modèle CAO de la transmission d'effort sur la pince (4)



Annexe 6 : Modèle de la transmission d'effort sur la pince (4) pour la définition de la loi de mouvement



Modèle CAO du système de transmission de puissance



Annexe 7 : Modèle simplifié de la transmission d'effort sur la pince (4) pour l'étude de la limitation d'effort

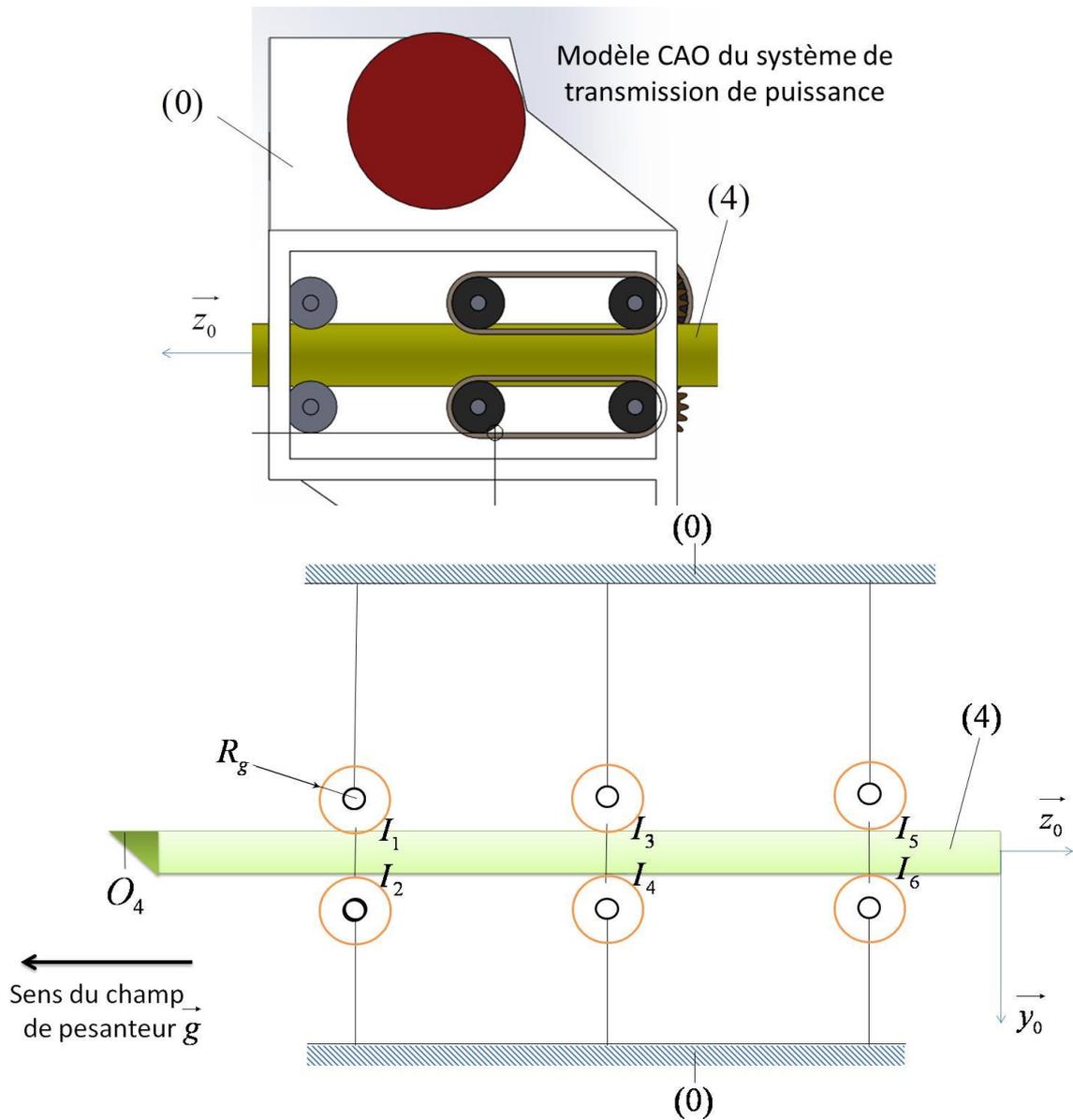
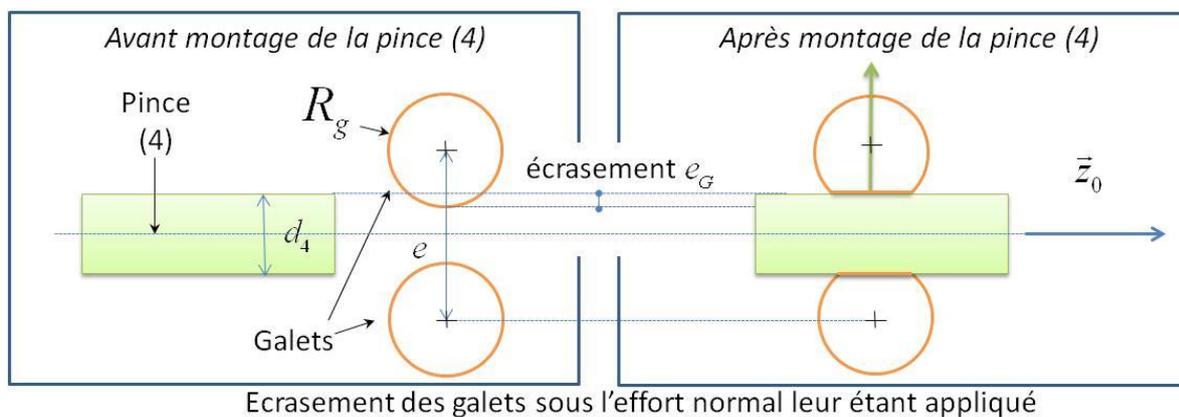
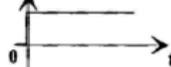
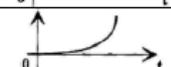
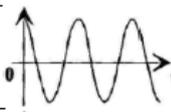
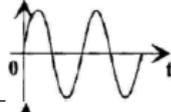
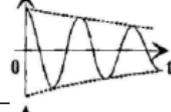
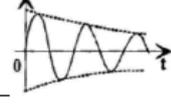


Schéma cinématique simplifié



Annexe 8 : Transformées de Laplace usuelles

Remarque : La fonction \mathcal{H} est la fonction échelon ou fonction de Heaviside. Elle est définie sur \mathbb{R} par $\mathcal{H}(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$. Cette fonction permet de s'assurer que l'on applique la transformation de Laplace sur des grandeurs physiques causales. Cette fonction est parfois également notée u ou h .

Nom	Allure	$f(t)$	$F(p)$	Pôles de la $F(p)$
<i>Dirac</i>		$\delta(t)$	1	<i>Aucun</i>
<i>Échelon</i>		$e_0 \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{e_0}{p}$	0
<i>Rampe</i>		$e_0 \cdot t \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{e_0}{p^2}$	0 (double)
<i>Fonction puissance</i>		$e_0 \cdot t^n \cdot \mathcal{H}(t)$	$e_0 \cdot \frac{n!}{p^{n+1}}$	0 (d'ordre n+1)
<i>Exponentielle</i>		$e_0 \cdot e^{-a \cdot t} \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{e_0}{p + a}$	-a
		$t \cdot e_0 \cdot e^{-a \cdot t} \cdot \mathcal{H}(t)$	$\frac{e_0}{(p + a)^2}$	-a (double)
<i>Cosinus</i>		$e_0 \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$e_0 \cdot \frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\pm j \cdot \omega$
<i>Sinus</i>		$e_0 \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$e_0 \cdot \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\pm j \cdot \omega$
<i>Cosinus amorti</i>		$e_0 \cdot e^{-a \cdot t} \cdot \cos(\omega \cdot t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$e_0 \cdot \frac{p + a}{(p + a)^2 + \omega^2}$	$-a \pm j \cdot \omega$
<i>Sinus amorti</i>		$e_0 \cdot e^{-a \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \mathcal{H}(t)$	$e_0 \cdot \frac{\omega}{(p + a)^2 + \omega^2}$	$-a \pm j \cdot \omega$