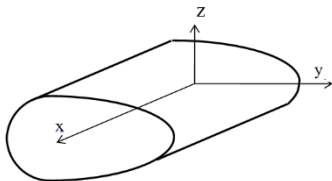


TD – Moteur radial Calzoni

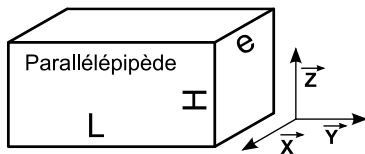
POINT METHODE :

- Forme des matrices d'inertie (Q3) :



Un Plan de symétrie (Q, \vec{x}, \vec{y}) :

$$D=0 \text{ et } E=0 \rightarrow \begin{bmatrix} A & -F & 0 \\ -F & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{Qxyz}$$



Deux Plans de symétrie (Q, \vec{x}, \vec{y}) et (Q, \vec{x}, \vec{z}) :

$$D=0 \text{ et } E=0 \text{ et } F=0 \rightarrow \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{Qxyz}$$

- Composition des torseurs cinétiques (Q4/Q5/Q6) :

$$\{C_{2/0}\} = \{C_{2/0}\} + \{C_{1/0}\} \text{ au même point}$$

- Calcul du torseur cinétique (Q4/Q5/Q6) :

$$\{C_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} m_2 \cdot \overline{V(G_2 \in S/R_g)} \\ \overline{\sigma(B, S/R_g)} \end{array} \right\}_B$$

- Formule générale :

$$\overline{\sigma(B, S/R_g)} = M_S \overline{BG} \wedge \overline{V(B \in S/R_g)} + [I_B(S)](\overline{\Omega_{S/R_g}})$$

- Formule de changement de point (Varignon / « BABAR ») :

$$\overline{\sigma(B, S/R_g)} = \overline{\sigma(A, S/R_g)} + \overline{BA} \wedge M_S \overline{V(G \in S/R_g)}$$

- Formule de changement de point (générale) :

$$\overline{\sigma(B, S/R_g)} = M_S \overline{QG} \wedge \overline{V(Q \in S/R_g)} + [I_Q(S)](\overline{\Omega_{S/R_g}}) + \overline{BQ} \wedge M_S \overline{V(G \in S/R_g)}$$

- Déplacement de la matrice d'inertie (Théorème de Huygens) :

$$[I_B(S)] = [I_G(S)] + m \begin{bmatrix} b^2 + c^2 & -ab & -ac \\ -ab & a^2 + c^2 & -bc \\ -ac & -bc & a^2 + b^2 \end{bmatrix} \text{ Avec } \overrightarrow{BG} = a \vec{x} + b \vec{y} + c \vec{z}$$

- Calcul du torseur dynamique (Q7/Q8/Q9) :

$$\{D_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} m_2 \cdot \overrightarrow{\Gamma(G_2 \in S/R_g)} \\ \overrightarrow{\delta(B, S/R_g)} \end{array} \right\}_B$$

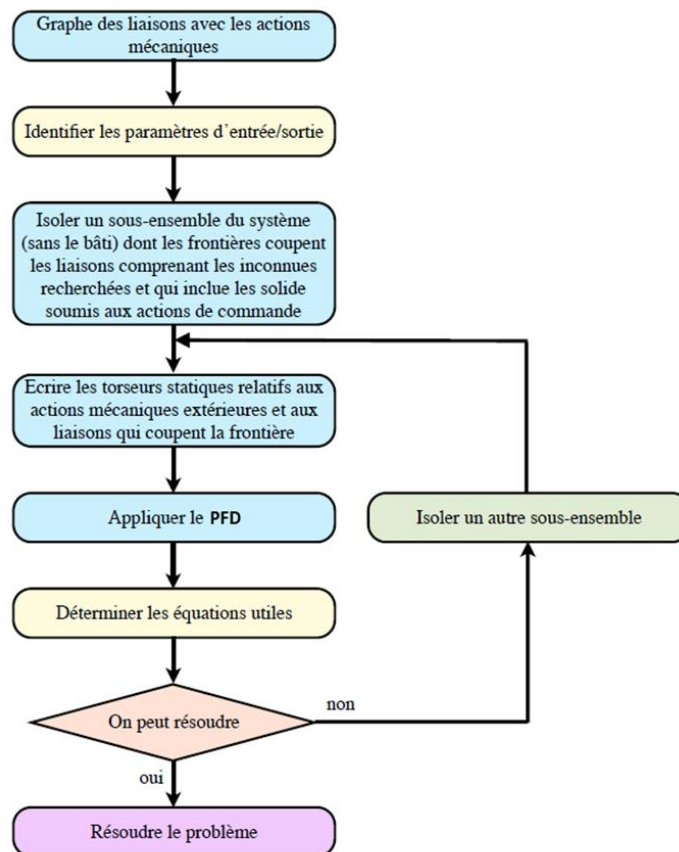
- Formule générale :

$$\overrightarrow{\delta(B, S/R_g)} = \frac{d \overrightarrow{\sigma(B, S/R_g)}}{dt} + M_S \overrightarrow{V(B/R_g)} \wedge \overrightarrow{V(G \in S/R_g)}$$

- Formule de changement de point (Varignon / « BABAR ») :

$$\overrightarrow{\delta(B, S/R_g)} = \overrightarrow{\delta(A, S/R_g)} + \overrightarrow{BA} \wedge M_S \overrightarrow{\Gamma(G \in S/R_g)}$$

- Stratégie de résolution d'un problème de dynamique (Q10) :

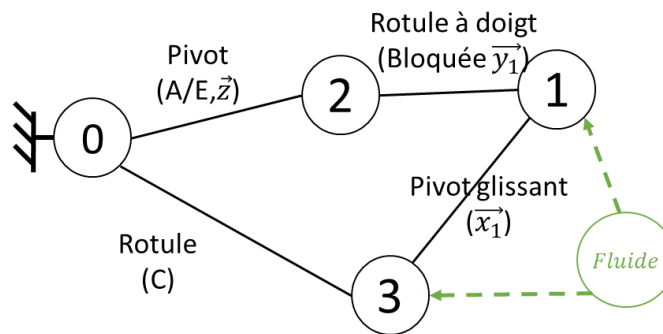


ELEMENTS DE CORRECTION :

Q1 :

Fermeture géométrique : $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{OC}$ puis projection sur \vec{X} et \vec{Y} . On fait ensuite disparaître les cos et sin ($\cos^2 + \sin^2 = 1$) pour obtenir $X(t)^2$ en fonction de H et e. puis on passe à la racine pour obtenir le résultat.

Q2 :



Q3 :

$$[I_{G_1}(S_1)] = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & B_1 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 \end{bmatrix}_{G_1, R_1}$$

$$[I_{G_2}(S_2)] = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & -E_2 \\ 0 & B_2 & 0 \\ -E_2 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{G_2, R_2}$$

$$[I_{G_3}(S_3)] = \begin{bmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & 0 \\ 0 & 0 & B_3 \end{bmatrix}_{G_3, R_3}$$

Q4 :

$$\overrightarrow{V(G \in 2/0)} = \lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_2$$

$$\overrightarrow{\sigma(O \in 2/0)} = m_2 \cdot \overrightarrow{OG_2} \wedge \overrightarrow{V(O \in 2/0)} + [I_O(S_2)]_{R_2} \cdot \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$$

$$\text{Avec } [I_O(S_2)]_{R_2} = [I_{G_2}(S_2)]_{R_2} + m_2 \cdot \begin{bmatrix} a^2 & 0 & -a\lambda \\ 0 & a^2 + \lambda^2 & 0 \\ -a\lambda & 0 & \lambda^2 \end{bmatrix}_{G_2, R_2}$$

$$[I_O(S_2)]_{R_2} = \begin{bmatrix} A_2 + m_2 \cdot a^2 & 0 & -E_2 - m_2 \cdot a\lambda \\ 0 & B_2 + m_2 \cdot (a^2 + \lambda^2) & 0 \\ -E_2 - m_2 \cdot a\lambda & 0 & C_2 + m_2 \cdot \lambda^2 \end{bmatrix}_{O, R_2}$$

$$\{C_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} m_2 \cdot \lambda \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{y}_2 \\ -(E_2 + a \cdot \lambda \cdot m_2) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{x}_2 + (C_2 + \lambda^2 \cdot m_2) \cdot \dot{\theta} \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_O$$

Q5 :

$$\{C_{3/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_3 \cdot \dot{\alpha} \cdot h \cdot \vec{y}_1 \\ (B_3 + m_3 \cdot \lambda^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \end{array} \right\}_C$$

Q6 :

$$\{C_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} -m_1 \cdot \dot{X} \cdot \vec{x}_1 + m_1 \cdot \dot{\alpha} \cdot (d - X) \cdot \vec{y}_1 \\ (B_1 + m_1 \cdot (d - X)^2) \cdot \dot{\alpha} \cdot \vec{z}_1 \end{array} \right\}_C$$

Q7 :

$$\overrightarrow{\delta(O \in 2/0)} = \frac{d \overrightarrow{\sigma(O \in 2/0)}}{dt} \Big|_{R_0} + m_2 \cdot \overrightarrow{V(O \in 2/0)} \wedge \overrightarrow{V(G_2 \in 2/0)}$$

$$\{D_{2/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} m_2 \cdot \lambda \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{y}_2 - m_2 \cdot \lambda \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \vec{x}_2 \\ -(E_2 + a \cdot \lambda \cdot m_2) \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{x}_2 - (E_2 + a \cdot \lambda \cdot m_2) \cdot \dot{\theta}^2 \cdot \vec{y}_2 + (C_2 + \lambda^2 \cdot m_2) \cdot \ddot{\theta} \cdot \vec{z} \end{array} \right\}_O$$

Q8 :

$$\{D_{1/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} [-m_1 \cdot \ddot{X} - m_1 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot (d - X)] \vec{x}_1 + [-2 \cdot m_1 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{X} + m_1 \cdot \ddot{\alpha} \cdot (d - X)] \vec{y}_1 \\ [(B_1 + m_1 \cdot (d - X)^2) \cdot \ddot{\alpha} + \dot{X} \cdot \dot{\alpha} \cdot m_1 \cdot (X - d)] \vec{z}_1 \end{array} \right\}_C$$

Q9 :

$$\{D_{1+3/0}\} = \{D_{1/0}\} + \{D_{3/0}\} \quad \text{AU MEME POINT !!!}$$

$$\{D_{1+3/0}\} = \left\{ \begin{array}{l} [m_3 \cdot h \cdot \dot{\alpha}^2 - m_1 \cdot \ddot{X} - m_1 \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot (d - X)] \vec{x}_1 + [-m_3 \cdot h \cdot \ddot{\alpha} - m_1 \cdot \ddot{\alpha} \cdot (d - X) - 2 \cdot m_1 \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{X}] \vec{y}_1 \\ [(B_3 + m_3 \cdot h^2) \cdot \ddot{\alpha} + (B_1 + m_1 \cdot (d - X)^2) \cdot \ddot{\alpha} + \dot{X} \cdot \dot{\alpha} \cdot m_1 \cdot (X - d)] \vec{z}_1 \end{array} \right\}_C$$

Q10 :

1) On isole {1+2+Fluide} :

→ BAME : $\{\tau_{2 \rightarrow 1}\}$; $\{\tau_{0 \rightarrow 3}\}$

→ 6 équations pour 7 inconnues

→ On obtient des informations sur l'orientation des résultantes (portées par \vec{x}_1 et une composante selon \vec{z})

2) On isole {1} :

- BAME : $\{\tau_{2 \rightarrow 1}\}; \{\tau_{3 \rightarrow 1}\}; \{\tau_{FLuide \rightarrow 1}\}$
- 6 équations pour 7 inconnues
- 4 inconnues partiellement déterminées avant

3) On isole {2} :

- BAME : $\{\tau_{1 \rightarrow 2}\}; \{\tau_{0 \rightarrow 2}\}; \{\tau_{Récepteur \rightarrow 2}\}$
- 6 équations pour 9 inconnues
- 4 inconnues partiellement déterminées avant

A priori, les deux premiers isolements se feront en C ou B (B est le plus simple car on connaît directement le torseur 2/1 au bon point).

Le dernier isolement se fait en O pour faire apparaître le couple sans faire intervenir $\mathcal{L}_{pivot_{(0/2)}}$.