

DS 2 Sciences de l'ingénieur

MPSI

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Les candidats sont invités à **encadrer** les résultats littéraux et **souligner** les résultats numériques.

Toutes les réponses doivent être inscrites sur le document réponse

Contenu du sujet : 2 documents

- Énoncé
- Document réponse

Durée : 2h

Calculatrice autorisée

Exercice 1 : Modélisation et Performances d'une Caméra de poursuite Speedcam

Objectifs de l'exercice :

- Identifier et reconnaître les propriétés temporelles des systèmes du 1^{er} et 2nd ordre
- Les utiliser pour vérifier les exigences de stabilité, de rapidité et de précision du cahier des charges

1. Présentation du système

L'étude porte sur la caméra de poursuite SPEEDCAM, utilisée aux championnats du monde d'athlétisme pour filmer le sprint final des athlètes en tête de la course. La caméra est fixée sur un chariot se déplaçant sur un rail. Ce rail permet d'atteindre des vitesses supérieures à 15m/s.

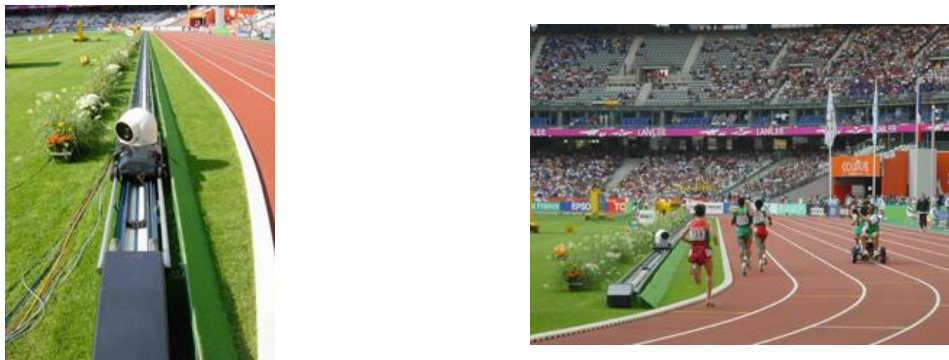


Figure 1 : caméra de poursuite sur son rail

Un capteur optique permet de mesurer la position de la caméra par rapport au coureur. À partir de cette mesure, un calculateur détermine la consigne de vitesse $v_c(t)$ nécessaire pour suivre le coureur, transmise sous forme de tension de consigne $u_c(t)$ à l'asservissement du chariot. Le chariot est asservi en vitesse comme le montre le schéma bloc fonctionnel figure 2. Il doit satisfaire les performances énoncées dans le tableau 1, extrait du cahier des charges.

Fonction de service	Critères	Niveaux
Suivre le coureur	Vitesse maximale	15m/s
	Stabilité	stable
	Précision	<5%
	Rapidité	$t_{r5\%} < 0,5 \text{ s}$
	Dépassement	<5%

Tableau 1 : extrait du CdCF de l'asservissement en vitesse du chariot de la caméra

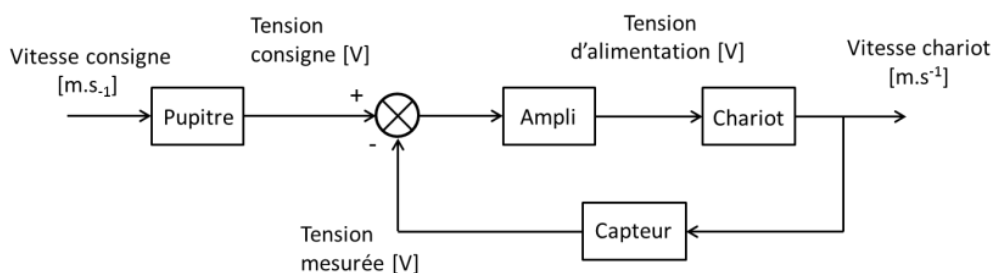


Figure 2 : schéma bloc de l'asservissement en vitesse du chariot de la caméra

Le chariot est actionné par un moteur électrique piloté par sa tension d'alimentation $u_a(t)$, obtenue à l'aide d'un amplificateur. Elle est proportionnelle à la tension de commande $\varepsilon(t)$, elle-même issue de la comparaison entre la tension de consigne $u_c(t)$ et la tension $u_{mes}(t)$. Cette dernière est fournie par le capteur de vitesse. Elle est proportionnelle à la vitesse $v(t)$. Les gains de l'amplificateur et du capteur sont respectivement :

- $K_a=500$
- $J=0,3 \text{ V.s.m}^{-1}$

La fonction de transfert modélisant le comportement du chariot est notée $H(p)$.

2. Modélisation du comportement du chariot

Le chariot est relativement complexe, ce qui ne permet pas de donner a priori un modèle de comportement $H(p)$ comme pour le capteur de vitesse ou l'amplificateur. Une alternative pour permettre de modéliser son comportement, est de mesurer la sortie obtenue pour une entrée connue et calibrée et d'utiliser la réponse temporelle pour proposer un modèle simple représentatif.

Dans cette première partie de l'étude, nous allons donc étudier le système présenté figure 3. Le chariot est commandé en boucle ouverte (la sortie du capteur n'est plus connectée au comparateur). La consigne est une tension d'alimentation $u_a(t)$ et le capteur de vitesse fourni une tension $u_{mes}(t)$ proportionnelle à la vitesse atteinte.

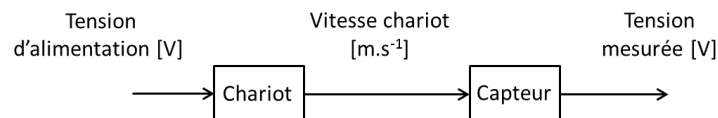


Figure 3 : modélisation du comportement du chariot

La courbe figure 4 montre l'évolution temporelle de la tension fournie par le capteur de vitesse lorsque la consigne en tension appliqué en entrée du moteur du chariot est $u_a(t) = u_0 \cdot u(t)$, avec $u_0 = 70V$.

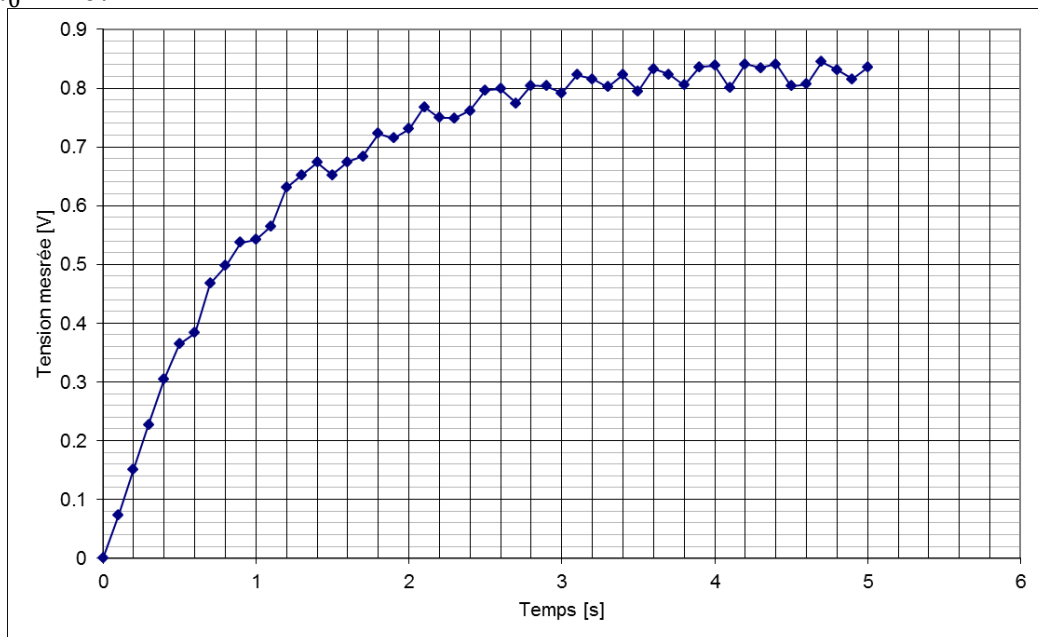


Figure 4 : mesure de la réponse en vitesse du chariot à un échelon de tension de 70V (la courbe donne directement la mesure issue du capteur (en Volt))

On choisit un modèle simple du premier ordre pour identifier le comportement du chariot, soit :

$$H(p) = \frac{K_c}{1 + \tau \cdot p} \quad \text{où } K_c \text{ et } \tau \text{ peuvent être déterminés à l'aide de la courbe de réponse à un échelon.}$$

Question 1. Justifier le choix d'un modèle du premier ordre.

Question 2. Déterminer à l'aide de la courbe la valeur de K_c .

Question 3. Déterminer par trois méthodes la valeur de τ . À partir des trois valeurs obtenues, proposez une valeur de τ pertinente.

3. Étude des performances du système en boucle fermée

On cherche maintenant à caractériser les performances du système asservi, c'est à dire sa stabilité, sa rapidité et sa précision.

Question 4. Calculer la fonction de transfert totale $H_T(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi. A quel type de système standard avons-nous à faire ? Le système sera-t-il stable ?

Question 5. Déterminer si le système est précis en réponse à une entrée en échelon $v_c(t) = v_0 \cdot \mathcal{H}(t)$.

Question 6. Déterminer la rapidité du système. Comment pourrait-on l'améliorer ? Quelle sera alors la conséquence sur la précision ? Est-il possible d'atteindre la précision demandée dans le cahier des charges ? Est-il possible d'obtenir un système parfaitement précis ?

4. Amélioration de la précision

Une méthode classique pour améliorer la précision est d'ajouter un correcteur intégrateur dans la chaîne directe (figure 5). Cet ajout est facile en amont de l'amplificateur. On désigne généralement par correcteur les éléments que l'on ajoute à la partie commande afin d'améliorer le comportement de l'asservissement. La fonction de transfert d'un correcteur intégral est la suivante :

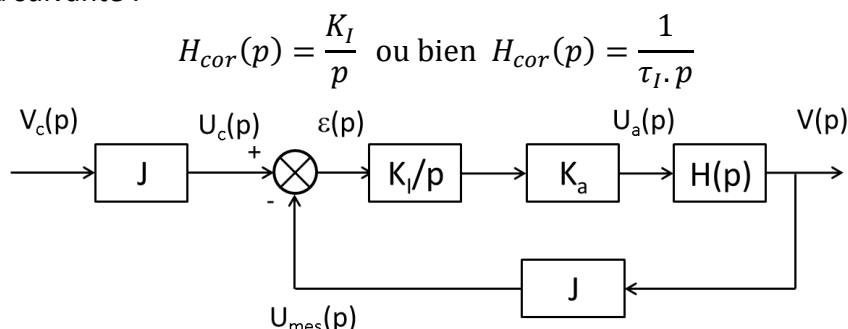


Figure 5 : modélisation de l'asservissement en vitesse du chariot avec ajout d'un correcteur intégral

Question 7. Calculer la fonction de transfert totale $H_c(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)}$ du chariot asservi. Que remarquez-vous ?

Question 8. Déterminer si le système est toujours stable malgré l'ajout du correcteur. (Un système est dit STABLE si TOUTES les parties réelles des racines du dénominateur de la fonction de transfert sont STRICTEMENT NEGATIVES)

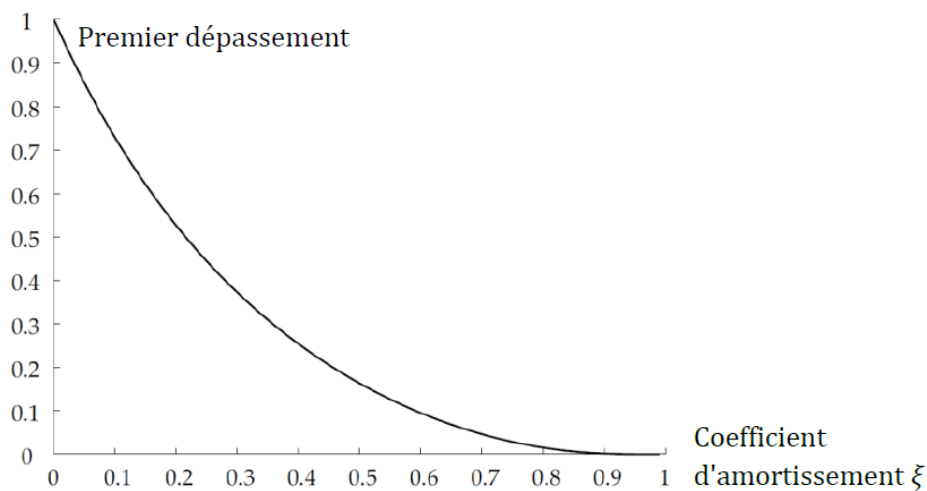
Question 9. Déterminer si le système est précis en réponse à un échelon.

Question 10. Quelle valeur de K_i faut-il choisir pour optimiser la rapidité du système (en conservant la valeur $K_o=500$) ?

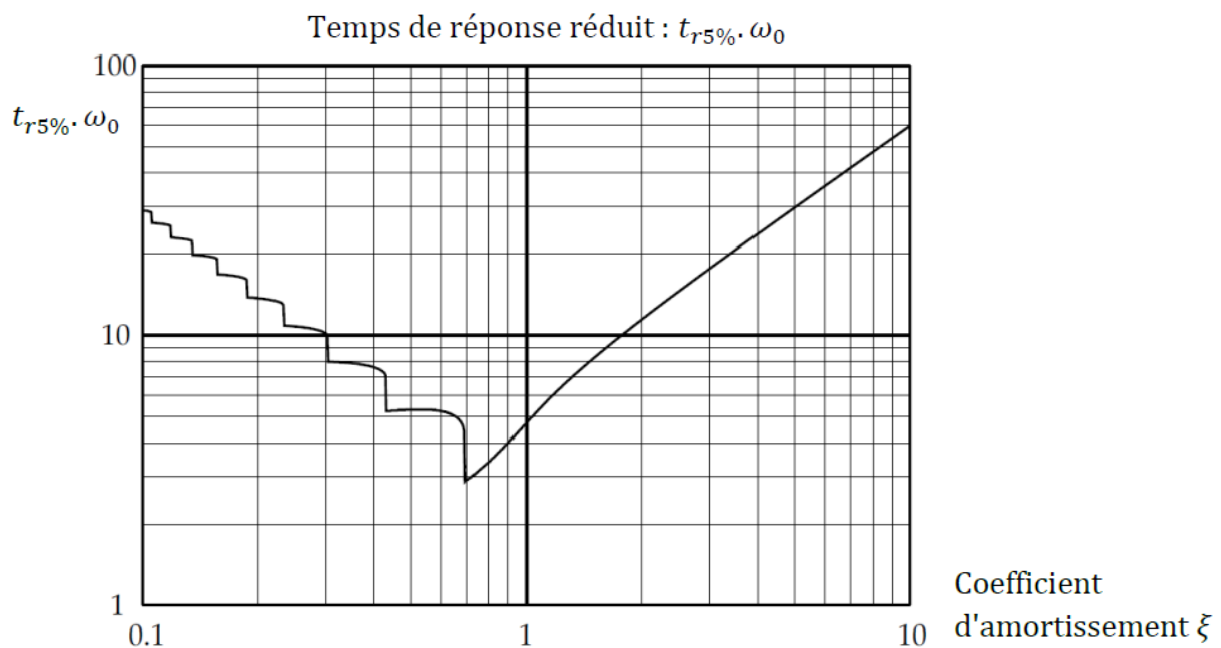
Question 11. Conclure sur la capacité du système à valider toutes les exigences définies dans le cahier des charges fonctionnel ?

ANNEXES : Abaques du dépassement et du temps de réponse pour les systèmes du second ordre standard

1. Abaques donnant la valeur du dépassement pour un système du second ordre standard en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement :



2. Abaques donnant le temps de réponse à 5% (paramètre $t_{r5\%} \cdot \omega_0$) d'un système du second ordre standard en fonction de la valeur du coefficient d'amortissement :

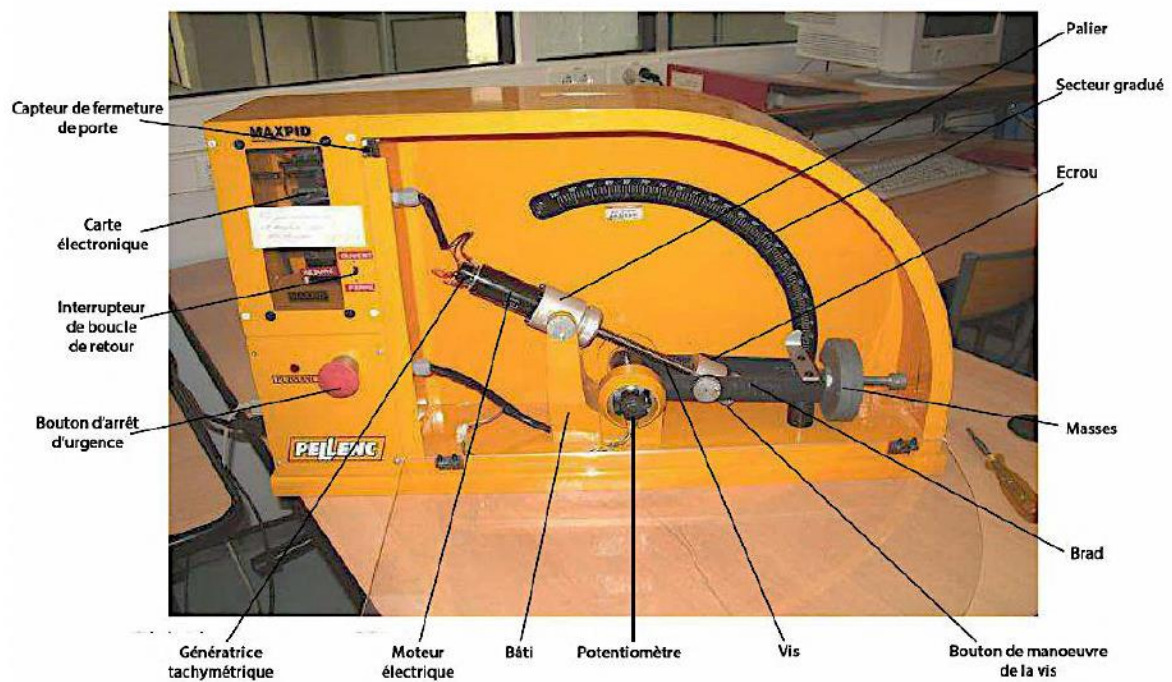


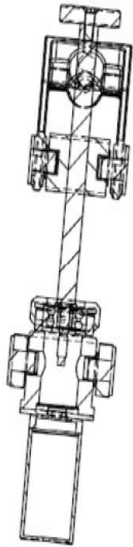
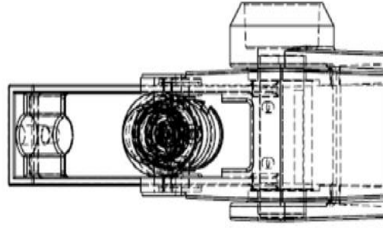
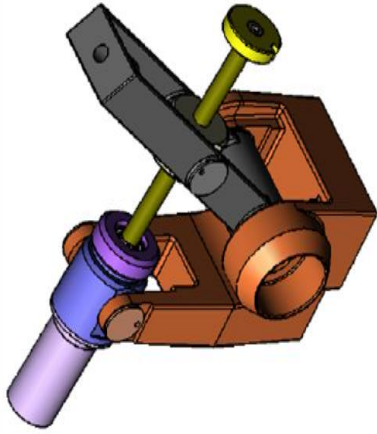
EXERCICE 2 : Modélisation des liaisons - Bras de robot MAXPID

Le bras articulé Maxpid est extrait d'un robot cueilleur de fruit Citrus.

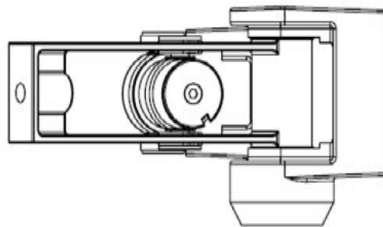
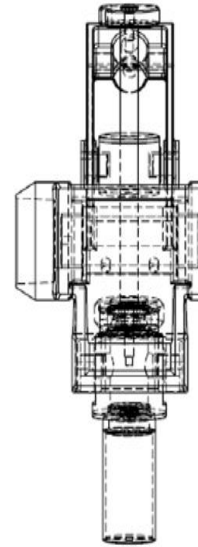
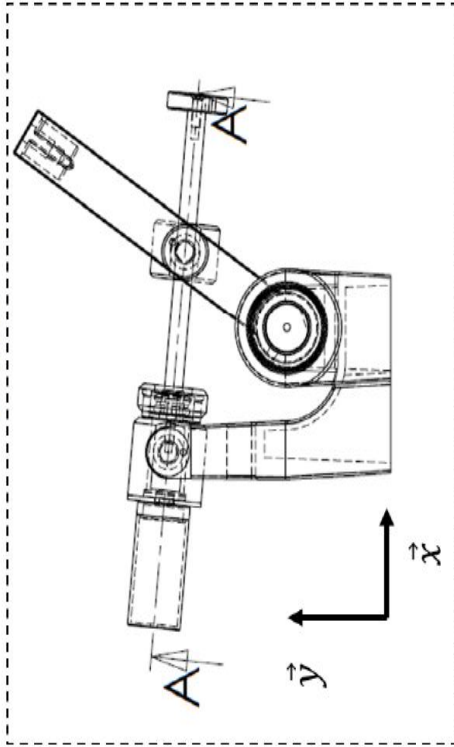


Figure 1 : Robot cueilleur de fruit, dont est extrait le bras articulé Maxpid.





COUPE A-A
ECHELLE 1 : 4



Vue selon laquelle on
souhaite faire le
schéma cinématique

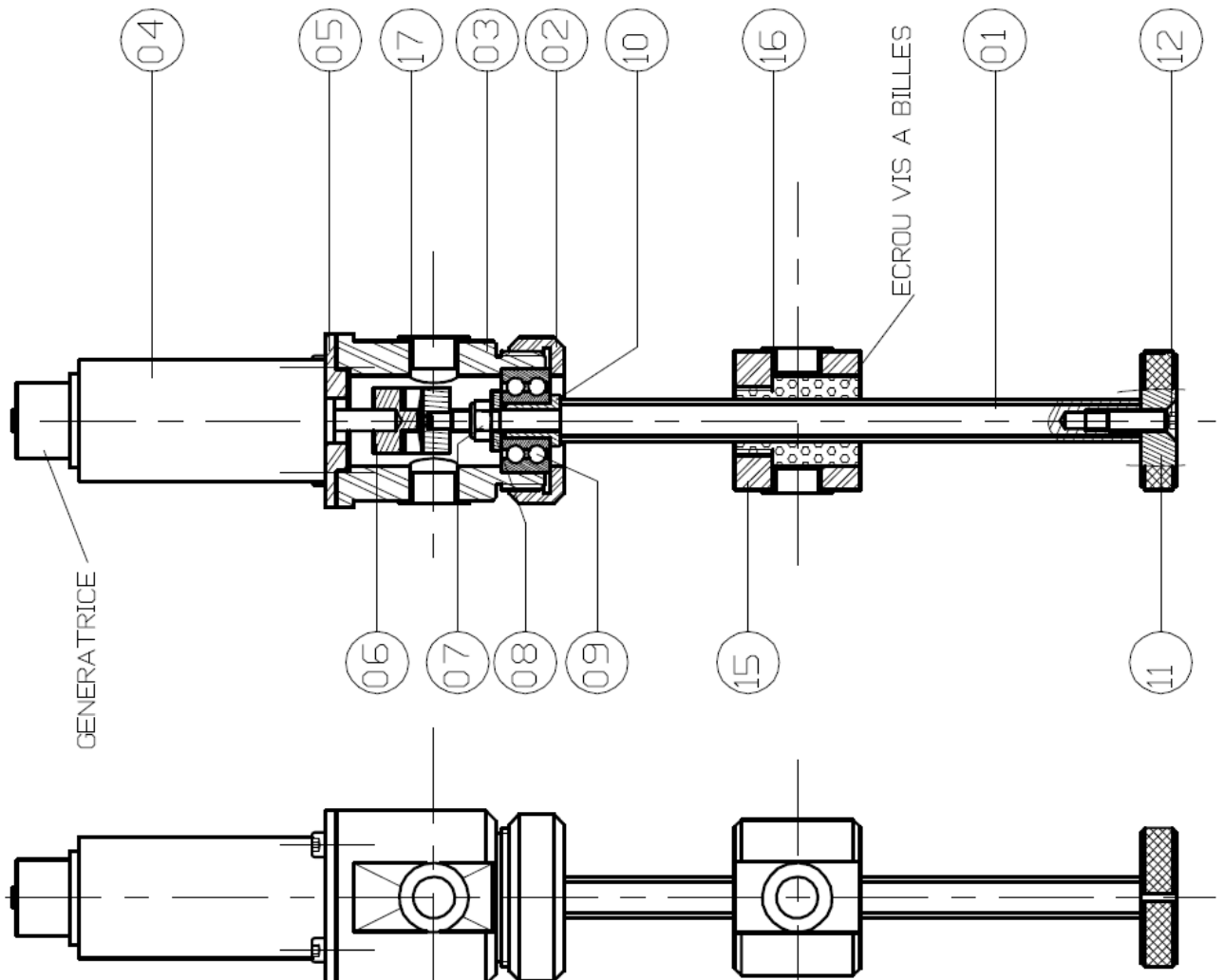
TITLE:

SIZE DWG. NO. REV

A Maxpid

SCALE: 1:5 WEIGHT: SHEET 1 OF 1

17	Bague INA 120 p0 P10	07	Ecrou frein H M6 Z
16	Bague INA PAF 12 070 P10	06	Accouplement HUCO
15	Support écrou	05	Bride moteur
11	Rondelle Vis à billes	04	Moteur Maxon R035 + Tachy
10	Bague Vis à billes	03	Support Vis à billes
09	Roulement 3200 RS1	02	Ecrou support vis à billes
08	Rondelle M6 17x13	01	Vis à billes SHBO 12x4 R



Regardez bien le nom des pièces, notamment les pièces 01, 15 et 16.

Question 12. Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme

Question 13. Réaliser le schéma cinématique 2D dans le plan (\vec{x}, \vec{y}) .

Question 14. Réaliser le schéma cinématique 3D du système.

EXERCICE 3 : Asservissement – Banderoleuse à plateau



L'entraînement d'une banderoleuse à plateau tournant est assuré par un moteur associé à un réducteur de rapport $\lambda = 100$ (**le bloc réducteur prendra la valeur $1/\lambda$**).

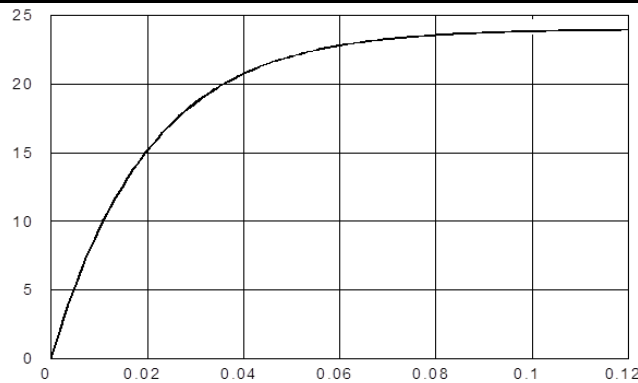
Etude de la boucle interne de vitesse

Un codeur de gain G_c délivrant 16 impulsions par tour permet de mesurer la vitesse du moteur.

Le signal délivré par le codeur est comparé à un signal de consigne V_c (donné en nombre d'impulsions).

Un amplificateur, considéré comme un gain pur K_v réglable est placé après le comparateur et délivre la tension d'alimentation du moteur.

Afin de régler l'amplificateur on effectue un test, en **chaîne directe**, de l'ensemble constitué de l'amplificateur, du Moteur, du Réducteur et du plateau de palettiseur lesté d'un ensemble de palettes correspondant à la charge maxi. Le signal test est un échelon de 48 V (tension d'alimentation nominale du moteur), la réponse donnant directement la vitesse de rotation du plateau est tracée en tr/min et l'abscisse des temps est en secondes.



Question 15. Représenter le schéma bloc de la boucle de vitesse (entrée V_c , sortie vitesse de rotation Ω du plateau). Bien faire attention à la position du point de prélèvement pour le retour vers le capteur.

Question 16. Identifier la réponse fournie et en déduire la fonction de transfert du moteur seul (Gain K_m , etc ...), si l'on considère ici que $K_v = 1$.

La vitesse maxi que l'on souhaite obtenir est 5 tr/min pour le plateau.

Question 17. Déterminer la valeur maxi de la consigne V_c correspondant à cette vitesse, en fonction de K_v . Pour cela, on fera une étude en **chaîne directe**.

Question 18. En déduire la valeur maxi de K_v de façon que la tension d'alimentation du moteur ne dépasse pas 48 V : valeur maxi autorisée en régime permanent.

Question 19. Déterminer alors la fonction de transfert du système en boucle fermée $\frac{\Omega(p)}{V_c(p)}$. Identifier l'ordre du système et ses paramètres caractéristiques.

Question 20. Calculer la valeur atteinte par la vitesse en régime permanent (pour une consigne en échelon d'amplitude 48 V) (on demande l'expression littérale) et en déduire l'erreur statique de cet asservissement de vitesse (on demande l'expression littérale).