

# DEVOIR n°4 DE SII

## MPSI - 2H00

STATIQUE - CINEMATIQUE

**UN DEVOIR SURVEILLE COMMENCE  
TOUJOURS PAR  
LA LECTURE ENTIERE DE L'ENONCE**

ATTENTION : LES RESULTATS DOIVENT ETRE ENCADRES

UNE ATTENTION PARTICULIERE SERA PORTEE SUR LA  
PRESENTATION ET LA LISIBILITE DES COPIES

QUESTION DE COURS :

Par la méthode statique (du début à la fin !!) trouver les liaisons équivalentes suivantes :

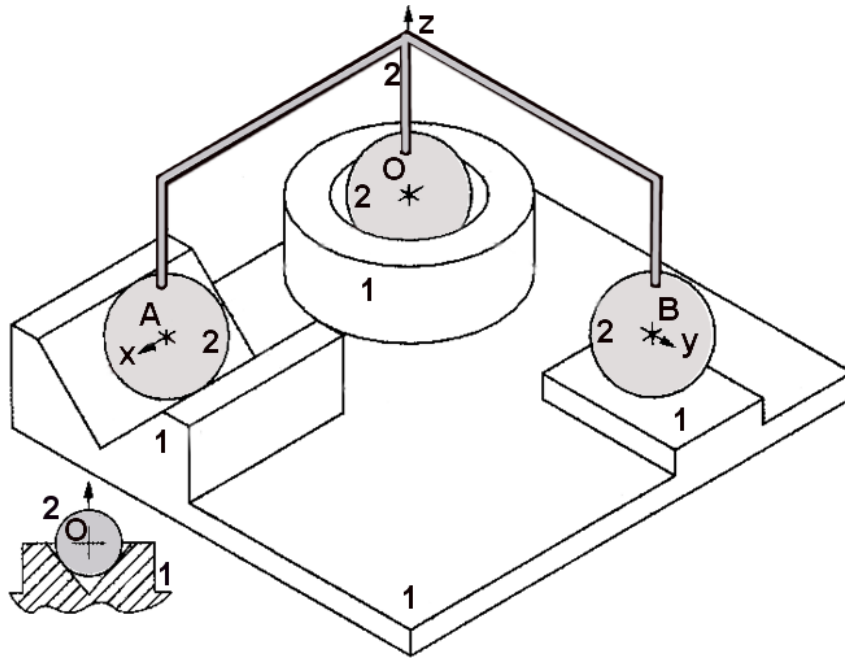


## EXERCICE 1 – STATIQUE – MONTAGE D'USINAGE

Le montage ci-dessous permet de positionner une pièce pendant son usinage. La pièce 2 est mise en position sur la table fixe 1 (Référentiel galiléen) par le biais de 3 contacts en O, A et B.

Le contact en O est réalisé par une sphère dans un cône (vue en coupe en bas à gauche de la figure).

Le contact en A est réalisé par une sphère dans une rainure en V orientée selon x.



Le contact en B est réalisé par une sphère sur un plan de normale z.

Les actions de l'outil sur la pièce 2 sont modélisées par le torseur :

$$\left\{ \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ F_y & 0 \\ 0 & M_z \end{array} \right\}_C$$

$$\overrightarrow{OA} = L\vec{x} ; \overrightarrow{OB} = l\vec{y}$$

La position du point C varie au cours de l'usinage :

$$\overrightarrow{OC} = x(t)\vec{x} + y(t)\vec{y} + h\vec{z}.$$

Avec  $x(t) \in [0, L]$  et  $y(t) \in [0, l]$ .

AN :  $F_y = 500 \text{ N}$  ;  $M_z = 30 \text{ N.m}$  ;  $L = 300 \text{ mm}$  ;  $l = 150 \text{ mm}$  ;  $h = 45 \text{ mm}$

Le poids de la pièce est négligé devant les actions de l'outil.

**Q1.** Après avoir identifié et nommé les liaisons réalisées en O, A et B, vous donnerez la forme des torseurs des actions de contact associés. Vous pouvez les appeler  $\{T1 \rightarrow 2\}_O$  ;  $\{T1' \rightarrow 2\}_A$  et  $\{T1'' \rightarrow 2\}_B$ . Les torseurs seront de la forme ci-dessous.

$$\left\{ \begin{array}{cc} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{array} \right\}_O ; \left\{ \begin{array}{cc} X'_{12} & L'_{12} \\ Y'_{12} & M'_{12} \\ Z'_{12} & N'_{12} \end{array} \right\}_A ,$$

En précisant évidemment les composantes nulles ...

$$\left\{ \begin{array}{cc} X''_{12} & L''_{12} \\ Y''_{12} & M''_{12} \\ Z''_{12} & N''_{12} \end{array} \right\}_B .$$

**Q2.** Après avoir isolé la pièce 2, en équilibre, vous déterminerez les torseurs en O, A et B en fonctions de  $F_y$ ,  $M_z$ ,  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $h$ ,  $L$  et  $l$ . Le choix judicieux du point d'écriture fait partie de la question.

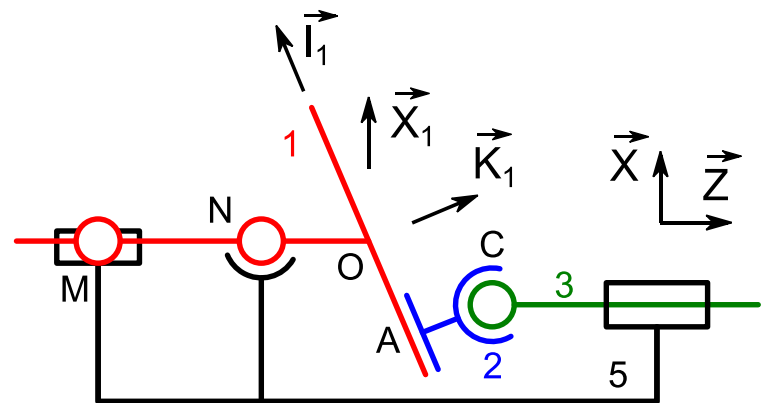
## EXERCICE 2 : POMPE AXIALE LEDUC



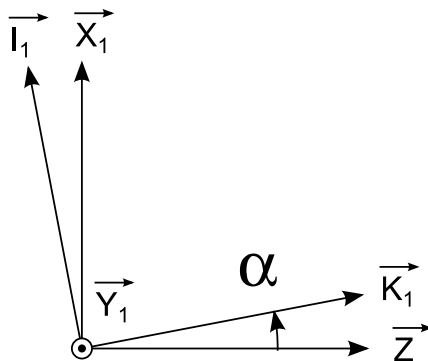
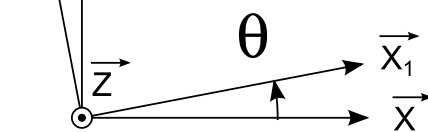
**(La partie Cinématique et Statique sont INDEPENDANTES)**

**PARTIE CINEMATIQUE :**

On donne la modélisation suivante :



$$\begin{aligned} \vec{OA} &= X(t) \vec{I}_1 + Y(t) \vec{Y}_1 \\ \vec{AC} &= a \vec{K}_1 \\ \vec{OC} &= Z(t) \vec{Z} - R \vec{X} \\ \vec{MN} &= d \vec{Z} \end{aligned}$$



1 : arbre d'entrée plateau incliné

2 : patin

3 : piston

Questions :

**Q1 :** Tracer le graphe des liaisons.

**Q2 :** Poser les torseurs cinématiques associés à chaque liaison en précisant uniquement ce qui est nécessaire.

*AIDE :* Dans les questions suivantes, il faudra bien faire attention au repère utilisé et aux repères dans lesquels sont exprimés les torseurs, il y a trois bases dans cet exercice :

$$(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) \text{ et } (\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}) \text{ et } (\vec{K}_1, \vec{I}_1, \vec{y}_1)$$

Veillez à utiliser les figures de projection données dans l'énoncé pour passer correctement d'une base à une autre

**Q3 :** Les liaisons entre 0 et 1, en M et N, sont dites liaisons parallèles. Réaliser la fermeture de chaîne adéquate et démontrer que la liaison équivalente est une liaison Pivot dont on précisera le torseur et les éléments de réduction.

**Q4 :** Démontrer par composition de mouvement que la liaison entre 3 et 1 est une liaison ponctuelle dont on précisera les éléments de réduction.

**Q5 :** Expliquer pourquoi on se donne la peine de réaliser ici des liaisons séries ou parallèles plutôt que de réaliser directement leurs liaisons équivalentes.

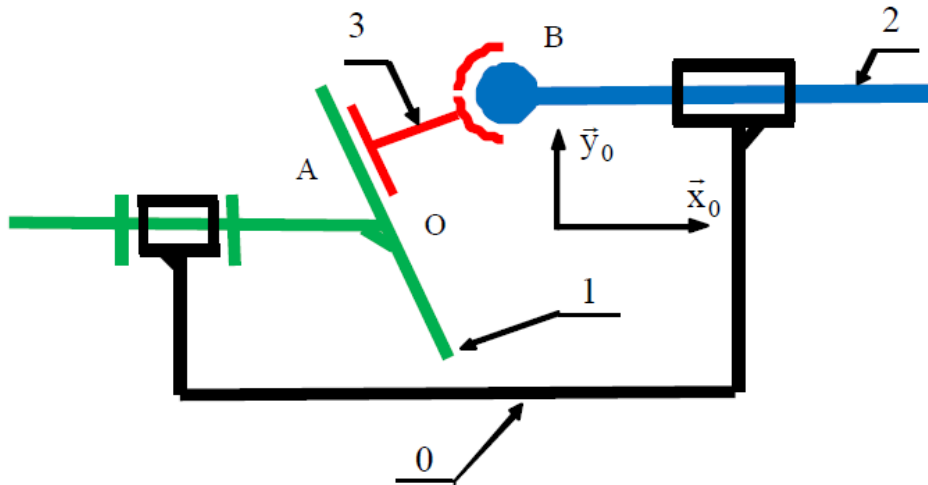
**Q6 :** En s'appuyant sur les questions précédentes, proposer un graphe et un schéma mécanique simplifié.

**Q7 :** Par fermeture cinématique, déterminer la loi entrée sortie :  $V_{30} = f(\omega_{10})$ .

**Q8 :** Reprendre l'étude par une fermeture géométrique et retrouver le résultat précédent on note  $V_{30} = \dot{Z}(t)$ .

## PARTIE STATIQUE

La figure ci-dessous est la modélisation du mécanisme de transmission de mouvement de la pompe à un piston axial dont on désire étudier la loi entrée-sortie d'un point de vue statique.



Une rotation continue de l'arbre d'entrée à plateau incliné 1 par rapport au bâti 0 est transformée en une translation alternative, en sortie, du piston 2 par rapport au bâti 0, par l'intermédiaire du patin 3.

### On choisit ici la modélisation suivante

#### Hypothèses :

- Le repère  $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  est défini sur la figure.
- On définit 2 repères sur (1) :  $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  et  $R'_1(O, \vec{x}'_1, \vec{y}'_1, \vec{z}'_1)$  tels que :
  - $\vec{x}_1 = \vec{x}_0$  et l'angle  $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$  définit la rotation 1/0.
  - $\vec{z}'_1 = \vec{z}_1$  et l'angle constant  $\delta = (\vec{y}_1, \vec{y}'_1) = (\vec{x}_1, \vec{x}'_1)$  définit l'inclinaison du plateau ( $\vec{x}'_1$  est la normale au plateau).
- D'autre part, on pose :  $\vec{OB} = x \vec{x}_0 + R \vec{y}_0$  (R est constant) et la longueur  $AB = l$ .
- Toutes les liaisons mécaniques seront supposées parfaites.

- L'action de la pesanteur sera négligée.
- Les actions extérieures, autres que les actions de liaison, sont :

$$\circ \text{ En entrée : } T_0(\text{moteur} \rightarrow 1) = \begin{cases} \overrightarrow{R(\text{mot} \rightarrow 1)} = \vec{0} \\ \overrightarrow{M_O(\text{mot} \rightarrow 1)} = C \cdot \vec{x}_0 \end{cases}$$

$$\circ \text{ En sortie : } T_0(\text{fluide} \rightarrow 2) = \begin{cases} \overrightarrow{R(f \rightarrow 2)} = F \cdot \vec{x}_0 \\ \overrightarrow{M_B(f \rightarrow 2)} = \vec{0} \end{cases}$$

**Questions de statique :**

**Q1 :** Etudier l'équilibre de 3. En déduire les relations scalaires entre les actions 1→3 et 2→3.

**Q2 :** Etudier l'équilibre de 2. En déduire la relation scalaire entre l'action 3→2 et F.

**Q3 :** Etudier l'équilibre de 1. En déduire la relation scalaire entre l'action 3→1 et C.

**Q4 :** Déduire des résultats précédents la relation  $C = f(F, R, \alpha, \delta)$ .

Montrer l'évolution de C sur un tour de 1/0.

**Q5 :** Reprendre l'étude précédente, en supposant maintenant que la pompe comporte six pistons dont les axes sont répartis de manière équidistante sur un cylindre de rayon R.

Quelle est alors la valeur de C ? Montrer son évolution sur un tour de 1/0.