

DS4 PCSI1-SI (2H30) : Cinématique

UN DEVOIR SURVEILLE COMMENCE TOUJOURS PAR LA LECTURE ENTIERE DE L'ENONCE

ATTENTION : LES RESULTATS DOIVENT ETRE ENCADRES

UNE ATTENTION PARTICULIERE SERA PORTEE
SUR LA PRESENTATION ET LA LISIBILITE DES COPIES

CALCULATRICE AUTORISEE

Exercice 1 : Robot de peinture :

Afin de peindre toutes les zones intérieures et extérieures de la carrosserie, il est nécessaire de connaître à chaque instant la position du pistolet à peinture par rapport au châssis du robot.

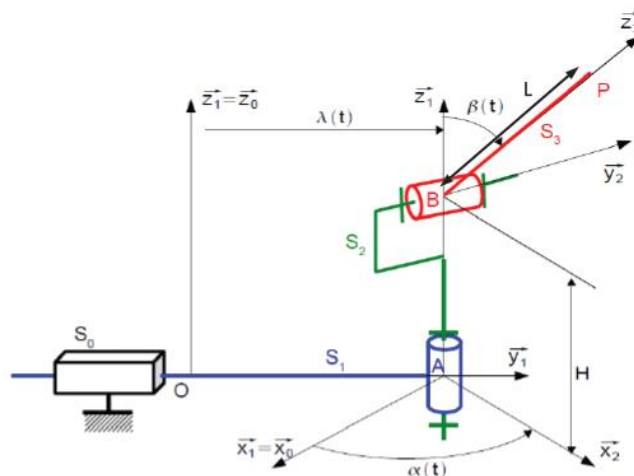
Ceci permettra de déterminer une loi de pilotage du pistolet.



Le chariot S_1 , auquel on associe le repère $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, est en mouvement de translation de direction \vec{y}_0 par rapport au bâti S_0 , de repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Le corps S_2 , auquel on associe le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, est en mouvement de rotation autour de l'axe (A, \vec{z}_1) avec le chariot S_1 .

Le bras S_3 , auquel on associe le repère $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, est en mouvement de rotation autour de l'axe (B, \vec{y}_2) avec le corps S_2 .



Question 1 : Réaliser un graphe de liaison. S'il est défini, préciser le paramètre de position associé à chaque liaison.

Question 2 : Réaliser les figures de changement de base, et en déduire le vecteur rotation associé.

Question 3 : Que dire des bases 0 et 1 ? En déduire $\vec{\Omega}_{1/0}$, puis $\vec{\Omega}_{3/0}$.

Question 4 : Définir les trajectoires $T_{P \in 3/2}$, $T_{B \in 3/2}$, $T_{B \in 2/1}$, $T_{P \in 2/1}$, $T_{A \in 2/1}$, $T_{A \in 1/0}$, $T_{B \in 1/0}$ et $T_{P \in 1/0}$.

Question 5 : Ecrire les torseurs cinématique suivants :

- Torseur cinématique de 1/0 en O.
- Torseur cinématique de 2/1 en A.
- Torseur cinématique de 3/2 en B.

Question 6 : Calculer (par la méthode la plus efficace) la vitesse du point P appartenant à 3 par rapport à 0.

Question 7 : Déterminer l'accélération de P appartenant à 3 par rapport à 0.

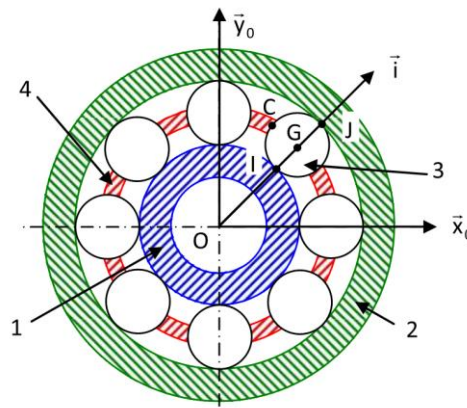
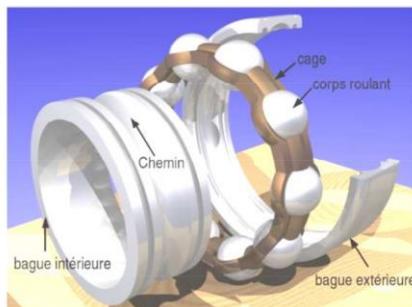
Question 8 : Calculer la vitesse de P appartenant à 2 par rapport à 0 (attention, subtil et pas si évident par la dérivation : il faut être très près de la définition) ?

Exercice 2 : Cinématique – Roulement à billes :

Un roulement mécanique est un élément technologique permettant le positionnement, la transmission des efforts et la rotation entre deux pièces par roulement. Ce composant mécanique interposé entre les deux pièces optimise le frottement et la précision de la liaison. Un roulement à billes se présente sous la forme de deux bagues coaxiales entre lesquelles sont placées des billes maintenues espacées par une cage. La fonction de la cage est donc de maintenir deux billes consécutives à distance égale l'une de l'autre lors du fonctionnement du roulement mais elle entraîne aussi des effets nuisibles car il existe un phénomène de glissement entre la cage et les billes. L'objectif est d'étudier ce phénomène de glissement.

On désigne par :

- $R_0(O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ le repère associé au bâti 0.
- $R_1(O, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1 = \bar{z}_0)$ le repère associé à la bague intérieure 1 en liaison pivot d'axe (O, \bar{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_1 = (\bar{x}_0, \bar{x}_1) = (\bar{y}_0, \bar{y}_1)$.
- $R_2(O, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2 = \bar{z}_0)$ le repère associé à la bague extérieure 2 en liaison pivot d'axe (O, \bar{z}_0) avec le bâti 0 tel que $\theta_2 = (\bar{x}_0, \bar{x}_2) = (\bar{y}_0, \bar{y}_2)$.
- $R_3(G, \bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3 = \bar{z}_0)$ le repère associé à la bille 3 qui roule sans glisser sur 1 en I et sur 2 en J et dont on peut considérer qu'elle est en liaison pivot d'axe (G, \bar{z}_0) avec la cage 4 tel que $\theta_3 = (\bar{x}_0, \bar{x}_3) = (\bar{y}_0, \bar{y}_3)$.
- $R_4(O, \bar{x}_4, \bar{y}_4, \bar{z}_4 = \bar{z}_0)$ le repère associé à la cage 4 en mouvement de rotation autour de (O, \bar{z}_0) tel que $\theta_4 = (\bar{x}_0, \bar{x}_4) = (\bar{y}_0, \bar{y}_4)$.



Pour faciliter les calculs on définit le repère $R(O, \bar{i}, \bar{j}, \bar{z}_0)$ tel que, à tout instant, le vecteur \bar{i} possède la même direction et le même sens que le vecteur \overrightarrow{OG} . Ce repère n'est lié à aucun solide en particulier et ne sert qu'à exprimer simplement les différents termes cinématiques évoqué dans l'énoncé. On pose :

$$\omega_k = \dot{\theta}_k \quad (k = 1,2,3,4) \qquad \overrightarrow{OI} = r_1 \cdot \bar{i} \qquad \overrightarrow{OJ} = r_2 \cdot \bar{i} \qquad \overrightarrow{GC} = \frac{1}{2} \cdot (r_2 - r_1) \cdot \bar{j}$$

Q.1. Déterminer le torseur cinématique $\{C_{1/0}\}$ au point O puis au point I. Déterminer le torseur cinématique $\{C_{2/0}\}$ au point O puis au point J.

Q.2. Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et en J. Etablir les expressions des vecteurs $\overrightarrow{V_{I \in 3/0}}$ et $\overrightarrow{V_{J \in 3/0}}$.

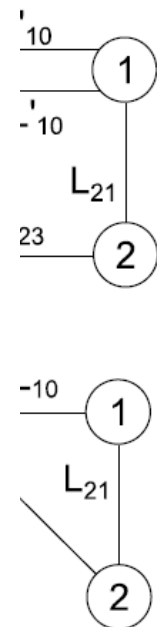
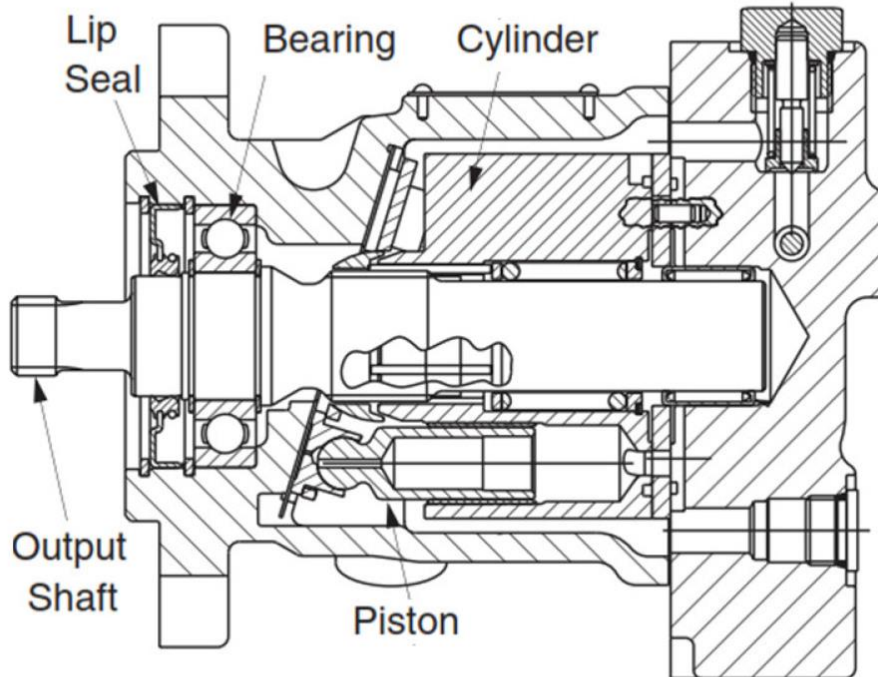
Q.3. En déduire l'expression de ω_3 en fonction de r_1, r_2, ω_1 et ω_2 .

Q.4. Déterminer $\vec{V}_{G \in 3/0}$ en fonction de r_1, r_2, ω_1 et ω_2 .

Q.5. Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1, r_2, ω_1 et ω_2 .

Exercice 3 : MOTEUR HYDRAULIQUE :

Le plan ci-dessous est celui d'un moteur hydraulique. Il convertit une puissance hydraulique ($P_h = \text{débit d'huile} \times \text{pression} = Q \times P = \text{m}^3/\text{s} \times \text{Pa}$) en puissance mécanique ($P_m = \text{couple} \times \text{vitesse de rotation} = C \times \omega = \text{N.m} \times \text{rd/s}$). On rencontre de tels actionneurs, délivrant un très fort couple à basse vitesse dans des domaines aussi variés que l'aéronautique, le militaire, le génie civil, ou les machines d'essais de laboratoire...). Les pressions sur le piston peuvent atteindre 500 ou 600 bars.



On fournit deux modèles mécaniques, le second se déduisant du premier :

Modèle structurel : L'_{10} = rotule de centre A, L'_{10} = Linéaire annulaire de centre B et d'axe x_0 , L_{21} = pivot glissant de centre D et d'axe x_0 , L_{23} = rotule de centre E et enfin L_{30} = appui plan de centre F et de normale y.

Modèle cinématique minimum : L_{10} = Pivot de centre B et d'axe x_0 , L_{21} = inchangée et enfin L_{20} = ponctuelle de centre E et de normale y.

$$= X(t) \vec{x}_0$$

$$: d \vec{y}$$

$$= R \vec{y}_1$$

Questions

- 1) Donnez les torseurs cinématiques associés à toutes les liaisons : L'_{10} , L''_{10} , L_{21} , L_{32} , L_{30} , L_{10} et L_{20} . Vous préciserez bien sur en quels points et dans quels repères ils gardent la même forme.
- 2) Démontrez que les liaisons parallèles L'_{10} et L''_{10} sont équivalente à L_{10} .
- 3) Démontrez que les liaisons séries L_{23} et L_{30} sont équivalente à L_{20} .
- 4) La pression moyenne, dans le moteur est de 300 bars. Le diamètre d'un piston est de 30 mm. Déterminez l'effort de poussée que fournira le piston et justifiez que l'on réalise la liaison L_{20} par le biais des liaisons séries L_{23} et L_{30} .

On exploite à présent le modèle cinématique réduit (L_{20} = ponctuelle de normale y en E, L_{10} pivot d'axe B x_0 , et L_{21} pivot glissant d'axe D x_0).

- 5) Justifiez que l'on effectue la fermeture cinématique en E.
- 6) Déterminez la vitesse de translation du piston V_{21} en fonction de ω_{10} , R, α et θ .
- 7) Déterminez littéralement la vitesse de glissement $\overline{V}(\overline{E}, 2/0)$ et $\|\overline{V}(\overline{E}, 2/0)\|$.
- 8) Application numérique : R = 50 mm, $\alpha = 70^\circ$, $\omega_{10} = 500$ tr/mn.
Calculez les maxima des vitesses à savoir, $V_{21\text{MAXI}}$ et $\|\overline{V}(\overline{E}, 2/0)\|_{\text{MAXI}}$.