

DS 5 Sciences de l'ingénieur

PCSI 1

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Il est demandé au candidat de formuler toutes les hypothèses qu'il jugera nécessaires pour répondre aux questions posées.

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte.

Les candidats sont invités à **encadrer** les résultats littéraux et **souligner** les résultats numériques.

Toutes les réponses doivent être inscrites sur le document réponse

Contenu du sujet : 2 documents

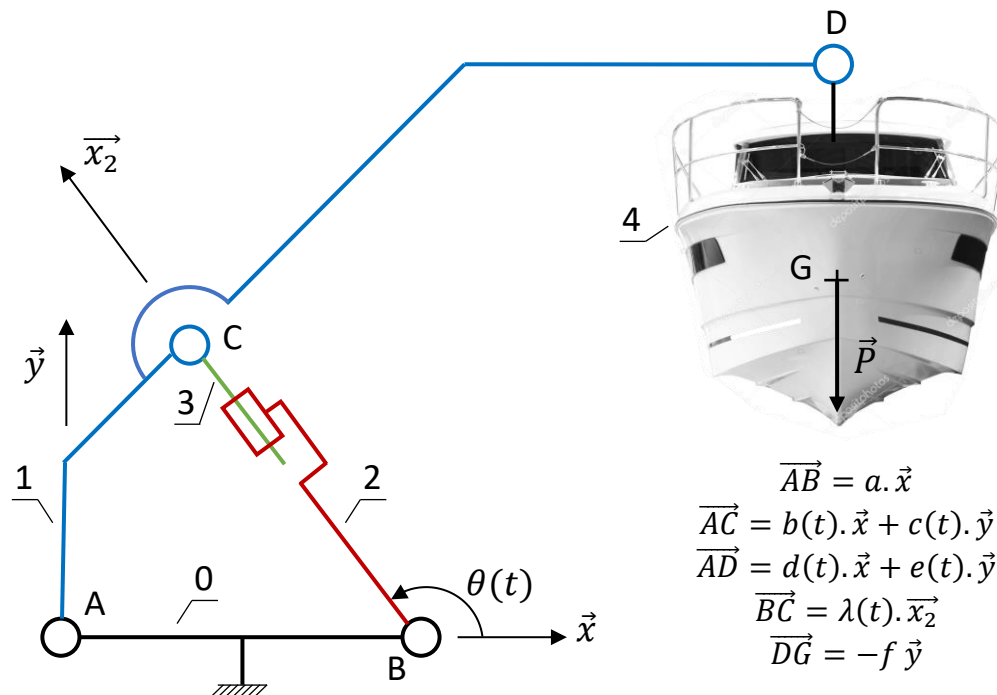
- Énoncé
- Document réponse

Durée : 2h30

Calculatrice autorisée

PARTIE 1 : Porte bateau

Le système, ci-dessous, est en équilibre et est composé d'un bateau maintenu par l'action d'un vérin hydraulique (3+2). Le problème sera **supposé plan** et les liaisons cinématiques parfaites. L'action du poids sera négligée sauf pour le bateau. Le vérin délivre un effort $\overrightarrow{F_{\text{vérin} \rightarrow 3}} = F_v \cdot \overrightarrow{x_2}$ et $\overrightarrow{F_{\text{vérin} \rightarrow 2}} = -F_v \cdot \overrightarrow{x_2}$



On notera les efforts ainsi :

$$\overrightarrow{F_{i \rightarrow j}} = X_{ij} \cdot \overrightarrow{x} + Y_{ij} \cdot \overrightarrow{y}$$

1 Etude cinématique

Question 1 : Démontrer que $\overrightarrow{V_{C \in 3/0}} = \dot{\lambda}(t) \cdot \overrightarrow{x_2} + \lambda(t) \cdot \dot{\theta}(t) \cdot \overrightarrow{y_2}$.

Question 2 : Donner la valeur de $\overrightarrow{V_{A \in 1/0}}$. Donner ensuite la relation entre $\overrightarrow{V_{C \in 1/0}}$ et $\overrightarrow{V_{C \in 3/0}}$. Déterminer alors la vitesse de rotation $w_{1/0} = \|\overrightarrow{\Omega_{1/0}}\|$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$, $\theta(t)$, $b(t)$ et $c(t)$.

Question 3 : Déterminer la vitesse de $\overrightarrow{V_{D \in 1/0}}$ en fonction de $w_{1/0}$, $d(t)$ et $e(t)$. Donner ensuite $\overrightarrow{V_{D \in 1/0}}$ en fonction de $\dot{\lambda}(t)$, $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$, $e(t)$ et $\theta(t)$

Question 4 : Donner l'expression de $\dot{\lambda}(t)$ et faire l'application numérique pour que le bateau se déplace à 150mm/s pour $\theta = 135^\circ$, $b(t) = 2m$, $c(t) = 4m$, $d(t) = 12m$, $e(t) = 8m$. Vous donnerez $\dot{\lambda}(t)$ en mm/s.

2. Etude statique

Question 5 : Effectuer le graphe de structure (liaisons + efforts) du système.

Question 6 : Démontrer, en précisant le système isolé et le théorème utilisé, que l'action de 3 sur 1, noté $\overrightarrow{F_{3 \rightarrow 1}}$ est porté par $\overrightarrow{x_2}$. Donner ensuite la relation entre $\overrightarrow{F_{3 \rightarrow 1}}$ et F_v .

Question 7 : Démontrer, en précisant le système isolé et le théorème utilisé, que l'action de 4 sur 1, noté $\overrightarrow{F_{4 \rightarrow 1}}$ est égal à \vec{P} et que $X_{41} = 0$.

Question 8 : Déterminer le moment au point A provoqué par l'action de 3 sur 1 (noté $\overrightarrow{M_{A,3 \rightarrow 1}}$) en fonction de $b(t)$, F_v , $c(t)$ et θ .

Question 9 : Isoler le solide 1 puis appliquer le théorème du moment statique en A pour déterminer la force F_v que doit développer le vérin pour maintenir le système à l'équilibre. Vous justifierez l'intérêt d'appliquer le théorème au point A. Vous donnerez la force F_v en fonction de la norme du poids $\|\vec{P}\|$, ainsi que $b(t)$, $c(t)$, $d(t)$ et θ . Donner la valeur numérique de F_v pour $\theta = 135^\circ$, $b(t) = 2m$, $c(t) = 4m$, $d(t) = 12m$, $\|\vec{P}\| = 6000 \text{ N}$.

3. Dimensionnement vérin

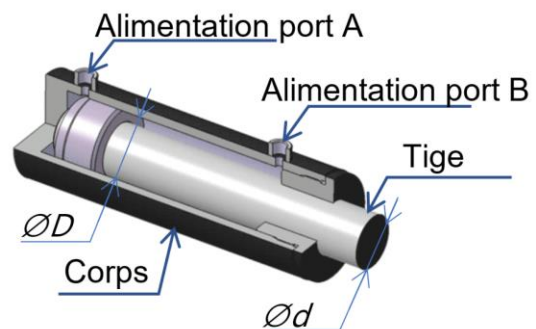
Pour la suite de l'étude, quel que soit les valeurs obtenues précédemment, on supposera que :

- $\dot{\lambda} = 50 \text{ mm/s}$
- $F_v = 35\,000 \text{ N}$

Le vérin utilisé a les caractéristiques suivantes :

- Diamètre de la tige $d = 180 \text{ mm}$;
- Diamètre du piston $D = 250 \text{ mm}$;
- Course maximale $c_{\text{max}} = 3800 \text{ mm}$;
- Le port A permet la sortie de la tige, le port B la rentrée de la tige

Le circuit hydraulique peut délivrer une pression maximale de 20 bars et un débit maximal de 0,1 L/s.



Question 10 : Déterminer la valeur littérale puis numérique de la pression (à donner en bar) à appliquer au vérin permettant d'atteindre l'effort F_v souhaité. Conclure par rapport au cahier des charges. Si le cahier des charges n'est pas validé, proposer une amélioration.

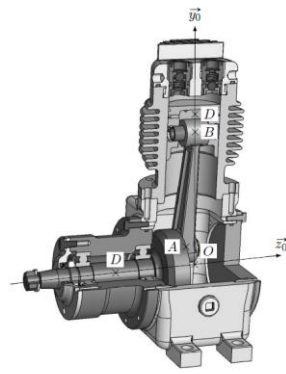
Question 11 : Donner la valeur littérale du débit Q à fournir au vérin pour qu'il atteigne la vitesse $\dot{\lambda}$ souhaitée. Donner la valeur numérique de Q en L/s. Conclure par rapport au cahier des charges. Si le cahier des charges n'est pas validé, proposer une amélioration.

PARTIE 2 : Compresseur

Certaines machines utilisent de l'énergie pneumatique pour leurs actionneurs. Un micro-compresseur permet de fournir de l'air sous pression (de 5 à 8 bar). Il fonctionne généralement de façon intermittente. L'air sous pression est stocké dans un réservoir. Le compresseur est lui-même entraîné par un moteur électrique.



(a) Vue extérieure du compresseur.

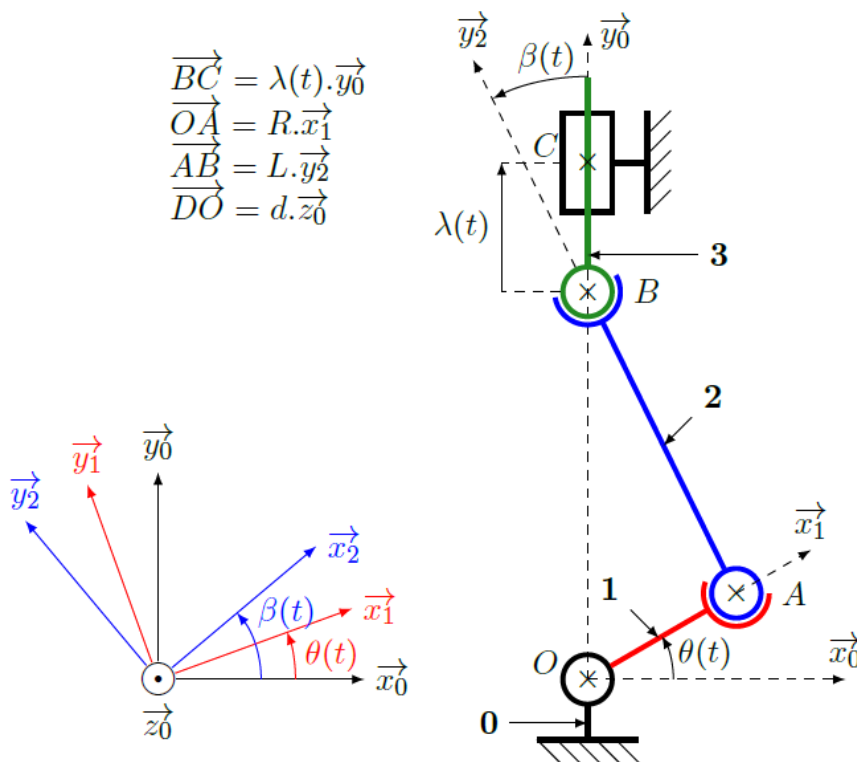


(b) Vue en écorché de l'intérieur du compresseur.

La Figure (a) présente une vue extérieure du compresseur. On distingue l'arbre moteur, lié au moteur électrique et les orifices d'admission et de refoulement d'air.

Modélisation

Le mécanisme est constitué d'un assemblage de solides indéformables. La modélisation statique reprend le graphe de liaisons et le schéma cinématique pour modéliser le système. Attention toutefois car il s'agit cette fois de modéliser les actions mécaniques transmissibles : le choix des liaisons peut être différent de celui envisagé pour l'étude des mouvements.



La liaison entre le piston 3 et le bâti 0 est réalisée par un contact cylindre-cylindre et se modélise naturellement par une liaison pivot glissant d'axe $(C, \overrightarrow{y_0})$.

Les deux liaisons de part et d'autre de la bielle 2 sont réalisées par des contacts cylindre-cylindre relativement courts par rapport au diamètre, ce qui conduit à les modéliser par des liaisons sphériques de centres A et B.

Pour le guidage de l'arbre 1 par rapport au bâti 0, sans rentrer dans le détail, l'ensemble des deux roulements est modélisé par une liaison pivot d'axe (D, \vec{z}_0) , bloquant tous les mouvements hormis la rotation suivant la direction \vec{z}_0 .

Objectif : Déterminer le couple moteur C_m en fonction de la position angulaire du moteur θ et de la pression p .

Question 12: Tracer le graphe de structure de ce mécanisme.

TOUS LES TORSEURS SERONT ECRITS DANS LA BASE RO = (XO,YO,ZO) !!!!

Question 13: Grâce à la méthode vue en cours lorsque l'exercice n'est pas guidé, **proposer un isolement** pour répondre à la problématique (si plusieurs sont possibles, on privilégiera celui coupant le moins de liaisons car il nous fera apparaître moins d'inconnues statiques). **Réaliser le BAME sur cet isolement.**

Remarque : Si jamais vous n'avez pas le même isolement que moi, les questions suivantes sont à adapter. Le but étant de résoudre le système et d'avoir C_m en fonction de p et θ . Je m'adapterai pour corriger dans ce cas.

Question 14: Écrire l'équation (une seule) permettant de relier les grandeurs souhaitées (et certainement des inconnues que nous détermineront par la suite). *AIDE : On ne souhaite pas avoir les inconnues en '01'.*

Question 15: A partir de l'équation précédente, isoler un autre solide et réaliser son BAME :

Question 16: Écrire les équations permettant de déterminer les 2 inconnues de l'équation de la Q14 ainsi qu'une équation donnant la force de l'air sur 3 en fonction d'une nouvelle inconnue.

Question 17: Isoler le solide nécessaire pour déterminer cette nouvelle inconnue introduite en Q16. Faire le BAME.

Question 18: Écrire l'équation permettant de déterminer les 2 inconnues introduites en Q16.

Question 19: En conclure l'expression de C_m en fonction de θ , p et des caractéristiques géométriques du mécanisme.

Remarque : Cette méthode de résolution est plus rapide que celle vue en TD avec les 18 équations...